

**SISTEMAS DE CONTROL HÍBRIDO. APLICACIÓN A  
SISTEMAS DE GENERACIÓN DE HIDRÓGENO  
A PARTIR DE RECURSOS ENERGÉTICOS  
RENOVABLES**

**José Gabriel GARCÍA CLÚA**

Tesis presentada para el grado de  
**DOCTOR EN INGENIERÍA**

Director de tesis:

Ricardo Julián Mantz

Codirector:

Hernán De Battista



Departamento de Electrotecnia  
Facultad de Ingeniería  
Universidad Nacional de La Plata

Agosto de 2013



*a María, Reina de los Corazones*



# Agradecimientos

Mi gratitud infinita a Dios y su Madre que, a través de tantas personas buenas, hicieron que esta tesis fuera posible. Entre ellas destaco en primer lugar a mi director, Ricardo Mantz: gracias, Ricardo, por elegirme, confiar en mí, alentarme, tenerme paciencia y preocuparte por mi bienestar como un padre a lo largo de todos estos años. Gracias también por asignarme con muy buen tino a Hernán De Battista como codirector: gracias, Hernán, por tu sabiduría y todo lo que hiciste para que avance a pesar de mi tozudez.

También quiero destacar el apoyo del resto de los miembros del Laboratorio de Electrónica Industrial, Control e Instrumentación (LEICI) del Departamento de Electrotecnia, que más que un lugar de trabajo para mí fue y sigue siendo mi segundo hogar. Quisiera nombrar a todos los que a través de largas sobremesas, mates, picadas y asados, fútbol 5 y el compartir cotidiano influyeron en mi vida y modo de ver la realidad. Pero son tantos que me van a perdonar si sólo menciono al padre de todos, quien me recibió con los brazos abiertos en abril de 2005 (cuando moría el querido Juan Pablo II): Carlos “Lito” Christiansen.

Tampoco puedo olvidarme de excelentes profesores que me llevaron de la mano por la senda de la docencia universitaria, en la cual descubrí el doctorado como un hito más que como una meta. Destaco en orden cronológico a Delicia “Petete” Tisera (q.e.p.d.), por ser la primera en hacerme creer que sabía algo; Graciela Punte, quien dejó aterrizar a dos perfectos extraños (mi mejor amigo y yo) en la cátedra “Física I”; Jorge Dampé (q.e.p.d.), quien me integró al cálido grupo humano del Laboratorio de Ensayos y Mediciones Eléctricas (LEME); Jorge Agüero y Juan Barbero, profesores de la cátedra “Teoría de Circuitos II”, de quienes aprendí muchísimo; y para el final quedó la simpática profesora de “Control de Procesos I/II”, Norma Gallegos: ¡reconocé, Norma, que el mérito es todo tuyo!

Asimismo tengo que agradecer sinceramente el aporte financiero del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), la Universidad Nacional de La Plata y el Departamento de Ingeniería Química, que me permitió vivir de esta vocación y ayudar a mi familia. Esta última es la razón de que yo esté acá: mis padres, hermanos y hermanas, mis cuñados y mis cuatro hermosos sobrinos que me llenan de felicidad: ¡gracias a todos por bancarme! Y si hablo de la familia espiritual, que es la Legión de María del mundo entero, la parroquia “Ntra. Sra. del Carmen” de Tolosa, mis directores espirituales y amigos, etc. etc., no podría parar de agradecer tanta oración. Que Dios me conceda retribuirles aunque sea con el testimonio de vida cristiana que a ejemplo del Papa Francisco intento dar: ¡sepan perdonarme si no lo hago bien!



# Índice general

|   |             |
|---|-------------|
| <b>Resumen</b>  | <b>XI</b>   |
| <b>Abstract</b>   | <b>XIII</b> |
| <b>Lista de símbolos</b>  | <b>XV</b>   |
| <b>1. Introducción</b>  | <b>1</b>    |
| 1.1. Motivaciones . . . . .   | 1           |
| 1.2. Objetivos de la tesis . . . . .  | 2           |
| 1.3. Organización de la tesis . . . . .   | 3           |
| 1.4. Principales aportes . . . . .  | 4           |
| <b>2. El H<sub>2</sub> y las fuentes de energía renovables</b>  | <b>7</b>    |
| 2.1. La era del hidrógeno . . . . .   | 8           |
| 2.2. Producción de hidrógeno . . . . .  | 10          |
| 2.2.1. A partir de combustibles fósiles: H <sub>2</sub> “negro” . . . . .                             | 11          |
| 2.2.2. A partir de biomasa: H <sub>2</sub> “verde” . . . . .  | 13          |
| 2.2.3. A partir de la separación del agua: H <sub>2</sub> “azul” . . . . .                            | 14          |
| 2.3. Fuentes de energía renovables . . . . .  | 17          |
| 2.3.1. Recurso solar . . . . .  | 18          |
| 2.3.2. Recurso eólico . . . . .   | 19          |
| 2.3.3. Energías renovables para la producción de hidrógeno . . . . .                                  | 21          |
| 2.4. Costo del H <sub>2</sub> “azul” . . . . .  | 22          |
| 2.4.1. Costo de la energía eléctrica . . . . .  | 23          |
| 2.4.2. Costos de las tecnologías renovables . . . . .   | 24          |
| 2.5. Resumen del capítulo . . . . .   | 25          |
| <b>3. Sistemas de generación renovable de H<sub>2</sub></b>   | <b>27</b>   |
| 3.1. Aplicaciones de los SGRHs . . . . .  | 29          |
| 3.1.1. Generación renovable de H <sub>2</sub> independiente de red . . . . .                          | 29          |
| 3.1.2. Generación renovable de H <sub>2</sub> asistida por red . . . . .                              | 30          |
| 3.1.3. Generación renovable de H <sub>2</sub> y energía eléctrica . . . . .                           | 31          |
| 3.1.4. Sistema integrado de energía eléctrica renovable–H <sub>2</sub> . . . . .                      | 31          |
| 3.1.5. Sistema integrado de energía eléctrica renovable–H <sub>2</sub> independiente de red . . . . . | 32          |
| 3.2. Caracterización del electrolizador alcalino . . . . .  | 34          |
| 3.2.1. Modelo termodinámico . . . . .   | 35          |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 3.2.2.    | Modelo electroquímico . . . . .                               | 36         |
| 3.2.3.    | Equipos auxiliares . . . . .                                  | 40         |
| 3.2.4.    | Modos de operación y restricciones . . . . .                  | 42         |
| 3.3.      | Estructuras de acoplamiento . . . . .                         | 45         |
| 3.3.1.    | Acoplamiento AC . . . . .                                     | 45         |
| 3.3.2.    | Acoplamiento DC . . . . .                                     | 46         |
| 3.3.3.    | Acoplamiento combinado . . . . .                              | 47         |
| 3.4.      | Estructura de control y dinámica híbrida . . . . .            | 48         |
| 3.5.      | Resumen del capítulo . . . . .                                | 51         |
| <b>4.</b> | <b>Sistemas dinámicos híbridos</b>                            | <b>53</b>  |
| 4.1.      | Modelizado híbrido . . . . .                                  | 54         |
| 4.1.1.    | El autómata híbrido . . . . .                                 | 56         |
| 4.1.2.    | Sistemas conmutados . . . . .                                 | 58         |
| 4.1.3.    | Solución de un autómata híbrido . . . . .                     | 60         |
| 4.1.4.    | Autómatas híbridos de Zenón . . . . .                         | 67         |
| 4.2.      | Estabilidad de los sistemas híbridos . . . . .                | 73         |
| 4.2.1.    | Estabilidad en el sentido de Lyapunov . . . . .               | 73         |
| 4.2.2.    | Estabilidad bajo conmutación arbitraria . . . . .             | 76         |
| 4.2.3.    | Estabilidad bajo conmutación restringida . . . . .            | 79         |
| 4.3.      | Diseño de controladores híbridos . . . . .                    | 82         |
| 4.3.1.    | Control híbrido basado en la FCL . . . . .                    | 83         |
| 4.3.2.    | Control híbrido basado en las FMLs . . . . .                  | 84         |
| 4.4.      | Resumen del capítulo . . . . .                                | 86         |
| <b>5.</b> | <b>Control híbrido de un SGRH–PV autónomo</b>                 | <b>89</b>  |
| 5.1.      | Descripción del SGRH–PV autónomo . . . . .                    | 90         |
| 5.1.1.    | Sistema de conversión de energía fotovoltaica . . . . .       | 91         |
| 5.1.2.    | Convertidor DC–DC . . . . .                                   | 93         |
| 5.1.3.    | Sistema de producción de $H_2$ . . . . .                      | 93         |
| 5.2.      | Análisis de la dinámica híbrida . . . . .                     | 95         |
| 5.2.1.    | Modelo con autómatas híbridos del lazo abierto . . . . .      | 95         |
| 5.2.2.    | Ejecuciones de los autómatas híbridos . . . . .               | 97         |
| 5.3.      | Diseño del control híbrido . . . . .                          | 106        |
| 5.3.1.    | Modelo con autómatas híbridos del lazo cerrado . . . . .      | 106        |
| 5.3.2.    | Región de operación del objetivo de control . . . . .         | 107        |
| 5.3.3.    | Síntesis del control mediante condiciones de guarda . . . . . | 111        |
| 5.4.      | Resultados de simulación . . . . .                            | 117        |
| 5.5.      | Resumen del capítulo . . . . .                                | 120        |
| <b>6.</b> | <b>Control híbrido de un SGRH eólico autónomo</b>             | <b>123</b> |
| 6.1.      | Sistema de conversión de energía eólica . . . . .             | 124        |
| 6.1.1.    | Modelo del rotor eólico . . . . .                             | 125        |
| 6.1.2.    | Modelo del actuador de ángulo de paso . . . . .               | 127        |
| 6.1.3.    | Modelo del generador sincrónico . . . . .                     | 128        |
| 6.1.4.    | Modelo del convertidor AC–DC . . . . .                        | 129        |
| 6.2.      | Estrategia de control del SCEE . . . . .                      | 129        |



|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 6.3.      | Dinámica cero del SGRH eólico autónomo . . . . .                            | 133        |
| 6.3.1.    | Puntos de equilibrio y autómatas híbridos . . . . .                         | 133        |
| 6.3.2.    | Análisis de estabilidad y FMLs . . . . .                                    | 140        |
| 6.3.3.    | Evolución discreta ante variaciones del viento . . . . .                    | 143        |
| 6.4.      | Resultados de simulación . . . . .  | 145        |
| 6.5.      | Resumen del capítulo . . . . .  | 149        |
| <b>7.</b> | <b>Control híbrido de un SGRH asistido por red</b>                          | <b>151</b> |
| 7.1.      | Dispositivos de acoplamiento al bus DC . . . . .                            | 152        |
| 7.1.1.    | Rectificador a diodos del lado del generador . . . . .                      | 153        |
| 7.1.2.    | Convertidor bidireccional del lado de la red . . . . .                      | 155        |
| 7.2.      | Análisis de estrategias de asistencia . . . . .                             | 159        |
| 7.2.1.    | Lugar de operación en el plano tensión–corriente . . . . .                  | 159        |
| 7.2.2.    | Modos de operación y estrategias de control . . . . .                       | 163        |
| 7.2.3.    | Producción de hidrógeno limpio . . . . .                                    | 168        |
| 7.3.      | Control para optimizar la producción de $H_2$ . . . . .                     | 169        |
| 7.3.1.    | Lazo de control de corrientes de red . . . . .                              | 170        |
| 7.3.2.    | Lazo de control de corriente de electrolizador . . . . .                    | 179        |
| 7.3.3.    | Lazo de control de corriente de generador . . . . .                         | 181        |
| 7.4.      | Resultados de simulación . . . . .  | 183        |
| 7.5.      | Resumen del capítulo . . . . .  | 188        |
| <b>8.</b> | <b>Conclusiones</b>   | <b>191</b> |
| <b>A.</b> | <b>Cálculo de los coeficientes de Fourier de <math>\alpha(\cdot)</math></b> | <b>197</b> |
|           | <b>Referencias</b>  | <b>214</b> |



# Resumen

La presente tesis se orienta a la producción limpia de  $H_2$  a partir de sistemas de conversión de energía solar y eólica. Se analizan configuraciones de SGRHs (Sistemas de Generación Renovable de Hidrógeno), autónomas y asistidas por red, cuyo objetivo principal es el suministro adecuado de potencia al electrolizador. El modelado, análisis de la dinámica y diseño de control se efectúa aplicando conceptos de sistemas dinámicos híbridos. Para describir apropiadamente la interacción entre variables continuas y discretas típica de tales sistemas se emplea como herramienta matemática el autómata híbrido.

Se desarrolla una estrategia de control híbrido que permite maximizar la conversión energética de un SGRH-PV autónomo sin exceder la potencia nominal del electrolizador. Ésta lleva al sistema a operar en modo deslizante sobre una familia de rectas que aproximan los puntos de potencia máxima del panel solar sin requerir la medida de radiación.

Se propone una estrategia de operación de un SGRH-eólico autónomo que adapta la curva de potencia ideal de la turbina de velocidad y paso variable a las especificaciones del electrolizador. Se observan cambios abruptos en el ángulo de paso, de características similares a una histéresis, los cuales se producen por bifurcaciones del estado de equilibrio de la dinámica cero.

Se hace un análisis comparativo de las estrategias de asistencia que pueden implementarse en un SGRH-eólico conectado a la red con base en la capacidad de producción de  $H_2$  limpio. El intercambio de potencia con la red se comanda a través de un convertidor electrónico cuyo modelo es un sistema conmutado. A partir de éste se diseña la ley de conmutación de proyección mínima que maximiza la tasa de producción de  $H_2$ .

La síntesis de estrategias de control híbrido presentadas se basa en el método de Lyapunov extendido a la estabilidad de sistemas conmutados y su desempeño se evalúa mediante simulación numérica.



# Abstract

This thesis is focused on the production of clean  $H_2$  from solar and wind energy conversion systems. Stand-alone and grid-assisted configurations of RHGS's (Renewable Hydrogen Generation Systems), whose main objective is supplying adequate power to an electrolyzer, are analyzed. The modeling, dynamic analysis and control design are performed by applying concepts of hybrid dynamical systems. In order to appropriately describe the interaction between continuous and discrete variables typical of such systems, the hybrid automaton is used as a mathematical tool.

A hybrid control strategy that maximizes the energy conversion of a stand-alone PV-RHGS without exceeding the rated power of the electrolyzer is developed. This strategy forces the system to operate in sliding modes over a family of straight lines that approximate maximum power points of the solar array without requiring radiation measurement.

An operation strategy is proposed for a stand-alone wind-RHGS that adapts the ideal variable-speed variable-pitch turbine power curve to the electrolyzer specifications. Abrupt changes in the pitch angle, with characteristics similar to hysteresis, are observed as a consequence of bifurcations in the equilibrium states of zero dynamics.

A comparative analysis of assistance strategies that can be applied in a grid-connected wind-RHGS is made based on the capability of clean  $H_2$  production. The electronic converter that commands the power exchange with the electric grid is modeled as a switched system. From this approach, a Min-Projection switching law that maximizes  $H_2$  production rate is designed.

Synthesis of the presented hybrid control strategies is based on extensions of the Lyapunov stability method to switched systems and their performance is evaluated by numerical simulation.



# Lista de símbolos

|                       |   |
|-----------------------|---|
| $\alpha$              | Coeficiente de la combinación convexa de Filippov                     |
| $\bar{x}$             | Valor medio de $x$  |
| $\beta$               | Ángulo de paso de pala del rotor eólico [°]                           |
| $\beta_{\{min,max\}}$ | Límites de ángulo de paso del actuador de <i>pitch</i> [°]            |
| $\Delta G$            | Variación de energía libre de Gibbs [kJ/mol]                          |
| $\Delta H$            | Variación de entalpía [kJ/mol]  |
| $\Delta Q$            | Energía térmica de la electrólisis [kJ/mol]                           |
| $\Delta S$            | Variación de entropía [kJ/mol]  |
| $\delta$              | Ciclo de trabajo del convertidor AC–DC                                |
| $\eta_E$              | Eficiencia energética del electrolizador                              |
| $\eta_F$              | Eficiencia de Faraday   |
| $\eta_{\{1,2\}}$      | Funciones no lineales estrictamente positivas                         |
| $\gamma$              | Función perteneciente a la clase $\mathcal{K}$ / $\mathcal{K}_\infty$ |
| $\hat{E}_f$           | Tensión pico por fase inducida en el estator del GSIP [V]             |
| $\hat{E}_r$           | Tensión pico por fase de red [V]                                      |
| $\lambda$             | Relación de punta de pala del rotor eólico, autovalor                 |
| $\lambda_o$           | Relación de punta de pala del valor óptimo de $c_P$                   |
| $\lambda_S$           | Radiación solar [W/m <sup>2</sup> ]                                   |
| $\mathcal{C}$         | Controlador híbrido   |
| $\mathcal{Dom}$       | Dominio de $\mathcal{H}$  |
| $\mathcal{E}$         | Conjunto de aristas de $\mathcal{H}$                                  |
| $\mathcal{F}$         | Conjunto de puntos de operación óptima del SGRH–PV                    |

|                        |   |
|------------------------|---|
| $\mathcal{F}_{SM}$     | Subconjunto invariante de $\mathcal{F}$   |
| $\mathcal{G}$          | Condición de guarda de $\mathcal{H}$  |
| $\mathcal{H}$          | Autómata híbrido  |
| $\mathcal{I}ni$        | Conjunto de estados iniciales de $\mathcal{H}$  |
| $\mathcal{M}$          | Subconjunto invariante de $\mathcal{X}$   |
| $\mathcal{Q}$          | Conjunto de estados discretos de $\mathcal{H}$  |
| $\mathcal{R}$          | Mapa de reset de $\mathcal{H}$  |
| $\mathcal{Reach}$      | Conjunto de todos los estados alcanzables por $\mathcal{H}$                                     |
| $\mathcal{S}$          | Superficie de conmutación   |
| $\mathcal{T}rans$      | Conjunto de todos los estados de transición de $\mathcal{H}$                                    |
| $\mathcal{U}_{D,C}$    | Conjunto de variables de entrada (discretas, continuas) de $\mathcal{H}$                        |
| $\mathcal{X}$          | Conjunto de estados continuos de $\mathcal{H}$  |
| $\mathcal{Y}_{D,C}$    | Conjunto de variables de salida (discretas, continuas) de $\mathcal{H}$                         |
| $\nu$                  | Velocidad del viento [m/s]  |
| $\nu_c$                | Parámetro de escala de la función de Weibull [m/s]  |
| $\nu_{\{min,max\}}$    | Límites de velocidad de viento del SCEE [m/s]   |
| $\Omega$               | Velocidad angular del rotor eólico [rpm]  |
| $\omega_e$             | Frecuencia eléctrica del GSIP [rad/s]   |
| $\Omega_G$             | Velocidad angular del GSIP [rad/s]  |
| $\Omega_N$             | Velocidad nominal del rotor eólico [rad/s]  |
| $\omega_r$             | Frecuencia angular de red [rad/s]   |
| $\Omega_{\{min,max\}}$ | Límites de velocidad del SGRH eólico autónomo [rad/s]   |
| $\partial\mathcal{G}$  | Contorno de la condición de guarda de $\mathcal{H}$   |
| $\Phi$                 | Flujo concatenado de estador del GSIP [Wb]  |
| $\phi$                 | Función perteneciente a la clase $\mathcal{KL}$   |
| $\phi_f$               | Ángulo de desfasaje entre $U_G$ e $I_G$ [°]   |
| $\psi$                 | Ángulo de solapamiento en la conducción de diodos del rectificador [rad]                        |
| $\rho$                 | Módulo de inclusión de Filippov en el marco d-q,<br>densidad del aire [1,22 kg/m <sup>3</sup> ] |



|                     |  |
|---------------------|--|
| $\sigma$            | Superficie de conmutación que define a $\mathcal{F}$                     |
| $\tau$              | Conjunto de tiempo híbrido   |
| $\tau_\beta$        | Constante de tiempo del actuador de <i>pitch</i> [s]                     |
| $\tau_\infty$       | Tiempo de Zenón [s]  |
| $\tau_d$            | Tiempo de residencia de un sistema conmutado lento [s]                   |
| $\theta$            | Fase de la red eléctrica [rad]   |
| $\varphi$           | Fase de inclusión de Filippov en el marco d-q [rad]                      |
| $A$                 | Área de electrodo de la celda electrolítica [m <sup>2</sup> ]            |
| $a$                 | Factor de idealidad de juntura <i>pn</i> [1,6]                           |
| $A_{dq}^k$          | Matriz de transformación del marco trifásico al marco d-q                |
| $a_n$               | Coefficientes del desarrollo en serie de Fourier                         |
| $b$                 | Parámetro de forma de la función de Weibull                              |
| $C$                 | Capacidad del convertidor DC-DC [F]                                      |
| $C_E$               | Energía específica consumida por la electrólisis [kWh/Nm <sup>3</sup> ]  |
| $c_P$               | Coefficiente de potencia de la turbina eólica                            |
| $C_{\{1,\dots,6\}}$ | Parámetros constantes del modelo de $c_P$                                |
| $C_{dc}$            | Capacidad del bus DC [F]   |
| $c_{P_o}$           | Valor óptimo de $c_P$  |
| $D_{\{1,\dots,6\}}$ | Diodos del puente rectificador trifásico                                 |
| $D_{\{S,P,W\}}$     | Diodos del modelo de SCEPV/Convertidor DC-DC                             |
| $e$                 | Carga del electrón [ $1,609 \times 10^{19}$ A · s]                       |
| $e_{\{\beta,P\}}$   | Errores de seguimiento de las referencias de $\{\beta, p_T\}$            |
| $e_{\{d,q\}}$       | Tensiones de red en el marco d-q [V]                                     |
| $e_{f\{0,1,2\}}$    | Tensiones sinusoidales inducidas en el estator del GSIP [V]              |
| $e_{r\{0,1,2\}}$    | Tensiones de red [V]   |
| $F$                 | Constante de Faraday [96485 C/mol]                                       |
| $f$                 | Campo vectorial  |
| $f_{H_2}^l$         | Tasa nominal de producción de H <sub>2</sub> limpio [Nm <sup>3</sup> /h] |
| $f_{H_2}^N$         | Tasa nominal de producción de H <sub>2</sub> [Nm <sup>3</sup> /h]        |

|                  |  |
|------------------|--|
| $f_{\{1,2\}}$    | Coeficientes empíricos de la dependencia de $\eta_F$ con $I_{cel}$ |
| $f_{H_2O}$       | Tasa de consumo de agua [mol/s]                                    |
| $f_{H_2}$        | Tasa de producción de $H_2$ [mol/s]                                |
| $f_{O_2}$        | Tasa de producción de $O_2$ [mol/s]                                |
| $g$              | Característica eléctrica del panel solar                           |
| $h$              | Característica eléctrica del electrolizador                        |
| $I^*$            | Corriente de equilibrio de $\mathcal{H}_1$ [A]                     |
| $I_E^N$          | Corriente nominal del electrolizador [A]                           |
| $I^*$            | Referencia del lazo de control de $pitch$ del SGRH asistido [A]    |
| $I_0$            | Fuente no controlada del modelo de SGRH asistido                   |
| $i_C$            | Corriente suministrada por la red al bus DC [A]                    |
| $i_E$            | Corriente de entrada del electrolizador [A]                        |
| $I_G$            | Corriente por fase de salida del GSIP [A]                          |
| $i_R$            | Corriente suministrada por el SCEE al bus DC [A]                   |
| $i_S$            | Corriente de salida del panel solar [A]                            |
| $I_T$            | Pendiente de la recta de máxima potencia solar [A]                 |
| $i_{\{d,q\}}$    | Corrientes de red en el marco d-q [A]                              |
| $I_{cel}$        | Corriente de celda electrolítica [A]                               |
| $I_{cpv}$        | Corriente de celda PV [A]  |
| $I_{ES}$         | Corriente ficticia de corto circuito del electrolizador [A]        |
| $i_{g\{0,1,2\}}$ | Corrientes estáticas del GSIP [A]                                  |
| $I_{min}$        | Corriente mínima de mantenimiento del electrolizador [A]           |
| $I_{pv}$         | Corriente de celda PV generada por radiación solar [A]             |
| $i_{r\{0,1,2\}}$ | Corrientes de red [A]  |
| $I_{Re}$         | Corriente del electrolizador de origen renovable [A]               |
| $I_{rs}$         | Corriente inversa de saturación de juntura $pn$ [A]                |
| $I_{SS}$         | Corriente de corto circuito del panel solar [A]                    |
| $I_{T_0}$        | Parámetro constante de la dependencia de $I_T$ con $T_S$ [A]       |
| $J$              | Inercia del conjunto rotante del SCEE [ $kg \cdot m^2$ ]           |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $k$             | Constante de Boltzmann [ $1,381 \times 10^{-23}$ J/K]                                     |
| $K_0$           | Coeficiente de la curva $p_{T_o}$ en función de $\Omega$ [ $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ ] |
| $K_C$           | Parámetro de la fuente controlada del modelo de SGRH asistido                             |
| $k_I$           | Parámetro proporcional de la dependencia de $I_T$ con $T_S$ [ $\text{A}/^\circ\text{C}$ ] |
| $K_P$           | Ganancia del controlador de <i>pitch</i> proporcional [ $^\circ\text{s}/\text{rad}$ ]     |
| $K_R$           | Parámetro del resistor del modelo de SGRH asistido  |
| $k_V$           | Parámetro proporcional de la dependencia de $U_T$ con $T_S$ [ $\text{V}/^\circ\text{C}$ ] |
| $k_{\{1,2,3\}}$ | Parámetros del lazo de control de $i_E$ del SGRH asistido                                 |
| $k_{cm}$        | Relación de la caja multiplicadora del SCEE   |
| $L$             | Inductancia del convertidor DC-DC [H]   |
| $L_f$           | Inductancia por fase de estator del GSIP [H]  |
| $L_r$           | Inductancia por fase de red [H]   |
| $L_{dc}$        | Corriente suministrada por el SCEE al bus DC [A]  |
| $N_{pe}$        | Número de celdas electrolíticas en paralelo   |
| $N_{ps}$        | Número de celdas PV en paralelo   |
| $N_{se}$        | Número de celdas electrolíticas en serie  |
| $N_{ss}$        | Número de celdas PV en serie  |
| $p$             | Número de pares de polos magnéticos del GSIP  |
| $P_E^N$         | Potencia nominal del electrolizador [W]   |
| $P_S^N$         | Potencia nominal del panel solar [W]  |
| $P_T^N$         | Potencia nominal de la turbina eólica [W]   |
| $p_\nu$         | Densidad de potencia eólica [ $\text{W}/\text{m}^2$ ]                                     |
| $p_C$           | Potencia activa de la red [W]   |
| $p_E$           | Potencia del electrolizador [W]   |
| $p_G$           | Potencia eléctrica del GSIP [W]   |
| $p_S$           | Potencia del panel solar [W]  |
| $p_T$           | Potencia de la turbina eólica [W]   |
| $p_{\nu,R}$     | Potencia eólica disponible en sección de radio $R$ [W]                                    |
| $P_{min}$       | Potencia mínima de mantenimiento del electrolizador [W]                                   |

|                 |   |
|-----------------|---|
| $P_{T_o}$       | Potencia óptima de la turbina en función de $\nu$ [W]                                     |
| $p_{T_o}$       | Potencia óptima de la turbina en función de $\Omega$ [W]                                  |
| $q$             | Variable de estados discretos   |
| $q_C$           | Potencia reactiva de la red [W]   |
| $R$             | Longitud de pala del rotor eólico [m]   |
| $R_E^{\{1,2\}}$ | Resistencia de salida del modelo lineal del electrolizador a $T_E^{\{1,2\}}$ [ $\Omega$ ] |
| $R_f$           | Resistencia por fase de estator del GSIP [ $\Omega$ ]                                     |
| $R_p$           | Resistencia paralelo de celda PV [ $\Omega$ ]   |
| $R_s$           | Resistencia serie de celda PV [ $\Omega$ ]  |
| $r_T$           | Resistencia óhmica de electrolito por unidad de área [ $\Omega \cdot \text{m}^2$ ]        |
| $r_{\{1,2\}}$   | Coefficientes empíricos de la dependencia de $r_T$ con $T_E$                              |
| $s_T$           | Coefficiente de sobretensión de la celda electrolítica [V]                                |
| $S_W$           | Llave ideal del convertidor DC–DC   |
| $t$             | Tiempo [s]  |
| $T_G^N$         | Par nominal del GSIP [ $\text{N} \cdot \text{m}$ ]  |
| $T_0$           | Temperatura de referencia del panel solar [25 °C]   |
| $T_E$           | Temperatura de electrolito [°C]   |
| $T_G$           | Par del GSIP en el eje del rotor eólico [ $\text{N} \cdot \text{m}$ ]                     |
| $T_S$           | Temperatura de celda PV [K]   |
| $T_T$           | Par del viento en el eje del rotor eólico [ $\text{N} \cdot \text{m}$ ]                   |
| $t_T$           | Coefficiente de sobretensión de la celda electrolítica [ $\text{m}^2/\text{A}$ ]          |
| $t_{\{1,2,3\}}$ | Coefficientes empíricos de la dependencia de $t_T$ con $T_E$                              |
| $u$             | Vector de acciones de control   |
| $U^*$           | Tensión de equilibrio de $\mathcal{H}_1$ [V]  |
| $U_E^N$         | Tensión nominal del electrolizador [V]  |
| $U_E^{\{1,2\}}$ | Tensión en vacío del modelo lineal del electrolizador a $T_E^{\{1,2\}}$ [V]               |
| $u_C$           | Tensión de entrada del convertidor DC–DC,<br>tensión de salida del convertidor de red [V] |
| $u_E$           | Tensión de alimentación del electrolizador [V]  |

|                 |  |
|-----------------|--|
| $U_G$           | Tensión por fase de salida del GSIP [V]  |
| $U_M$           | Abscisa del punto de intersección de rectas que definen $\sigma$ [V]             |
| $u_R$           | Tensión de salida del convertidor AC–DC / rectificador [V]                       |
| $u_S$           | Tensión de salida del panel solar [V]  |
| $U_T$           | Abscisa de la recta de máxima potencia solar [V]                                 |
| $U_{cel}$       | Potencial de celda electrolítica [V]   |
| $U_{cpv}$       | Potencial de celda PV [V]  |
| $u_{dc}$        | Tensión del bus de acoplamiento DC [V]   |
| $U_{EO}$        | Tensión de circuito abierto del electrolizador [V]                               |
| $U_{rev}$       | Potencial de celda reversible [V]  |
| $u_{Ro}$        | Tensión de salida del rectificador en vacío [V]                                  |
| $u_{So}$        | Tensión de potencia máxima del panel solar [V]                                   |
| $U_{SM}$        | Parámetro de frontera de $\mathcal{F}_{SM}$ [V]                                  |
| $U_{SO}$        | Tensión de circuito abierto del panel solar [V]                                  |
| $U_{T_0}$       | Parámetro constante de la dependencia de $U_T$ con $T_S$ [V]                     |
| $U_{tn}$        | Potencial de celda termo–neutral [V]   |
| $V$             | Función candidata de Lyapunov  |
| $V_m$           | Volumen molar de gas ideal en condiciones normales [24,465 m <sup>3</sup> /kmol] |
| $W$             | Función de Lambert   |
| $w$             | Mapa de salida de $\mathcal{H}$  |
| $w_{\{0,1,2\}}$ | Señales de conmutación del inversor  |
| $w_{\{d,q\}}$   | Señales de conmutación del inversor en el marco d–q                              |
| $x$             | Vector de estados continuos  |
| $x^*$           | Punto de equilibrio del sistema continuo $\dot{x} = f(x)$                        |
| $x^\star$       | Punto de equilibrio del sistema conmutado $\dot{x} = f_q(x)$                     |
| $y$             | Vector de variables de salida  |
| $z$             | Número de moles de electrones, estado integral                                   |

### Abreviaturas

AC    en inglés, *Alternating Current*

DC    en inglés, *Direct Current*

DOE   en inglés, *Department Of Energy – USA*

FCL   Función Común de Lyapunov

FML   Función Múltiple de Lyapunov

GAE   Global y Asintóticamente Estable

GSIP   Generador Sincrónico de Imanes Permanentes

GUAE   Global, Uniforme y Asintóticamente Estable

GUEE   Global, Uniforme y Exponencialmente Estable

H2A    en inglés, *Hydrogen Analysis* (Herramienta de análisis de costo del H<sub>2</sub>)

HHV   en inglés, *Higher Heating Value* (“poder calorífico superior”)

HyCi   en inglés, *Hydrogen Civilization*

IAHE   en inglés, *International Association for Hydrogen Energy*

LHV    en inglés, *Lower Heating Value* (“poder calorífico inferior”)

LMI    en inglés, *Linear Matrix Inequalities*

MPPT   en inglés, *Maximum Power Point Tracking*

PEM    en inglés, *Proton–Exchange Membrane*

PV      en inglés, *Photo Voltaic*

PWA    en inglés, *Piece Wise Affine*

PWM   en inglés, *Pulse–Width Modulation*

SCEE   Sistema de Conversión de Energía Eólica

SCEPV   Sistema de Conversión de Energía Fotovoltaica

SGRH   Sistema de Generación Renovable de Hidrógeno

SGRUH   Sistema de Generación Renovable y Utilización de Hidrógeno

SMR    en inglés, *Steam Methane Reforming*

SVM    en inglés, *Space–Vector Modulation*

WGSR   en inglés, *Water–Gas Shift Reaction*

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Motivaciones

Los sistemas híbridos son sistemas dinámicos cuyo comportamiento depende de la interacción entre variables de estado continuas y variables de estado que toman valores de un conjunto finito o contable. La evolución de los estados continuos se describe con ecuaciones diferenciales ordinarias y la de los discretos con máquinas de estados. En las últimas dos décadas se ha observado un creciente interés en desarrollar una teoría que sirva de marco para el análisis y control de esta familia de sistemas. Los progresos en esta dirección permiten reformular muchos problemas de control en forma más eficiente. [1, 2, 3]

En efecto, la gran mayoría de los procesos industriales presentan comportamientos híbridos ya que involucran tanto variables continuas como discretas. Luego, controladores sintetizados con técnicas de sistemas de estructura variable, control óptimo con restricciones, control jerárquico, control predictivo basado en modelo, ganancia tabulada, etc. se pueden evaluar como sistemas híbridos [4, 5, 6, 7, 8]. Si bien el estudio formal de estos sistemas en un marco teórico común comenzó varias décadas atrás [9, 10], en los últimos años ha tomado un impulso considerable con el desarrollo de aplicaciones en sistemas de energía, sistemas biológicos, robótica, electrónica de potencia, manufactura y manejo de tráfico aéreo y vehicular [11, 12, 13, 14, 15, 16, 17].

La necesidad de buscar un marco teórico propio para el análisis de los sistemas híbridos fue planteada, tanto por investigadores en teoría de control como por investigadores en ciencia de la computación, ante la imposibilidad de utilizar exclusivamente las herramientas de sistemas continuos o las de eventos discretos. Este marco buscó explicar fenómenos dinámicos complejos, problemas de estabilidad en sistemas conmutados [18], comportamientos conocidos como ejecuciones de Zenón [19], etc.

La diversidad de los sistemas híbridos hace que aún existan problemas a resolver, tanto en los aspectos de comprensión de los comportamientos dinámicos, como en la búsqueda de métodos de análisis y de diseño apropiados. Entre las distintas líneas de investigación vigentes se pueden citar las abstracciones de sistemas de eventos discretos, centrados en la verificación de especificaciones para el diseño de controladores, y el autómata híbrido, concebido como modelo genéri-

co para investigación y desarrollo [20, 21]. Recientemente se ha desarrollado una teoría sobre la estabilidad de los sistemas híbridos que permite predecir cuándo la conmutación entre subsistemas estables puede dar lugar a comportamientos inestables y viceversa [22, 23]. Aunque se han logrado grandes avances, existen muchos problemas abiertos a la investigación para asegurar un aprovechamiento real de las posibilidades que ofrecen estos sistemas en el área tecnológica.

La teoría de los sistemas híbridos ofrece un marco adecuado para abordar el problema de control de sistemas de conversión de energías renovables, los cuales presentan cambios de estructura sujetos a la variabilidad de la fuente primaria de energía, a puntos de operación y a distintas especificaciones de control basadas en demandas de la carga, calidad de potencia, máxima eficiencia de conversión, etc. [24, 25]. Tradicionalmente, el objetivo básico de control de los sistemas de conversión de energías renovables ha sido el de maximizar la potencia generada dentro de los rangos admisibles de operación [26]. La inclusión de convertidores electrónicos resulta apropiada para satisfacer dicho objetivo, ya que brindan versatilidad y permiten ajustar el punto de operación del sistema de conversión. Para el análisis y diseño de las estrategias de control de estos convertidores los conceptos de regímenes deslizantes, un caso particular de dinámica híbrida, han demostrado ser útiles [27, 28]. Dentro del tema de las energías renovables, la presente tesis se orienta a la aplicación de producción de hidrógeno limpia a partir de sistemas de conversión de energía solar y eólica. Los sistemas de producción de hidrógeno requieren condiciones de operación propias [29, 30]. Esto lleva a que la combinación de energías renovables con hidrógeno, que se presenta como una alternativa óptima en términos sustentables, diversifique los modos de operación posibles [31, 32]. Luego, los crecientes requerimientos de los sistemas de generación eléctrica basados en energías renovables para la producción limpia de hidrógeno exigen controladores cada vez más flexibles capaces de operar a éstos de manera eficiente en un rango amplio de funcionamiento. Se debe apuntar al diseño de controladores que provean mayores grados de libertad en el diseño y sean capaces de adaptarse a los cambios en los modos de operación, en el comportamiento y en la estructura del sistema dinámico. En este marco, la teoría de sistemas híbridos puede aportar soluciones innovadoras.

## 1.2. Objetivos de la tesis

La presente tesis se orienta al área del control y sus objetivos principales son:

- Profundizar los estudios en sistemas dinámicos híbridos que permitan establecer un marco teórico para el análisis de comportamientos complejos en controladores de altas prestaciones.
- Vincular disciplinas que estudien los sistemas híbridos y/o el aprovechamiento de energías renovables.
- Modelizar con herramientas propias de la teoría de los sistemas híbridos distintas configuraciones de sistemas de producción de hidrógeno a partir de energías renovables. Evaluar estrategias robustas de control que permitan



optimizar los sistemas de generación de hidrógeno a partir de sistemas de conversión de energía solar y eólica.

- Realizar aportes concretos en una de las líneas de investigación del área control que despiertan mayor interés en el presente.

### 1.3. Organización de la tesis

La tesis consta de ocho capítulos, los cuales se sintetizan a continuación:

- El Capítulo 1 corresponde a esta introducción.
- En el Capítulo 2 se describe el rol que está destinado a ocupar el hidrógeno en un futuro sustentable, como vector energético capaz de sustituir a los combustibles fósiles. Se hace mención a los diversos métodos de producción así como de los costos asociados, destacando la electrólisis por su potencial de generación de  $H_2$  a partir de fuentes de energía renovables.
- En el Capítulo 3 se presentan las etapas que comprende un Sistema de Generación Renovable de Hidrógeno (SGRH). Se analizan distintas configuraciones propuestas para atender aplicaciones particulares, las cuales tienen al electrolizador como componente común. Asimismo se indica la presencia de dinámicas híbridas vinculadas a la estructura de control del SGRH.
- En el Capítulo 4 se hace una introducción a la teoría de los sistemas dinámicos híbridos. En primer lugar se presenta el autómata híbrido como herramienta de modelizado que describe apropiadamente su dinámica peculiar. Luego se exponen resultados generales de estabilidad basados en extensiones del método de Lyapunov que permiten establecer estrategias de control híbrido a ser aplicadas a los SGRHs.
- En el Capítulo 5 se propone una aplicación autónoma de SGRH basada en energía solar fotovoltaica. La implementación sigue la tendencia de evitar duplicación de componentes para minimizar costos sin sacrificar la optimización de la producción de  $H_2$ . El modelizado, análisis de la dinámica y diseño de control se efectúa aplicando conceptos de sistemas híbridos vistos en el Capítulo 4.
- Siguiendo la misma filosofía, en el Capítulo 6 se propone una aplicación autónoma de SGRH basada en energía eólica. Para el diseño del control híbrido se determinan los puntos de operación que maximizan la potencia extraída del viento y satisfacen las especificaciones del electrolizador. El objetivo es estudiar el efecto de bifurcaciones que resultan de operar en dichos puntos.
- En el Capítulo 7 se propone un esquema de SGRH eólico asistido por la red eléctrica. Se hace un análisis comparativo de las estrategias de asistencia que pueden implementarse con base en la capacidad de producción de  $H_2$

limpio. El intercambio de potencia con la red se comanda a través de un convertidor electrónico cuyo modelo es un sistema conmutado. A partir de éste se diseña el control híbrido que maximiza la tasa de producción de  $H_2$ .

- Finalmente, en el Capítulo 8 se presentan las conclusiones.

## 1.4. Principales aportes

A continuación se destacan los principales aportes de la tesis:

- Se propuso y modelizó como sistema híbrido una configuración de SGRH con acoplamiento DC, independiente de red, basada en energía solar fotovoltaica (PV). Se representó con autómatas híbridos autónomos (abiertos) la dinámica asociada a conmutaciones del estado de conducción de los diodos (llave controlada) del convertidor.
- Se diseñó y evaluó una estrategia de control híbrido que maximiza la conversión energética del SGRH–PV autónomo sin exceder la potencia nominal del electrolizador. Se aproximó el lugar de puntos de operación óptima del panel solar a una familia de rectas que no requieren medición de la radiación. Se demostró la estabilidad global y asintótica de dichos puntos aplicando extensiones del método de Lyapunov a la regularización de Filippov del autómata de Zenón que resulta del lazo cerrado.
- Se propuso una estrategia de operación de un SGRH autónomo basado en energía eólica que adapta la curva de potencia ideal de la turbina de velocidad y paso variable a las especificaciones del electrolizador. Se modelizó con un autómata híbrido la dinámica cero que resulta del seguimiento de la curva deseada a través de regiones definidas por las condiciones de viento.
- Se analizó la estabilidad del autómata anterior mediante Funciones Múltiples de Lyapunov (FMLs), las cuales permitieron detectar saltos apreciables en el ángulo de paso de características similares a una histéresis. Tal comportamiento, indeseado en el desempeño del actuador de *pitch*, se adjudicó a bifurcaciones del estado de equilibrio de la dinámica cero.
- Se propuso y modelizó como sistema conmutado una configuración de SGRH eólico que incorpora la conexión a la red eléctrica. Para cada estado discreto del convertidor electrónico del lado de la red se obtuvo la dinámica de corrientes trifásicas en el marco de referencia d–q. La conmutación entre dichas dinámicas permite compensar la falta de control del rectificador del lado de la turbina.
- Se diseñó y evaluó una estrategia de control híbrido que estabiliza el sistema conmutado anterior aplicando una ley de conmutación de proyección mínima. Se demostró su estabilidad exponencial en el interior de una circunferencia del plano d–q mediante una interpretación geométrica basada en la Función Común de Lyapunov (FCL). Se probó que los estados de

equilibrio pertenecientes a dicha región son modos deslizantes que resultan de la regularización del sistema conmutado. Los coeficientes de Filippov correspondientes fueron representados con series de Fourier cuya frecuencia fundamental es la de la red. La amplitud de los armónicos depende de la referencia dada por un lazo de control externo, el cual se diseñó a su vez para regular la corriente del electrolizador en su valor nominal.

- Se propusieron alternativas a la estrategia de asistencia anterior que en lugar de maximizar la producción de  $H_2$  tienen por objetivo optimizar la eficiencia de la turbina y minimizar el intercambio de potencia promedio con la red, respectivamente. Se evaluaron gráficamente a partir del análisis de un modelo circuital del SGRH asistido por red. Se pudo concluir que la producción de  $H_2$  de origen renovable ( $H_2$  “limpio”) se optimiza manteniendo el balance de potencia entre la turbina y el electrolizador.

Resulta oportuno señalar que muchos de los aportes mencionados originaron una serie de artículos en revistas nacionales [33, 34, 35] e internacionales [36, 37, 38], actas de congresos [39, 40, 41, 42, 43, 44] y un capítulo de libro de la especialidad [45]. Dichas publicaciones son citadas a lo largo de toda la tesis y aparecen listadas en las referencias del final.



## Capítulo 2

# El hidrógeno y las fuentes de energía renovables

Debido a su influencia en el cambio climático global, las emisiones de carbono a la atmósfera deberán ser restringidas paulatinamente a nivel mundial. Esto significa que las fuentes de energía que actualmente alimentan domicilios, industrias y transportes haciendo uso intensivo del carbono deberán ser reemplazadas gradualmente por fuentes alternativas. El uso directo del hidrógeno juega un papel primordial en este proceso. Si bien no constituye en sí mismo una fuente de energía primaria como el petróleo o el carbón, el elemento más liviano de la tabla periódica puede considerarse un excelente vector energético. En este sentido actuaría como la energía eléctrica, con la diferencia de que puede almacenarse con mayor facilidad.

El hidrógeno está en todas partes, pero difícilmente se lo encuentra como un elemento aislado en la naturaleza. En el agua, uno de los elementos más abundantes de la tierra, se encuentra enlazado al oxígeno, pero también puede encontrarse enlazado al carbono en compuestos como el gas natural, carbón o biomasa. En la actualidad el principal medio de producción de hidrógeno es la extracción del gas natural por reformado con vapor. Sin embargo este método genera gases de efecto invernadero, por lo que resulta más conveniente apostar a tecnologías que permitan obtener hidrógeno a partir de fuentes no fósiles como la biomasa y las energías eólica y solar.

El mercado actual del hidrógeno se divide en dos sectores: el mercado cautivo, que produce el hidrógeno en el punto de utilización, y el mercado comercial, que lo transporta a dicho lugar. El mercado cautivo es mayor a nivel mundial e incluye productores químicos, refinerías, hidrogenación de grasas y aceites y producción metalúrgica. El mercado comercial, más reducido, provee a las industrias (por ej. la de productos electrónicos) y a las centrales eléctricas (por ej. plantas nucleares). El mercado futuro del hidrógeno es mucho más amplio. Por ejemplo en el sector del transporte la demanda de combustibles fósiles podría satisfacerse con hidrógeno producido a partir de recursos no fósiles y locales, lo que daría mayor independencia económica a los países importadores [46].

Los objetivos del presente capítulo son:

- Exponer las bases en la que se asienta el movimiento progresivo que impulsa al hidrógeno como vector energético de una sociedad sustentable.
- Describir los distintos aspectos vinculados a su producción.
- Enumerar los múltiples recursos energéticos renovables en los que ésta puede basarse.
- Discriminar los diversos factores que impactan sobre el costo final del consumo como combustible limpio.

## 2.1. La era del hidrógeno

Las propiedades químicas del hidrógeno confieren la capacidad de almacenamiento y transporte de energía requeridas a un vector energético de alta calidad. Una de las formas de obtener hidrógeno es a partir de la separación del agua, la cual se encuentra en abundancia en la tierra. Dicho proceso se sintetiza con el bloque de producción de hidrógeno de la Fig. 2.1, donde el agua aportada puede separarse en sus componentes básicos de hidrógeno y oxígeno entregando la cantidad de energía  $E_i$  necesaria. Tal es la reacción química que se lleva a cabo, por ejemplo, en un electrolizador. El bloque de utilización del hidrógeno sintetiza el proceso inverso ocurrido en las celdas de combustible, el cual libera la cantidad de energía  $E_o$ . El ciclo se cierra con el oxígeno y el vapor de agua, que son los únicos subproductos liberados a la atmósfera, por lo que se trata de un ciclo 100 % benigno con el medio ambiente [47]. Aquí se reduciría a cero la medida de la huella de hidrógeno o al menos se minimizaría conforme a la definición aplicada a tal concepto [48].

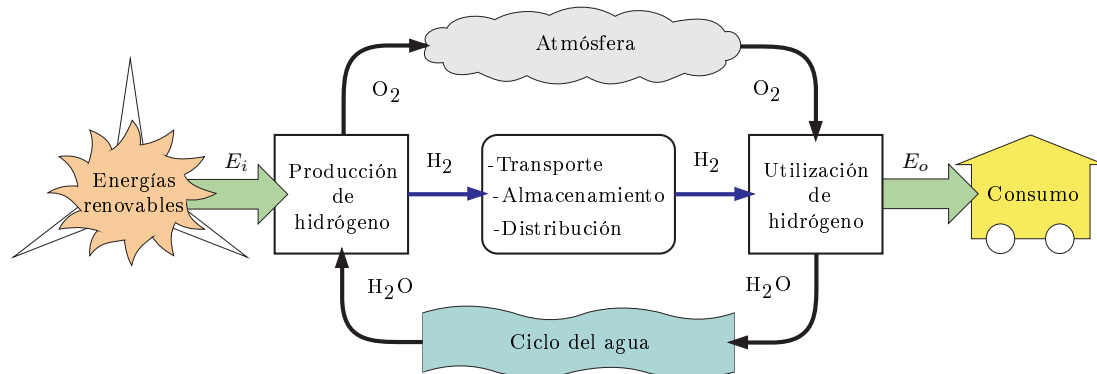


Figura 2.1: El ciclo del hidrógeno

Las siguientes son ventajas adicionales que ofrece este novedoso vector energético:

- se puede producir a partir de fuentes de energía renovables, como las energías solar y eólica representadas en la Fig. 2.1;
- se puede almacenar, transportar y distribuir de variadas formas;

- su utilización para generación de energía eléctrica o consumo de transportes puede suplir el uso de combustibles fósiles;

La idea de una sociedad capaz de emplear el hidrógeno como vector energético viene atrayendo sistemáticamente la atención de científicos e ingenieros desde hace décadas. Incluso ya en 1874, a nivel de ciencia ficción, el novelista francés Julio Verne (1828 -1905) expresaba en su libro “La isla misteriosa”: *“Sí, amigos míos, creo que el agua será algún día utilizada como combustible, que el hidrógeno y el oxígeno que la constituyen -utilizándolos juntos o por separado- proporcionarán una fuente inagotable de calor y luz de una intensidad que no tiene el carbón”* [49].

Llegando a la primera mitad del siglo XX comenzaba a advertirse sobre los peligros ambientales de una explotación indiscriminada de recursos no renovables implícita en la actividad humana y el carácter impredecible de sus consecuencias. Vladimir I. Vernadsky, fundador de estudios sobre biósfera, señalaba el hecho característico de que el contenido de dióxido de carbono en la atmósfera se incrementa a medida que la civilización humana evoluciona [50]. En este contexto, entre los años '20 y '70, representantes entusiastas de la comunidad científica mundial quisieron revivir la fantasía de Julio Verne llevándola a un alto nivel científico e ingenieril. Propusieron múltiples formas de producir y utilizar el hidrógeno en numerosas aplicaciones, pero el precio relativamente bajo de los combustibles fósiles hacía antieconómicas estas oportunidades.

Con la crisis energética de 1973, Estados Unidos y Europa se vieron obligados a reconsiderar alternativas a la energía basada en combustibles fósiles. Así fue como en 1974 se creó la Asociación Internacional de Energía del Hidrógeno (IAHE) con sede en Miami. A través de la publicación de revistas y la celebración de congresos bienales, esta sociedad comenzó a conformar una comunidad científica bajo el término “energía del hidrógeno” [51]. Este concepto sostiene que los sistemas energéticos basados en hidrógeno ofrecen la solución óptima a los problemas interrelacionados del mundo y abarca la producción de hidrógeno a partir del agua (usando fuentes de energía renovables y no renovables); su entrega, transporte y almacenamiento; su utilización en la industria, transportes y domicilios; y los problemas relacionados con los materiales y la seguridad.

En la última década del siglo XX se inició la comercialización de la tecnologías basadas en hidrógeno (automóviles impulsados con hidrógeno, celdas de combustible, electrolizadores avanzados, baterías de hidrógeno-níquel, etc.) y comenzó a emplearse el término “economía del hidrógeno” para describir una alternativa a la economía basada en los combustibles fósiles [52]. Este concepto surgió también como una ampliación de la economía totalmente eléctrica propuesta en esos años con el advenimiento de la electricidad nuclear de bajo costo. El principal punto débil de dicha economía era el almacenamiento complejo y costoso de la electricidad. En consecuencia las compañías de distribución eléctrica comenzaron a evaluar los beneficios potenciales de combinar la economía del hidrógeno y la totalmente eléctrica y se introdujo el término “economía del hidrógeno-electricidad” para describir las posibilidades de combinar la producción, transmisión y venta de ambos vectores energéticos [53]. La comunidad científica estable que se había conformado entonces ya se dedicaba a estudiar cómo producir hidrógeno

de manera económica para alimentar máquinas de combustión interna o celdas de combustible que fueran capaces de entregar potencia eléctrica en aplicaciones distribuidas. Se propusieron distintas soluciones para incrementar la eficiencia de estos sistemas, como por ejemplo combinar los flujos de calor y potencia eléctrica para que las cargas aprovechen el calor producido por los generadores distribuidos. El estudio de las perspectivas del desarrollo de distintos aspectos de la economía del hidrógeno se proyectaron hasta el año 2050 y más aún [54].

Todos estos avances proporcionaron el marco práctico necesario para una mejor comprensión de un futuro sustentable a largo plazo. En efecto a finales del siglo XX se advirtió que la actividad humana basada en el uso de combustibles fósiles estaba alcanzando escalas irracionales y que la amenaza de una catástrofe climática era cierta. Se comenzó a impulsar un movimiento sostenido hacia la era del hidrógeno que dará lugar a transformaciones globales en todos los aspectos de la existencia humana: mentalidad, sociedad, política internacional y desarrollo afín al medio ambiente. La civilización del hidrógeno (HyCi) [55] surge entonces como una doctrina cuyo principio general es el siguiente: la humanidad puede impedir la catástrofe ecológica mundial y conservar la capacidad de la biosfera de preservar la vida mediante el movimiento a lo largo del vector:

*Energía del Hidrógeno → Economía del Hidrógeno → Civilización del Hidrógeno.*

La siguiente declaración de la doctrina HyCi ofrece una nueva visión de la energía y economía del hidrógeno: “La energía del hidrógeno y la economía del hidrógeno son las bases técnicas, económicas y ecológicas de la conversión hacia un futuro humano sustentable: la civilización del hidrógeno. Significa que todo avance en la energía y la economía del hidrógeno, toda nueva investigación de sus problemas parciales es un paso adelante en el camino hacia la civilización del hidrógeno” [56].

## 2.2. Producción de hidrógeno

El hidrógeno producido a escala mundial se calcula que es de 448 billones de m<sup>3</sup> al año y que aproximadamente el 48 % de éste se obtiene a partir del reformado de gas natural [46]. Si bien este método de producción se impone en la actualidad debido a su rentabilidad, las fuentes a partir de las cuales se puede obtener hidrógeno son muy variadas. La Fig. 2.2 muestra diversos caminos de producción posibles. El estado del arte de las tecnologías asociadas a cada uno es muy diverso. Mientras que algunas tecnologías se encuentran todavía en etapa de investigación, otras ya se están experimentando a escala de laboratorio o se comercializan desde hace años.

Según el origen del hidrógeno extraído, estos procesos se pueden clasificar en tres grandes grupos [57]. El primero reúne a los procesos que extraen el hidrógeno de los combustibles fósiles. A este tipo de hidrógeno se lo caracteriza con el color negro como se indica en la Fig. 2.2. El segundo grupo incluye los procesos que lo extraen de la biomasa, por lo que aquí el color característico es el verde. En el tercer grupo el hidrógeno obtenido se representa con el color azul por provenir de la separación del agua.



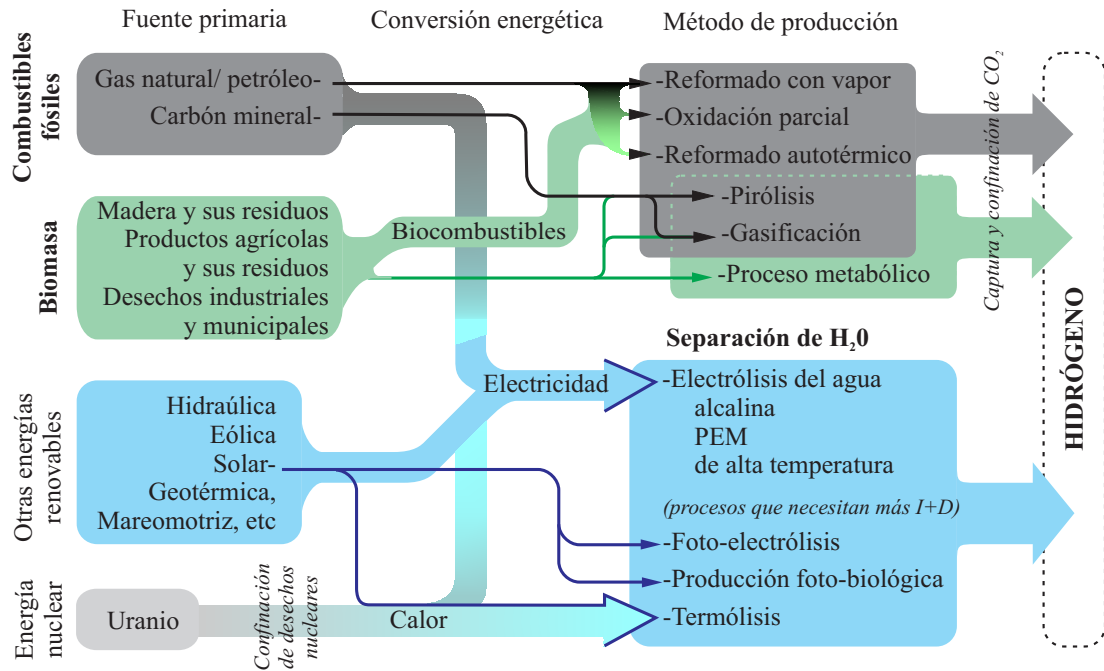
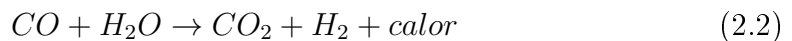
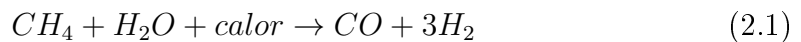


Figura 2.2: Caminos para la producción de hidrógeno

### 2.2.1. A partir de combustibles fósiles: H<sub>2</sub> “negro”

#### Reformado con vapor

El reformado de metano con vapor de agua (*Steam Methane Reforming*: SMR) es el método menos costoso y en consecuencia, el más empleado para producir hidrógeno en la actualidad. En la industria química y refinerías constituye la tecnología principal para la producción de hidrógeno a gran escala. El SMR es el proceso endotérmico por el cual el metano, componente principal del gas natural, reacciona según (2.1) con el vapor para entregar una mezcla de gases hidrógeno y monóxido de carbono llamada gas de síntesis. El calor requerido por la reacción normalmente se obtiene por combustión de parte del gas metano de alimentación. El proceso toma lugar a temperaturas elevadas, desde 750 a 850°C y presiones de 2 a 30 atm. El gas de síntesis contiene aproximadamente 12 % CO, el cual puede convertirse luego en CO<sub>2</sub> y mayor cantidad de H<sub>2</sub> utilizando el vapor en exceso a través de la reacción (2.2) denominada *water-gas shift* (WGSR).



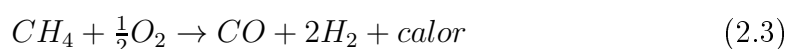
El reformado con vapor de la mayoría de los hidrocarburos ocurre únicamente sobre determinados catalizadores. Éstos suelen ser metales del grupo VIII, entre los cuales se destaca el níquel por su efectividad. Dependiendo de la selectividad del catalizador y de la saturación del hidrocarburo, la descomposición de este último puede favorecerse por la reacción con vapor.

El reformado de gas natural ofrece eficiencias de conversión energética de hasta 85 % para grandes sistemas centralizados. En el caso de reutilización del

vapor residual la eficiencia total puede ser aún mayor. El costo es altamente dependiente de la economía de escala y del precio del gas natural. Si se busca reducir las emisiones de carbono se debe considerar también el costo de capturar y confinar el dióxido de carbono obtenido como subproducto [57].

### **Oxidación parcial**

La oxidación parcial es un proceso de reformado donde el combustible es parcialmente quemado, es decir que el oxígeno entregado al sistema es sub-estequiométrico. La reacción exotérmica (2.3) provee el calor requerido por las otras reacciones en el reformador y da como resultado monóxido de carbono e hidrógeno. El monóxido de carbono producido se convierte luego en hidrógeno según (2.2).



La oxidación parcial es muy aplicada en refinarias para la conversión de residuos en hidrógeno, CO, CO<sub>2</sub> y agua. Además de gas metano acepta como combustible aceites, naftas y metanol. Aparte de requerir oxígeno puro, tiene la desventaja de ser menos eficiente y emitir más dióxido de carbono que el SMR, por lo que las tecnologías de captura de carbono son más necesarias aquí.

### **Reformado autotérmico**

Consiste en el agregado de vapor de agua al proceso de oxidación parcial. En la zona térmica del reactor ocurre la oxidación parcial (2.3). En la zona catalítica se agrega vapor para el reformado del hidrocarburo excedente según (2.1). Una de las ventajas frente al SMR puro es que no requiere de suministro externo de calor y que el reactor es más simple y de menores dimensiones.

### **Pirólisis**

Los hidrocarburos pueden convertirse en hidrógeno sin necesidad de producir CO<sub>2</sub> si su descomposición se realiza en ausencia de oxígeno a una temperatura de 1600°C, sólo provista por un reactor plasma. El *cracking* del metano (2.4) en presencia de un catalizador produce hidrógeno y negro de carbón. Este último puede ser capturado o aprovechado por distintas industrias, como por ejemplo la metalúrgica o fábricas de neumáticos.

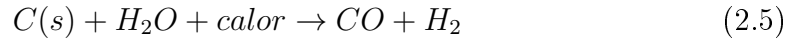


En teoría también se pueden pirolizar hidrocarburos más pesados, biomasa y residuos municipales. Los principales productos gaseosos de la pirólisis de biomasa son H<sub>2</sub>, CO<sub>2</sub>, CO y gases de hidrocarburos.

### **Gasificación**

La gasificación de carbón es un proceso que convierte carbón sólido en gas de síntesis compuesto principalmente de H<sub>2</sub>, CO, CO<sub>2</sub> y CH<sub>4</sub>. Una reacción típica

de este proceso es:



El carbón puede gasificarse de variadas formas controlando la mezcla de carbón, oxígeno y vapor dentro del gasificador (éste puede ser de tipo lecho fijo, lecho fluidizado, etc) [58]. Dado que la reacción es endotérmica se requiere calor adicional, como ocurre en el SMR. El CO producido se convierte luego en hidrógeno y dióxido de carbono a través de la reacción WGSR (2.2). El CO<sub>2</sub> obtenido resulta relativamente puro, por lo que su presurización y confinación directa es factible. Para la mayoría de las aplicaciones el hidrógeno necesita ser purificado.

Si bien este procedimiento ya se encuentra en su fase comercial, por ahora sólo puede competir con el SMR en países donde el costo del gas natural resulte muy alto. El potencial de las reservas mundiales de carbón sugiere que éste puede llegar a ser la principal materia prima del hidrógeno siempre que se resuelva el problema de la captura del carbono producido por la gasificación.

### Captura y confinación de dióxido de carbono

El dióxido de carbono es el principal subproducto en todas las tecnologías de producción de hidrógeno basadas en combustibles fósiles. La cantidad de CO<sub>2</sub> varía según la relación hidrógeno/carbón de la materia prima. Para que este método de producción sea sustentable dicho CO<sub>2</sub> debería capturarse y confinarse hasta minimizar sus emisiones. La captura implica la remoción de productos con contenido de carbono de la mezcla de gases emitidos desde el gasificador de carbón o el reformador de metano. La confinación consiste en su almacenamiento subterráneo en campos agotados de gas o petróleo, en lechos de carbón o acuíferos salinos profundos y bajo los océanos. Si bien muchas compañías de energía y electricidad se están esforzando por desarrollar tecnologías que permitan la captura de carbono, no se prevé que éstas lleguen a ser comercialmente viables en menos de una década [59].

#### 2.2.2. A partir de biomasa: H<sub>2</sub> “verde”

La biomasa es un recurso energético renovable capaz de desempeñar un papel sustancial en una matriz energética más diversificada y sustentable. La biomasa puede definirse como cualquier fuente renovable de carbono fijado, como la madera y sus residuos o productos agrícolas y sus residuos. También suelen considerarse biomasa los residuos industriales y municipales debido a su alto porcentaje de desechos alimenticios. En consecuencia la abundancia de materia prima de la biomasa es evidente.

Los procesos para la producción de hidrógeno a partir de biomasa pueden dividirse en tres categorías [60]:

1. Caminos directos de producción (por ejemplo pirólisis/gasificación, similar al caso del carbón).
2. Caminos indirectos de producción vía reformado de los biocombustibles producidos (por ejemplo biogas, biodiesel).

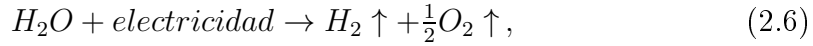
3. Procesamiento metabólico para desintegrar el agua vía fotosíntesis o para producir la reacción WGSR a través de organismos foto-biológicos.

Respecto al impacto neto del CO<sub>2</sub> asociado a la extracción de H<sub>2</sub> de la biomasa, se puede considerar menor que en el caso de los combustibles fósiles si se tiene en cuenta que dicha materia prima consume dióxido de carbono de la atmósfera durante su crecimiento. Por tal motivo esta opción se considera renovable y, en teoría, libre de carbono.

### 2.2.3. A partir de la separación del agua: H<sub>2</sub> “azul”

#### Electrólisis del agua

La electrólisis del agua es un proceso electroquímico que emplea energía eléctrica de corriente continua (DC) para separar el agua en sus elementos básicos:

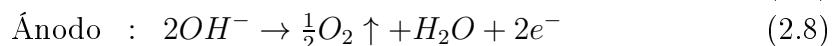
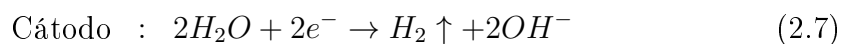


es decir en hidrógeno y oxígeno. Dado que este proceso utiliza únicamente agua como materia prima, puede producir hidrógeno y oxígeno de hasta un 99.9995 % de pureza.

La electrólisis fue descubierta por William Nicholson y Sir Anthoy Carlisle en el siglo XIX, poco después de que Alessandro Volta inventara la pila eléctrica. Sin embargo el mayor crecimiento de la industria de los electrolizadores se dio entre los años 1920 y 1930. Se llegaron a comercializar unidades cuyas dimensiones alcanzaron varios megavatios. La mayoría de estas instalaciones se construyeron cerca de plantas hidroeléctricas por representar una fuente económica de electricidad. A medida que las industrias fueron requiriendo mayor cantidad de hidrógeno, el SMR comenzó a ganar terreno gradualmente a causa de los menores costos. Actualmente el hidrógeno producido a partir de la electrólisis del agua representa un 4 % de la producción mundial [57]. Sin embargo el aumento sostenido del precio del gas natural hace prever que esta tecnología vuelva a predominar en el mercado del hidrógeno.

Un electrolizador ideal requiere 39 kWh y 8,9 litros de agua para producir 1 kg de hidrógeno bajo condiciones normales de presión y temperatura. La energía eléctrica requerida por los electrolizadores comerciales para producir la misma cantidad de hidrógeno normalmente asciende a 53,4 – 70,1 kWh, lo que se traduce en eficiencias del 73 al 56 % [46]. Los electrolizadores de baja temperatura que se fabrican son de dos tipos básicos: el alcalino y el de membrana de intercambio protónico (PEM).

**Electrólisis alcalina** La electrólisis alcalina es la opción más adecuada para aplicaciones estacionarias que operan a presiones de hasta 25 bar. Ésta se caracteriza por emplear una solución acuosa del 20 al 30 % de hidróxido de potasio (KOH) como medio conductor iónico. Los electrodos inmersos en dicho electrolito se polarizan según las reacciones electroquímicas originadas en ellos:

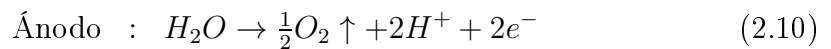
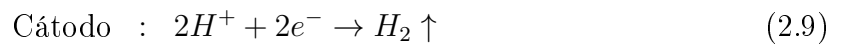


Cada par cátodo-ánodo conforma una celda de electrólisis básica que opera a 1,9 - 2,5 V de tensión continua. La interconexión de celdas mediante el par de electrodos conforma pilas de diseño unipolar o bipolar. En el **diseño unipolar** las celdas se interconectan en paralelo mediante electrodos de polaridad única. Es decir que cada electrodo se comporta como cátodo o ánodo, dando lugar a la reacción (2.7) o (2.8) respectivamente. Por este diseño se obtienen elevadas corrientes y bajas tensiones. La pilas unipolares se destacan por su simpleza constructiva y de reparación. En el **diseño bipolar**, más conocido como filtro-prensa, las celdas se interconectan en serie dando lugar a mayores tensiones de pila. Dado que por este arreglo los electrodos asumen ambas polaridades, cada uno de éstos actúa como ánodo en una de sus caras y como cátodo en la otra a excepción de los ubicados en las extremidades. La pila se construye alternando capas de electrodos con membranas de separación y prensando el conjunto con abrazaderas. Dado que las celdas son relativamente delgadas, la pila completa puede ser considerablemente más pequeña que en el diseño unipolar. La desventaja es que no se puede reparar una celda sin quitar de servicio toda la pila.

Los principales desafíos para el futuro de la electrólisis alcalina son la reducción de costos y el aumento de la eficiencia energética.

En el Cap. 3.2 se hace una caracterización pormenorizada del electrolizador alcalino.

**Electrólisis PEM** Una segunda tecnología de electrolizadores disponible en el mercado es la de membrana electrolítica de polímero sólido PEM. Originalmente fue desarrollada como parte de un programa espacial. En un electrolizador PEM el electrolito está contenido en una delgada membrana sólida conductora de iones en lugar de la solución acuosa de los electrolizadores alcalinos. Esto permite que los iones  $H^+$  (es decir, protones) se transfieran del ánodo hacia el cátodo y queden separados los gases de hidrógeno y oxígeno. El hidrógeno se produce en el lado del cátodo y el oxígeno en el lado del ánodo, como se aprecia en las reacciones (2.9) y (2.10):



Comúnmente se utiliza nafión como material de la membrana. Los electrolizadores PEM implementan el diseño bipolar y pueden operar a presiones diferenciales de cientos de bares a través de la membrana. Son aptos tanto para aplicaciones móviles como estacionarias. Su alto costo, baja capacidad, pobre eficiencia y corta vida útil con relación a los electrolizadores alcalinos puede revertirse significativamente redoblando esfuerzos en el desarrollo de materiales y diseño de las pilas [61].

**Electrólisis de alta temperatura** El aumento de la temperatura en el electrolizador baja la tensión de operación de la pila debido a que se reduce la cantidad de energía necesaria para iniciar la reacción (energía de activación). En otras palabras, al incrementarse las reacciones en los electrodos disminuyen las pérdidas

por sobrepotenciales. Adicionalmente, el potencial reversible teórico de las celdas del electrolizador se reduce. Quiere decir que se puede realizar un aumento significativo de la eficiencia global operando a altas temperaturas, en particular si se aprovecha el calor residual de otros procesos. Una tecnología típica de electrólisis con vapor a alta temperatura es la basada en la operación inversa de una celda de combustible de óxido sólido. La desventaja de esta tecnología es que a temperaturas de 1000°C aumenta la corrosión de los electrodos y membranas de separación, por lo que pueden requerir mayor mantenimiento y materiales especiales [62].

De igual manera sobrevienen otras ventajas por el aumento de la presión de operación de los electrolizadores. Éstas incluyen reducciones en el tamaño de las celdas de electrólisis, en el uso de compresores de gas y por lo tanto en el consumo de potencia específica [63].

Los factores que afectan el desempeño de los electrolizadores en general son múltiples e implican una relación de compromiso entre tensión de operación, tasa de producción de hidrógeno y costos de capital. La optimización de estos parámetros resulta particular para cada modelo comercial [46]. Si bien existen otras opciones de producción de H<sub>2</sub> “azul”, éstas son de aparición más reciente por lo que requieren mayor investigación y desarrollo previos a su implementación en sistemas de pequeña o gran escala. Algunas de tales opciones son:

- **Foto-electrólisis directa o fotólisis:** proceso por el cual un dispositivo semiconductor húmedo convierte luz incidente en energía química capaz de desintegrar la molécula de agua en hidrógeno y oxígeno [64].
- **Producción foto-biológica:** basada en la fotosíntesis, la producción de hidrógeno está catalizada por enzimas hidrogenasas que generan microorganismos (por ej. algas verdes y cianobacterias [65]).
- **Termólisis** o separación termoquímica del agua, por la cual se produce H<sub>2</sub> y O<sub>2</sub> a través de una serie de ciclos termoquímicos, como los de yodo/sulfuro, capaces de reducir las temperaturas por debajo de los 1000°C [66]. El aprovechamiento del calor generado por centrales nucleares tiene un impacto positivo en la eficiencia global de la conversión. Sin embargo debe tenerse en cuenta la naturaleza no renovable del uranio y el problema de la confinación de los desechos nucleares.

A modo de resumen de esta sección se comparan en la Tabla 2.1 las principales tecnologías de producción de hidrógeno disponibles en el mercado actual. Los valores de eficiencias presentados fueron extraídos de [67]. Éstos corresponden a eficiencias térmicas basadas en poderes caloríficos superiores (HHV, ver Cap. 3.2) en los casos de reformado, oxidación parcial y gasificación. En el caso de la electrólisis la eficiencia corresponde al poder calorífico inferior (LHV, ver Cap. 3.2) del hidrógeno producido sobre la energía eléctrica entregada a la celda electrolítica.

La Tabla 2.1 señala como método de producción de hidrógeno más eficiente en el mercado el reformado con vapor. Sin embargo, se debe enfatizar que las mayores eficiencias del SMR se consiguen con la producción a gran escala. Respecto

| Método de producción de H <sub>2</sub> (comercial) | Eficiencia | Emisión de C |
|--|------------|--------------|
| Reformado con vapor (SMR)                          | 70-85 %    | ++           |
| Oxidación parcial                                  | 60-75 %    | ++           |
| Gasificación de biomasa                            | 35-50 %    | +            |
| Electrólisis alcalina                              | 50-60 %    | ++ ó 0       |

Tabla 2.1: Comparación de tecnologías comerciales para la producción de H<sub>2</sub>

a los menores costos, ya se indicó que éstos dependen fuertemente del precio del gas natural, el cual es muy volátil particularmente en países importadores. Otra desventaja notable del SMR es la emisión de dióxido de carbono a la atmósfera, que lo hace desaconsejable en un mundo que se mueve a largo plazo hacia una economía global con restricción del carbono. Por otra parte las eficiencias más bajas corresponden a la opción basada en biomasa. Como se dijo oportunamente, esta tecnología en menor medida también genera emisiones de carbono si no se considera el impacto neto del CO<sub>2</sub>. Por último, las eficiencias intermedias las ofrecen los electrolizadores alcalinos, cuya tecnología actual proyecta un incremento de hasta el 80 % por la operación a altas presiones [57]. Respecto a las emisiones de carbono de la electrólisis, las mismas dependen exclusivamente del origen de la energía eléctrica aplicada. Si ésta proviene de la conversión de energías renovables, la emisiones producidas por la electrólisis del agua en teoría se reducen a cero. Por lo tanto la tendencia predominante es asociar dicha tecnología de producción de hidrógeno a la de las fuentes de energía renovables.

## 2.3. Fuentes de energía renovables

El nombre de energía *renovable* proviene del carácter inagotable a escala humana de las fuentes naturales que le dan origen. Éstas se pueden clasificar según tres tipos de energía natural como se muestra en la Fig. 2.3.

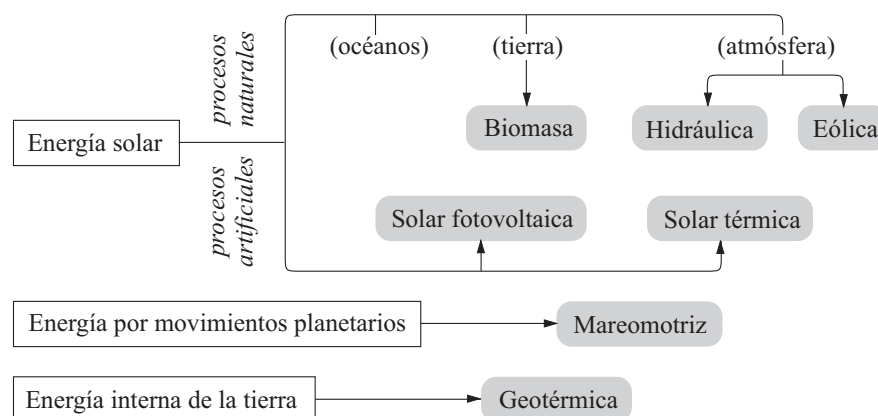


Figura 2.3: Clasificación de las energías renovables según la fuentes naturales que las originan

La mayor parte de la energía natural sobre la tierra es la energía solar y sus derivadas. Se estima que la energía solar incidente en la atmósfera es de

$1,73 \times 10^{17} \text{W}$ . El 30 % de ésta es reflejada al espacio y el resto se distribuye sobre la corteza terrestre. Allí se convierte en otras formas de energía a través de procesos naturales o artificiales. Los procesos naturales se pueden clasificar según el lugar físico donde ocurren, a saber: océanos, tierra (biomasa) y atmósfera (energías eólica e hidráulica). Los métodos creados por el hombre para la conversión de la energía solar en energía eléctrica se basan en la utilización directa (solar fotovoltaica) o indirecta (solar térmica) de la radiación [68].

La **energía mareomotriz** es producida por la atracción gravitacional de la luna y el sol actuando sobre los océanos y por la rotación de la tierra. El movimiento de estos cuerpos es el causante del aumento y disminución del nivel de agua de los grandes océanos según patrones predecibles. Los principales períodos de las mareas son diurnos y semidiurnos, presentando además máximos y mínimos cada 14 días y medio año. En mar abierto el cambio de altura máximo ronda el metro, pudiendo aumentar significativamente cerca de la costa a causa de efectos locales.

La **energía geotérmica** se define como el calor que atraviesa las capas superiores de la corteza terrestre como consecuencia de las altas temperaturas a las que se encuentra sometido el núcleo. La mayor parte de este calor se transfiere por conducción, mientras que una parte menor se transfiere por corrientes de convección de agua, vapor, gas o magma. Las regiones de mayor concentración de energía geotérmica coinciden con discontinuidades de la corteza terrestre donde la actividad tectónica es muy alta. Por lo tanto no constituyen la mejor ubicación para extracción geotérmica desde el punto de vista práctico.

A continuación se hace una breve descripción de las características generales de los recursos solar y eólico, cuyas tecnologías de conversión energética son las más prometedoras.

### 2.3.1. Recurso solar

La radiación solar incidente en la atmósfera es radiación de onda corta con longitudes de onda  $\lambda_S$  dentro del rango conocido como espectro solar. Dicho espectro se divide en tres regiones denominadas ultravioleta, visible e infrarroja. El espectro de la radiación incidente en la superficie terrestre difiere del de la radiación incidente en la atmósfera debido a fenómenos de dispersión y absorción ocurridos en la segunda. La mayor parte de la banda ultravioleta es absorbida por el ozono de la estratósfera. Las longitudes de onda superiores de la banda infrarroja, que de por sí tienen un bajo nivel de radiación, son absorbidas por el CO<sub>2</sub> concentrado en la atmósfera. Por lo tanto en aplicaciones prácticas que aprovechan la energía solar en tierra se tienen en cuenta radiaciones de longitud de onda entre 0,29 y 2,5  $\mu\text{m}$  [69].

El potencial teórico de la energía solar disponible supera ampliamente la demanda actual y futura de energía en todo el mundo. Sin embargo, en general su distribución global resulta muy dispar. Los factores a tener en cuenta para estimar el potencial solar de una ubicación particular son muy variados. La órbita de la tierra y la inclinación de su eje de rotación hace de la energía solar un recurso muy variable. Además las condiciones climáticas locales, como niebla,



nubes, lluvias y nieve lo vuelven un recurso fuertemente estocástico. Las mejores condiciones para la utilización de la energía solar se encuentran en regiones donde las variaciones estacionales son relativamente más bajas, como ocurre en ubicaciones cercanas al Ecuador. Por otra parte los mayores niveles de radiación se encuentran en regiones de clima seco cercanas a los trópicos [47].

El mejor método para determinar la disponibilidad de energía solar es a partir de datos de medidas de radiación. En su defecto se puede hacer una estimación de radiación promedio utilizando ecuaciones empíricas y programas de simulación. La Fig. 2.4 representa a través de una escala de colores el promedio de la radiación solar obtenida localmente en distintos puntos del planeta a lo largo de tres años. Para el cálculo se utilizaron datos de formación de nubes obtenidos con satélites climáticos. Considerando una eficiencia de tan sólo 8 % en la conversión energética, la suma de áreas destacadas con círculos oscuros ya superaría la demanda actual de energía primaria del planeta [70].

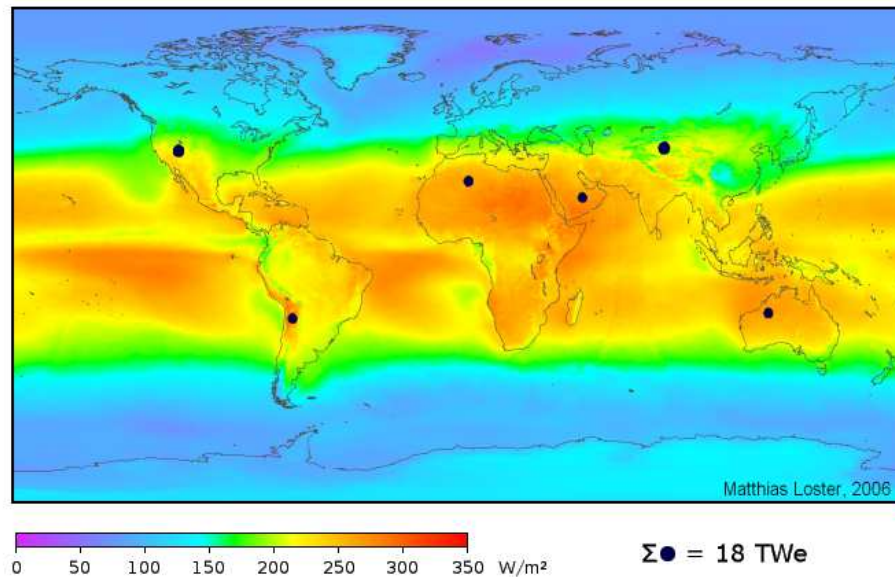


Figura 2.4: Radiación solar promedio incidente en la tierra (1991-1993) [70]

### 2.3.2. Recurso eólico

A gran escala el movimiento de masas de aire en la atmósfera es consecuencia directa del calentamiento desigual de la superficie terrestre por parte del sol. Aproximadamente el 2 % de la energía solar absorbida por la atmósfera se convierte en energía del viento. En regiones con concentración permanente de aire caliente, como las próximas al Ecuador, se forman centros de baja presión. Asimismo, los sumideros de aire frío forman centros de alta presión en los polos y en latitudes cercanas a 30°N y 30°S. Ambas centros son zonas calmas y de escasos vientos, pero entre ellos circula el aire permanentemente desde la alta hacia la baja presión. La posición de los centros dominantes de baja y alta presión se

modifica debido a cambios estacionales, y la dirección de circulación de aire entre éstos se ve afectada por la rotación de la tierra (efecto Coriolis).

En baja escala los efectos térmicos locales son causantes de vientos. Por ejemplo la diferencia de temperatura entre el mar y la costa en regiones calurosas. Estos vientos llamados térmicos pueden amplificarse gracias a la topografía del lugar, como ocurre en valles rodeados por montañas. Pero cerca del suelo la velocidad del aire se reduce por fricción superficial. Este efecto depende de la altura respecto del suelo y de la rugosidad de éste. Los vientos más fuertes se encuentran sobre áreas costeras y llanuras [47].

Si bien las velocidades del viento  $\nu$  son altamente variables, para una dada ubicación la distribución de sus valores medios puede describirse razonablemente mediante una función de densidad de probabilidades conocida como función de Weibull:

$$f(\nu) = \frac{b}{\nu_c} \left( \frac{\nu}{\nu_c} \right)^{b-1} \exp \left[ \left( -\frac{\nu}{\nu_c} \right)^b \right], \quad (2.11)$$

donde  $\nu_c$  es el parámetro de escala y  $b$  el parámetro de forma. La estadística de Weibull permite caracterizar los regímenes de viento de un lugar. Cuando  $b \approx 1$ ,  $f(\nu)$  es relativamente plana, por lo que describe los regímenes de viento variables. Cuando  $b \approx 2$ ,  $f(\nu)$  es más sesgada (se aproxima a la distribución de Rayleigh) y describe a los regímenes de viento relativamente constantes. Si  $b$  varía entre 2 y 3,  $f(\nu)$  representa áreas generalmente calmas en las que cada tanto irrumpen vientos provocados por un tifón, mientras que  $b = 4$  corresponde a regiones con vientos más constantes, como por ejemplo los que se dirigen hacia el Ecuador [71].

Para caracterizar el recurso eólico de un lugar más que la velocidades media  $\nu$  del viento se utiliza como unidad de medida la densidad de potencia eólica

$$p_\nu = \frac{1}{2} \rho \nu^3 \text{ [W/m}^2\text{]}, \quad (2.12)$$

donde  $\rho$  es la densidad de la corriente de aire que atraviesa un área normal unitaria. El valor promedio de  $p_\nu$  depende de la forma de la distribución de Weibull. En la Tabla 2.2 se muestran los valores promedio de  $p_\nu$  que se obtienen para distintas velocidades medias considerando  $b = 2$  y una altura de 50 m sobre el nivel del mar [72]. Dichos valores se agrupan en siete categorías o clases. Desde el punto de vista técnico la energía eólica resulta útil a partir de la clase 3.

| Clase de potencia eólica | Densidad de potencia eólica promedio anual (W/m <sup>2</sup> ) | Velocidad media de viento equivalente (m/s) |
|--------------------------|--|---|
| 1                        | 0 - 200  | 0,0 - 5,6                                   |
| 2                        | 200 - 300  | 5,6 - 6,4                                   |
| 3                        | 300 - 400  | 6,4 - 7,0                                   |
| 4                        | 400 - 500  | 7,0 - 7,5                                   |
| 5                        | 500 - 600  | 7,5 - 8,0                                   |
| 6                        | 600 - 800  | 8,0 - 8,8                                   |
| 7                        | 800 - 2000   | 8,8 - 11,9                                  |

Tabla 2.2: Clasificación de vientos basada en la densidad de potencia eólica [72]

Con base en las mayores velocidades de viento y áreas disponibles mar adentro, y más aún debido a la posibilidad de incrementar la potencia instalada de las granjas eólicas hasta 1000 megavatios, la tendencia de utilización de la energía del viento *offshore* está creciendo al punto de representar una alternativa real para las centrales eléctricas de gran escala [72]. Las condiciones oceanográficas y meteorológicas son decisivas para la factibilidad técnica y económica del emplazamiento de turbinas *offshore* en determinada ubicación. La Fig. 2.5 muestra la distribución de densidades de potencia eólica sobre los océanos. Elaborado a partir de mediciones satelitales, este mapa global permite determinar las regiones más favorables del emplazamiento “mar adentro” [73].

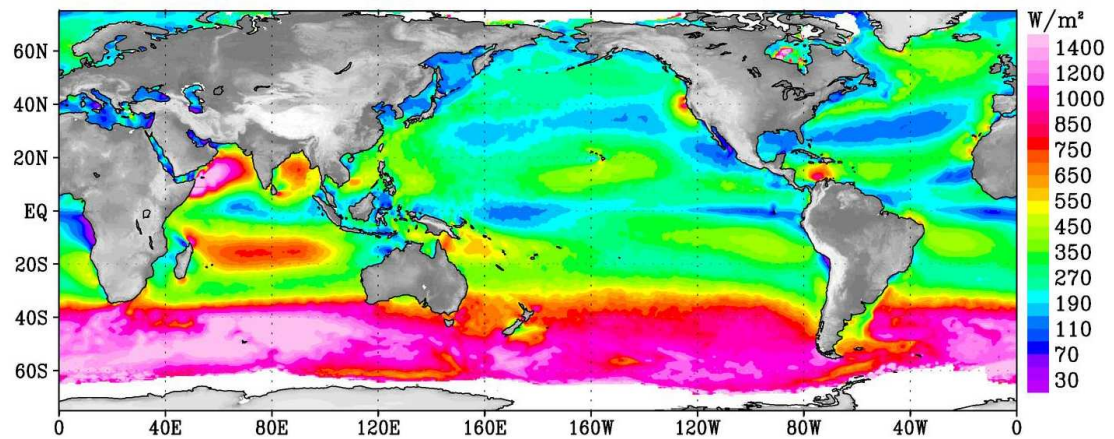


Figura 2.5: Densidad de potencia eólica de los océanos (invierno del hemisferio sur) [73]

### 2.3.3. Energías renovables para la producción de hidrógeno

El aprovechamiento de las energías renovables para la producción de hidrógeno posibilita la proyección de este combustible hacia un futuro sustentable. Los factores que más favorecen el desarrollo de tecnologías que implementen este concepto son, entre otros, el bajo impacto ambiental y la abundancia de los recursos energéticos renovables [74, 75].

Ya a principios del siglo XX surgió la idea de que la energía eléctrica requerida por la electrólisis del agua podía generarse a partir de recursos renovables. En 1923 John B.S. Haldane propuso a estos efectos aprovechar la energía eléctrica proveniente de las turbinas eólicas. El mismo sugería almacenar el hidrógeno y el oxígeno así producidos para destinarlos a aplicaciones industriales, de transporte o calefacción, o para reconvertir en potencia eléctrica cuando ésta fuese requerida a través de máquinas de combustión interna o celdas de combustible [76]. En los años '60 y '70, el advenimiento de las tecnologías solares impulsó el estudio del potencial de la electrólisis vía energía solar [52]. A partir de entonces se han realizado numerosas experiencias con el propósito de optimizar la producción de hidrógeno generado con sistemas de conversión de energía eólica, solar o una combinación de ambas denominada híbrida, de forma tal que la energía demandada pudiera satisfacerse en su totalidad con recursos renovables [77, 78].

Los sistemas de generación renovable de hidrógeno (SGRHs) [79] se pueden clasificar según el tipo de dependencia externa con la red eléctrica y, a su vez, según el tipo de integración interna de sus componentes principales [80, 81, 82]. En efecto, el electrolizador encargado de producir hidrógeno, los paneles solares que efectúan la conversión de energía solar fotovoltaica y las turbinas de viento que realizan la conversión eólica se pueden interconectar a través de diversos componentes de electrónica de potencia, los cuales impactan de manera particular en la eficiencia y costos totales. La descripción de las configuraciones posibles se desarrolla en el Cap. 3.

Entre los desafíos que enfrentan los SGRHs cabe mencionar la necesidad de cumplir con la demanda de hidrógeno independientemente de la variabilidad de los recursos renovables y la reducción del costo de la energía eléctrica aplicada a la electrólisis. En el pasado uno de los mayores inconvenientes que presentaban las tecnologías eólica y solar eran los costos prohibitivos del capital requerido. Sin embargo a lo largo de los últimos 30 años éstos se han ido reduciendo notablemente [46]. Teniendo en cuenta éste y otros factores se pueden hacer estimaciones del costo final que debería exhibir el hidrógeno denominado azul.

## 2.4. Costo del $H_2$ “azul”

La Fig. 2.6 muestra los factores que aportan al costo final del hidrógeno generado mediante electrólisis considerando las distintas etapas seguidas en su producción, transporte y distribución. Desde el punto de vista de la energía eléctrica consumida se debe considerar su costo y el factor de capacidad del sistema que la genera. Respecto de la producción importa la eficiencia y los costos de capital, operación y mantenimiento de los electrolizadores. Para el transporte de energía se debe determinar si se trata de energía eléctrica o de gas hidrógeno. Todos estos factores se pueden asociar con dos modelos de producción: la electrólisis centralizada y la distribuida.

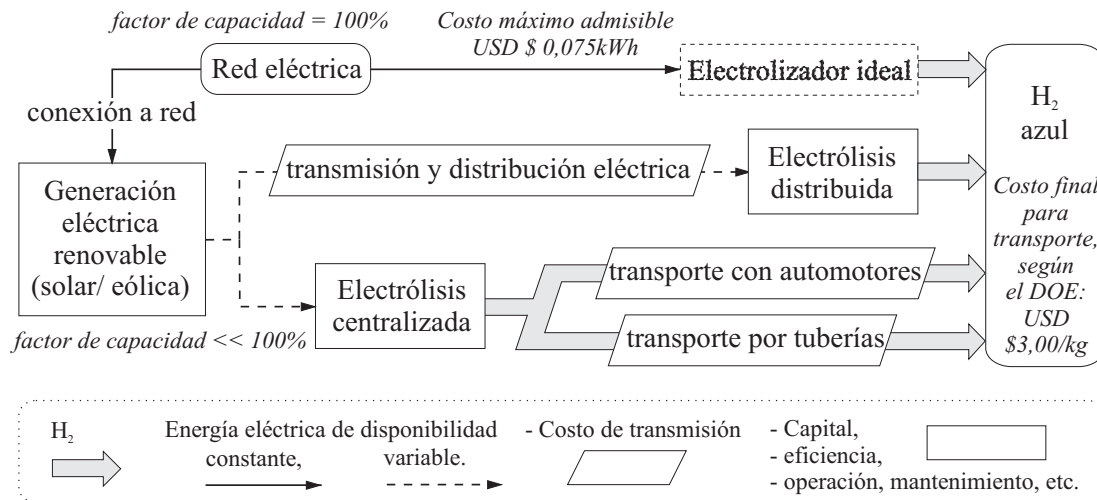


Figura 2.6: Factores que afectan el costo final del  $H_2$  azul

Para facilitar la transparencia y consistencia en la determinación del costo actual del hidrógeno el Departamento de Energía de Estados Unidos (DOE) creó en 2003 la herramienta *Hydrogen Analysis* (H2A) [83]. Con base en ciertos supuestos y valores de los distintos factores mencionados, esta herramienta se puede aplicar a diferentes tecnologías y capacidades de producción. Como unidad estándar emplea el USD\$/kg debido a que el contenido energético de un kilogramo de hidrógeno es aproximadamente igual al de un galón de gasolina (3,79 litros).

### 2.4.1. Costo de la energía eléctrica

Estudios del costo del hidrógeno producido vía electrólisis, basados en proyecciones estándar de H2A hasta 2070, indican que uno de los factores más significativos es el costo de la energía eléctrica, que contribuye en un 68 % al costo final. Éste costo supera ampliamente al segundo en importancia, que es el costo del capital [84]. La Fig. 2.7 muestra la dependencia del costo del hidrógeno con el costo de la energía eléctrica utilizada para la separación del agua. Dado que se trata de un análisis de costo límite inicial, no se tuvieron en cuenta para el cálculo los costos de capital, operación y mantenimiento.

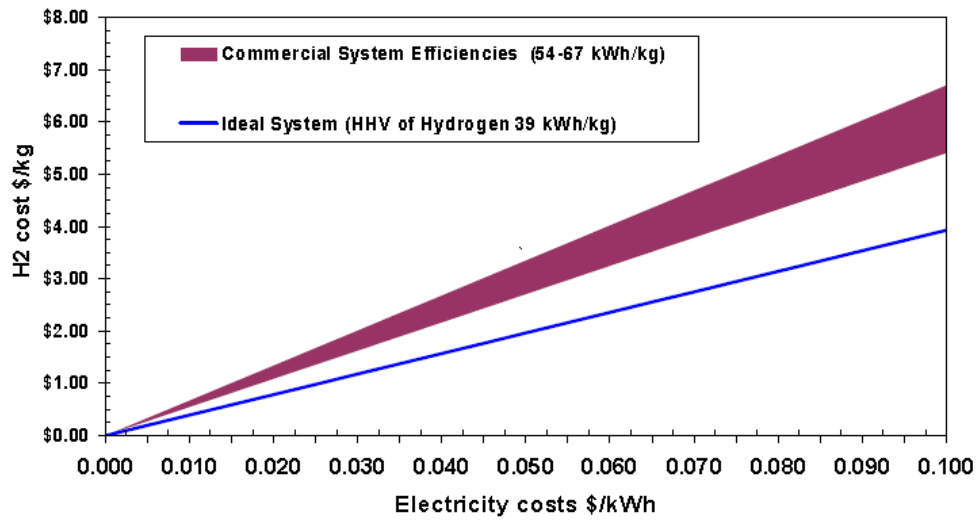


Figura 2.7: Costo del  $H_2$  azul considerando únicamente el costo de la energía eléctrica consumida en la electrólisis [46]

Si se fija como costo del hidrógeno el máximo de USD\$ 3,00/kg establecido por el DOE como objetivo para abastecer el mercado del transporte, por observación de la Fig. 2.7 se pueden extraer las siguientes conclusiones:

- el precio máximo de la energía eléctrica consumida por un electrolizador de eficiencia ideal no debería superar los USD\$ 0,075/kWh (recta azul);
- los precios de la energía consumida por electrolizadores de eficiencias reales deberían recaer en el intervalo USD\$ 0,045 - 0,055/kWh (sector violeta);

Dado que el costo máximo de USD\$ 0,075/kWh corresponde al electrolizador ideal conectado a la red eléctrica, cualquiera de las opciones de generación renovable indicadas en la Fig. 2.6 requerirá menor costo de electricidad para dar margen al costo de transmisión–distribución eléctrica (electrólisis distribuida) o transporte del hidrógeno (electrólisis centralizada).

Si bien existen oportunidades para reducir el costo y mantenimiento de los electrolizadores así como para aumentar su eficiencia, esto prácticamente no afecta el costo máximo de la electricidad analizado en la Fig. 2.7. Significa que para alcanzar el objetivo de costo del H<sub>2</sub> “azul” los esfuerzos se deben centrar en minimizar el costo de la energía eléctrica y demás costos vinculados a ésta, los cuales se diversifican cuando dicha energía es generada a partir de fuentes renovables [46].

### 2.4.2. Costos de las tecnologías renovables

Una de las opciones más atractivas para proveer energía limpia, local y libre de carbono a las unidades de electrólisis es hacer uso de la energía eléctrica generada por las tecnologías eólica y solar. Sin embargo, la combinación de estas tecnologías con la electrólisis presenta desafíos en lo referente a costos y variabilidad de la energía entregada.

Los costos de las tecnologías solares han ido disminuyendo drásticamente desde los años '70 al punto que si se proyectara esta tendencia hacia el año 2015, éstos descenderían a valores compatibles con los objetivos de producción de hidrógeno establecidos por el DOE [85]. Dicha situación valdría tanto para los paneles solares térmicos, como así también los concentradores solares y aún los paneles fotovoltaicos. Con respecto a las tecnologías eólicas, la reducción de costos también ha sido significativa. Más aún, se puede afirmar que las turbinas eólicas emplazadas en regiones de viento de clase 4 actualmente están en condiciones de producir energía eléctrica de USD\$ 0,045–0,055/kWh [86].

Además del costo de la electricidad entregada por las tecnologías solar y eólica, otro parámetro crítico estrechamente ligado a la variabilidad del recurso renovable es el factor de capacidad. El factor de capacidad o factor de carga se define como la relación entre la energía que se genera durante un período dado a potencia variable y la generada durante igual período a potencia nominal. Cuando se encuentran aislados de la red eléctrica los sistemas de conversión renovable exhiben factores de capacidad relativamente bajos. Según la calidad del recurso un sistema fotovoltaico puede presentar factores de capacidad típicos del 25 %, mientras que los de un sistema eólico pueden llegar al 35 % [46]. Tales valores son los factores de capacidad de los electrolizadores en la medida que éstos se dimensionen según la máxima capacidad del sistema de conversión renovable. Si se desea que el electrolizador opere a su máximo factor de capacidad el sistema debería poder tomar potencia de la red. Por esta configuración el factor de capacidad del electrolizador puede aumentar por un incremento no sólo en la disponibilidad del recurso renovable sino también en la disponibilidad de energía de la red al precio especificado.

El mayor impacto del factor de capacidad en los sistemas actuales se debe

principalmente a los altos costos de capital, los cuales hacen antieconómico mantener ociosos los equipos. Por su parte, el mayor impacto del costo de la energía eléctrica se puede atribuir a las bajas eficiencias de tales equipos. Por lo tanto la propuesta de alimentar los sistemas actuales de producción de hidrógeno mediante una combinación de generación renovable y red eléctrica es una opción razonable para la reducción del costo del hidrógeno por cuanto permite maximizar los factores de capacidad y minimizar los costos de la energía eléctrica [87]. Sin embargo no se debe perder de vista que la mayor participación de la red eléctrica puede estar asociada a una mayor emisión de carbono a la atmósfera.

## 2.5. Resumen del capítulo

La promoción del hidrógeno como vector energético de un futuro sustentable se basa principalmente en la capacidad de sustituir a los combustibles fósiles. La crisis energética de 1973 obligó a los países a reconsiderar esta idea que desde los años '20 venía siendo desarrollada por la comunidad científica. A partir de entonces se registraron importantes avances tecnológicos en la producción, almacenamiento, transporte y distribución del hidrógeno, los cuales se comenzaron a comercializar en los '90. Este importante pasaje de la “energía del hidrógeno” a la “economía del hidrógeno” está dándose a la par de una mayor conciencia mundial de la influencia de las emisiones de carbono en el cambio climático. Precisamente, el hidrógeno como alternativa a los combustibles fósiles se caracteriza por su ciclo 100 % benigno con el medio ambiente. En la actualidad toda nueva investigación y avance de los problemas parciales de la energía y economía del hidrógeno está siendo interpretada como un paso adelante hacia la “civilización del hidrógeno”, movimiento que según los expertos es el único capaz de impedir una catástrofe ecológica mundial.

El hidrógeno en la naturaleza se encuentra combinado con otros elementos y su extracción requiere suministrar una determinada cantidad de energía. Existe una gran variedad de métodos de producción, los cuales se pueden clasificar en tres grandes grupos según el origen del hidrógeno extraído, que puede ser los combustibles fósiles, la biomasa y el agua respectivamente. El reformado del gas natural se impone en el mercado mundial por ser el método más eficiente y rentable de producción de hidrógeno a gran escala. Sin embargo, como ocurre con todas las tecnologías basadas en combustibles fósiles, el principal subproducto es el dióxido de carbono que requiere ser capturado y confinado para que el reformado sea sustentable. Por su parte la extracción de hidrógeno de la biomasa podría considerarse libre de carbono teniendo en cuenta que durante su crecimiento ésta consume  $\text{CO}_2$  de la atmósfera. Aún así, las tecnologías desarrolladas para la extracción de hidrógeno de la biomasa presentan las eficiencias más bajas y la mayoría de ellas aún no ha superado la fase experimental. En cuanto a la producción de hidrógeno a partir de la separación de los elementos básicos del agua ( $\text{H}_2$  “azul”), la tecnología más madura es la electrólisis alcalina. Entre las ventajas que tornan comercialmente competitiva esta opción, especialmente en baja y mediana escala, se destacan la eficiencia del proceso y la pureza del gas producido. Pero el principal beneficio de la electrólisis en general es que puede

producir hidrógeno utilizando energía eléctrica proveniente de fuentes energéticas renovables. De esta manera las emisiones de carbono asociadas a la producción de hidrógeno se minimizan, confiriendo la sustentabilidad a este vector energético.

El desarrollo de tecnologías que aprovechan las energías renovables para la producción de hidrógeno también se ve favorecido por el carácter inagotable a escala humana de las fuentes naturales. La mayor parte de la energía natural sobre la tierra es la solar y sus derivadas, entre las cuales se destaca la energía eólica. La abundancia del recurso solar disponible es tal que en teoría supera ampliamente la demanda actual y futura de energía en todo el mundo. Sin embargo las variaciones estacionales y condiciones climáticas locales lo hacen un recurso fuertemente estocástico. Además está el inconveniente de los costos de las tecnologías eólica y solar que aún no han descendido lo suficiente para que sea rentable la comercialización del hidrógeno generado por éstas. Por ejemplo, la extensión del mercado del hidrógeno al sector transporte impone un objetivo de costo difícil de alcanzar en la actualidad si se busca satisfacer la demanda total de combustible alternativo con recursos renovables. Es importante entonces concentrar esfuerzos por acelerar la reducción de costos en cualquiera de las etapas involucradas, ya sea producción (centralizada o distribuida), transporte y entrega. Una forma de optimizar los costos totales de un sistema de generación renovable de hidrógeno (SGRH) es maximizar su factor de capacidad mediante el soporte adecuado de la red eléctrica si está disponible. Ésta y otras configuraciones posibles del SGRH se presentan a continuación en el Cap. 3.



## Capítulo 3

# Sistemas de generación renovable de hidrógeno (SGRHs)

La Fig. 3.1 muestra en un esquema general las distintas etapas constitutivas de un sistema de generación de hidrógeno alimentado por fuentes de energía renovables.

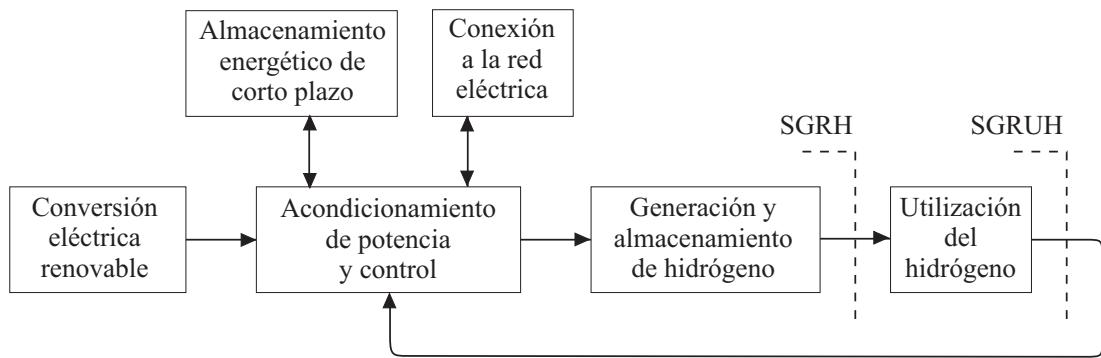


Figura 3.1: Sistema de generación renovable de  $H_2$  genérico

El bloque de **conversión eléctrica renovable** integra una o varias de las fuentes naturales variantes en el tiempo vistas en el Cap. 2. En este trabajo particular se consideran las fuentes solar fotovoltaica y eólica. Los dispositivos que realizan la conversión eléctrica a partir de dichas fuentes se describen en los Caps. 5 y 6, respectivamente. La energía eléctrica generada se utiliza para la electrólisis del agua, que es el método aplicado en el bloque de **generación de hidrógeno**. Todos los aspectos teóricos y prácticos relativos al electrolizador alcalino, que es el dispositivo aplicado para la electrólisis, se describen en la sección 3.2. El **almacenamiento del hidrógeno** es un aspecto importante no sólo porque éste proviene de una fuente variante en el tiempo sino también porque su demanda puede ser altamente fluctuante. El  $H_2$  se puede almacenar como gas a muy alta presión o como líquido a muy baja temperatura. También puede ser absorbido por metales formando hidruros o por materiales de gran área específica, como algunas formas de carbono [88]. En el bloque de **almacenamiento energético de corto plazo** se consideran dispositivos de almacenamiento de energía eléctrica tales como bancos de baterías [89], volantes de inercia o supercapacitores

[90]. Su función es contribuir al balance de potencia ante transitorios del orden de unos pocos segundos o minutos, producidos básicamente por las variaciones del recurso renovable. Dicha función la puede desempeñar la **conexión a la red eléctrica**, si ésta se encuentra disponible. Esta alternativa es de particular interés en este estudio.

El bloque de **utilización del hidrógeno** representa el destino final de éste, ya sea para generación eléctrica a través de una celda de combustible (**carga eléctrica**) o para combustión en motores, cocinas o calefacción (**carga térmica**). La clasificación más amplia de los sistemas de generación de  $H_2$  se puede basar en la existencia de este bloque. En efecto, según [79] un Sistema de Generación Renovable de Hidrógeno (SGRH) se limita a producir y almacenar  $H_2$ , mientras que un Sistema de Generación Renovable y Utilización de Hidrógeno (SGRUH) incluye una carga de naturaleza térmica o eléctrica que hace uso del  $H_2$ . Una aplicación posible de un SGRH es como estación de abastecimiento, mientras que aplicaciones típicas de un SGRUH pueden incluir el consumo residencial o de transporte. La reinyección de la energía eléctrica obtenida a partir del consumo de una celda de combustible resulta muy apropiado en sistemas autónomos. Las aplicaciones que pueden obtenerse por reutilización del  $H_2$  se describen en la sección 3.1.

El bloque de  **acondicionamiento de potencia y control**  realiza el acoplamiento de los bloques anteriores aplicando convertidores de potencia según las estructuras que se presentan en la sección 3.3. El control de los convertidores debe garantizar el balance de potencia y las especificaciones óptimas de funcionamiento de los distintos componentes del sistema. Las estrategias de manejo de potencia se introducen en la sección 3.4 bajo el nombre de “gestión de energía”.

Los objetivos del presente capítulo son:

- Presentar las distintas configuraciones que pueden conformar un sistema de generación renovable de hidrógeno, analizando sus posibles aplicaciones.
- Estudiar el dispositivo que implementa la producción de hidrógeno, el cual es común a todas las configuraciones: obtener un modelo acabado del comportamiento del electrolizador y establecer sus condiciones de operación.
- Evaluar las estructuras que resultan de acoplar el electrolizador a los demás dispositivos del sistema y mostrar cómo la gestión de energía se puede efectuar mediante un control adecuado de los convertidores electrónicos aplicados.
- Identificar características particulares de las dinámicas asociadas a cada convertidor y a su operación conjunta, tales que induzcan la representación de los SGRH como sistemas híbridos.

### 3.1. Aplicaciones de los sistemas de generación renovable de $H_2$

Del esquema genérico de un sistema de generación renovable de  $H_2$  representado en la Fig. 3.1 se puede derivar una gran variedad de configuraciones que responden a alguna aplicación particular (ver Barbir [81] y Sherif et al. [80]). Por simplicidad se ignorará en cada una de ellas el bloque de almacenamiento de corto plazo. Como ejemplos prácticos se citarán algunas plantas demostrativas que se encuentran en fase de desarrollo.

#### 3.1.1. Generación renovable de $H_2$ independiente de red

En esta configuración no existe conexión a la red eléctrica, por lo que la energía renovable extraída por el sistema de conversión eólica y/o solar fotovoltaica es enviada en su totalidad al electrolizador responsable de la electrólisis del agua. El  $H_2$  producido se puede almacenar para luego ser utilizado por otro sistema, en cuyo caso se trata de un SGRH. También puede tratarse de un SGRUH si el  $H_2$  se emplea para consumo propio. Pero la energía eléctrica que pudiera generarse por su utilización aquí no es reinyectada al SGRUH. El esquema correspondiente se muestra en la Fig. 3.2.

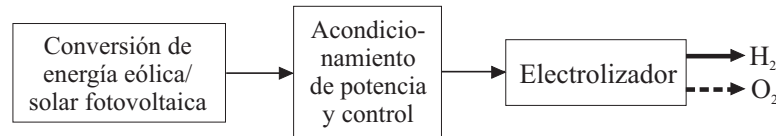


Figura 3.2: Esquema de la generación renovable de  $H_2$  independiente de red

Una de las ventajas de esta aplicación es que no tiene que enfrentar desbalances de carga y otros problemas propios de la conexión a red. La principal desventaja es que el electrolizador se expone a una alimentación fuertemente variable. En el bloque de acondicionamiento y control se deben incluir convertidores de potencia que satisfagan los requerimientos de tensión y corriente del electrolizador minimizando las pérdidas de conversión para distintas potencias generadas.

Esta clase de SGRH resulta apropiada en regiones remotas donde el recurso natural es abundante pero se encuentra demasiado apartado de la red de distribución. El hidrógeno producido a partir de ese recurso puede utilizarse *in situ* como combustible para transporte o para fines residenciales. Para su utilización *ex situ* el hidrógeno puede transportarse a través de gasoductos. Cuando las distancias a recorrer superan los 1000 km esta alternativa comienza a ser más económica que la transmisión eléctrica [80].

Una de las primeras plantas piloto que implementa la generación renovable de  $H_2$  independiente de red es la instalada a 50 km de Riyadh, Arabia Saudita, como parte del programa HYSOLAR [91]. La planta consta de un sistema de conversión solar fotovoltaica de 350 kW directamente acoplada a un sistema electrolizador avanzado de igual potencia y almacenamiento de hidrógeno comprimido. A partir

de la experiencia de largo plazo acumulada se obtuvieron datos de desempeño que permitieron optimizar el sistema y ampliar sus capacidades.

### 3.1.2. Generación renovable de $H_2$ asistida por red

Esta configuración difiere de la anterior en la conexión a la red eléctrica, que aquí se incorpora para prestar asistencia al suministro de potencia del electrolizador entregada por las fuentes de energía renovable. La unidad de acondicionamiento de potencia y control posibilita la combinación de ambas generaciones como se indica en la Fig. 3.3.

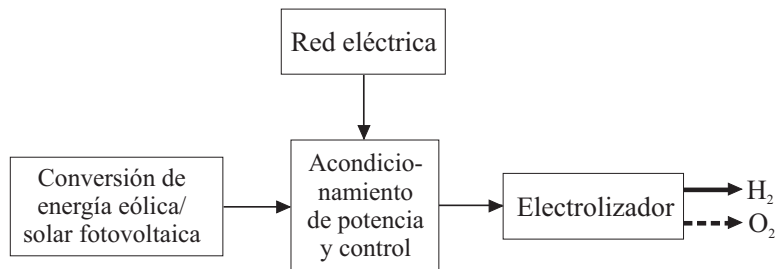


Figura 3.3: Esquema de la generación renovable de  $H_2$  asistida por red

Las ventajas principales de esta variante son que elimina los problemas asociados a la operación intermitente del electrolizador y mejora su factor de capacidad. En efecto, independientemente de las variaciones propias del recurso natural, el electrolizador puede operar en todo momento a la potencia nominal haciendo que la red aporte la potencia faltante. En ese caso la interrupción de la producción respondería únicamente a razones de mantenimiento, con lo que se obtendrían factores de capacidad de hasta el 90 % y una consiguiente reducción de costos del hidrógeno. La principal limitación es que no siempre la red se encuentra disponible, en especial en las regiones de mayor potencial renovable que suelen estar apartadas de las concentraciones de población. Otro inconveniente es que si la potencia entregada por la red se obtiene a partir de combustibles fósiles el hidrógeno producido de esta manera ya no sería por completo libre de emisiones.

Una planta de prueba que emplea esta configuración es la desarrollada en el Centro de Investigaciones de Casaccia, ENEA, cerca de Roma [92]. Fue uno de los primeros intentos por integrar las tecnologías de energía eólica con los electrolizadores y permitió complementar los estudios previos de producción de hidrógeno basada en energía fotovoltaica. La asistencia de la red en este prototipo es *ON-OFF*. Es decir, la potencia entregada al electrolizador se puede tomar de manera exclusiva de la turbina o de la red mediante la conmutación de una llave. El objetivo que persigue la experiencia es examinar la tolerancia de un electrolizador a potencias de entrada fluctuantes dentro de los límites de operación segura.

### 3.1.3. Generación renovable de $H_2$ y energía eléctrica

Si el objetivo de la conexión a red de la configuración anterior es absorber parte de la potencia generada por el SGRH, se tiene el sistema de generación renovable de  $H_2$  y energía eléctrica de la Fig. 3.4.

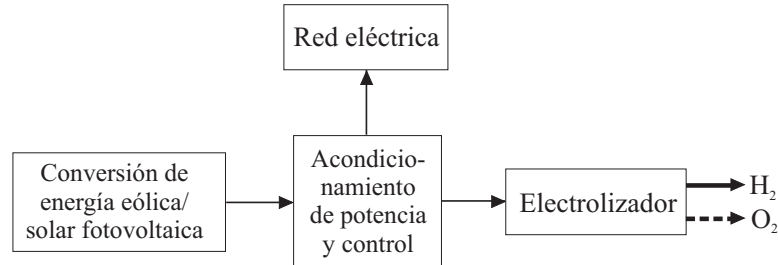


Figura 3.4: Esquema de la generación renovable de  $H_2$  y energía eléctrica

Este concepto tiene una aplicación interesante en la generación de energía eléctrica a partir de fuentes renovables. El excedente de potencia en estos sistemas, cuando la generación supera los límites impuestos por la red de distribución, en lugar de descartarse se puede aprovechar para generar hidrógeno. Los inconvenientes son la operación variable del electrolizador y su bajo factor de capacidad. Si la aplicación se centra en la producción de hidrógeno, con esta misma configuración el electrolizador puede operar a potencia constante y el excedente de la conversión renovable se puede enviar a la red (siempre que su capacidad de absorción lo permita).

Como ejemplo práctico de esta configuración se puede mencionar la planta experimental de hidrógeno instalada en la provincia de Santa Cruz, Argentina [93]. La alimentación del electrolizador experimental de 5 kW de la planta proviene del parque eólico “Jorge Romanutti” ubicado en sus cercanías, cuya potencia instalada es de 2,4 MW. La electricidad generada por el parque abastece parte de la demanda de la ciudad de Pico Truncado que se encuentra vinculada a la red nacional. El hidrógeno producido provee de combustible a dos automóviles municipales y el calor generado en el proceso es aprovechado por un módulo de invernadero próximo.

### 3.1.4. Sistema integrado de energía eléctrica renovable- $H_2$

En el caso que la configuración previa tenga como único propósito proveer energía eléctrica a la red, el hidrógeno producido por el electrolizador puede almacenarse y, cuando la demanda lo requiera, reconvertirse en electricidad a través de una celda de combustible. La Fig. 3.5 muestra el electrolizador, tanque y celda de combustible que, en forma separada o integrados en una “celda de combustible regenerativa”, constituyen el dispositivo de almacenamiento de largo plazo de la generación eléctrica renovable. Aquí la unidad de acondicionamiento de potencia y control tiene que cumplir funciones más complejas. Entre las funciones de alto nivel se cuenta el tomar decisiones acerca de qué proporciones de potencia renovable deben enviarse a la red y el electrolizador. Cuando la generación renovable

es insuficiente debe habilitar el aporte de potencia de la celda de combustible. Entre las funciones de bajo nivel se destaca el control de la tensión de entrada del electrolizador y de salida de la celda de combustible.

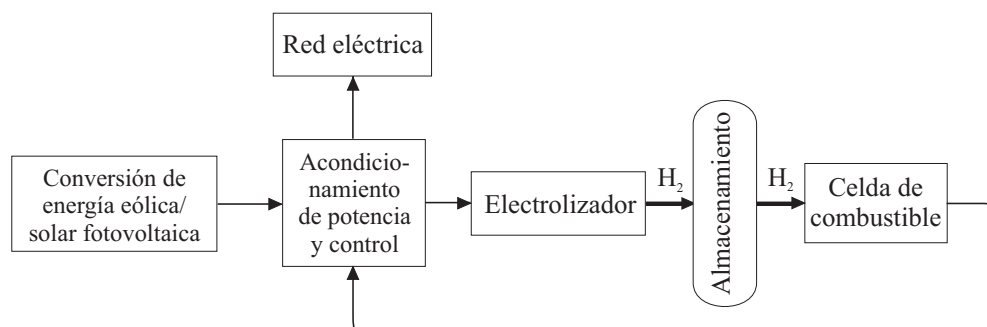


Figura 3.5: Esquema del sistema integrado de energía eléctrica renovable- $H_2$

Esta aplicación tiene la ventaja de que puede entregar un perfil de carga constante o cualquier otro requerido por la red gracias a la celda de combustible regenerativa. Este dispositivo suele ser menos costoso que un banco de baterías si se trata de almacenamiento de alta potencia y duración. La desventaja es que el costo de la electricidad entregada es varias veces más alto que el de la generada con el mismo sistema sin almacenamiento de  $H_2$ , aún teniendo en cuenta el recargo por desbalance de carga. Por lo tanto esta configuración se justifica cuando la calidad de la electricidad es prioritaria frente a su costo [81].

Para ilustrar este sistema se puede citar el proyecto de prueba “*Wind-hydrogen System*” de la isla Utsira, Noruega [94]. El proyecto pretende evaluar la opción de combinación de viento e hidrógeno para que la isla se pueda autoabastecer con energías renovables y en el futuro sea independiente del cable marítimo de 20 km que la conecta al continente. El sistema eólico-hidrógeno toma energía de una turbina eólica de 600 kW; genera hidrógeno con un electrolizador de 48 kW; lo almacena a 200 bar en un tanque de gas de 2400 Nm<sup>3</sup>; lo reconvierte en electricidad con una máquina generadora a hidrógeno de 55 kW o una celda de combustible de 10 kW. La potencia eléctrica generada la envía a una subestación de consumo donde se puede habilitar el modo de conexión a red.

### 3.1.5. Sistema integrado de energía eléctrica renovable- $H_2$ independiente de red

Si se suprime la conexión a red, el sistema integrado de energía eléctrica renovable- $H_2$  visto en la subsección anterior puede servir para aplicaciones autónomas. En este caso la unidad de acondicionamiento de potencia y control ya no precisa sincronizarse con la red eléctrica, pero sí debe ser capaz de proveer a la salida la tensión continua y/o alterna deseada. Por tanto el almacenamiento de energía se vuelve imprescindible y el uso de una celda de combustible regenerativa en lugar de otros dispositivos tales como baterías o supercapacitores debe justificarse en términos de costo.

Como se puede ver en la Fig. 3.6, la potencia renovable extraída por el sistema no sólo se entrega como energía eléctrica para consumo de una carga sino también

como hidrógeno para uso residencial o combustible de transportes. En regiones apartadas esta última utilización se torna más interesante porque allí la entrega de combustible suele ser bastante irregular. En el caso de generación eólica *off-shore* la conexión a red se vuelve cara y problemática, por lo que la alternativa de trasladar la energía a la costa en forma de  $H_2$  (por transporte en barcas o cañerías) podría ser más viable.

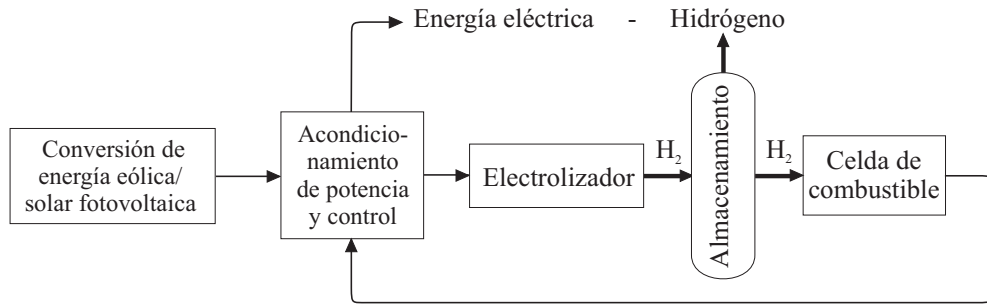


Figura 3.6: Esquema del sistema integrado de energía eléctrica renovable- $H_2$  independiente de red

Entre los primeros antecedentes de implementación de este tipo de aplicación combinando energía eólica y solar fotovoltaica, se encuentra el sistema piloto desarrollado por la Universidad de Québec en Trois-Rivières, Canadá [95]. Esta instalación de pequeña escala genera electricidad con independencia de la red a través de una turbina eólica de 10 kW y un panel fotovoltaico de 1 kW. Cuando dicha generación supera la potencia demandada, el excedente se utiliza para producir hidrógeno vía un electrolizador de 5 kW, el cual se almacena a 10 bar en un tanque de  $3,8 \text{ Nm}^3$ . Cuando la generación renovable no alcanza para satisfacer la demanda, la energía la provee una celda de combustible de 5 kW a partir del  $H_2$  almacenado. El proyecto permitió probar experimentalmente los mejores métodos de optimización del diseño y las estrategias de control.

En la Tabla 3.1 se presenta una muestra de las plantas experimentales más citadas en la literatura, o que pueden tener algún interés particular por cercanía, las cuales dan cuenta de las numerosas instalaciones físicas que aplican el concepto de generación renovable de hidrógeno alrededor del mundo. La lista se encuentra ordenada de mayor a menor potencia del electrolizador (Ely), que es el componente común a todas las plantas. Se puede apreciar la prevalencia de potencias relativamente bajas, las cuales en general corresponden a electrolizadores alcalinos comerciales cuya tecnología será descrita y modelizada a continuación. Se observa que las primeros sistemas experimentales explotan la fuente de energía renovable solar fotovoltaica (PV). Luego comienzan las experiencias con el recurso eólico (Eol), la cual termina predominando frente a la fotovoltaica. Esta última fuente prácticamente comienza a aparecer como energía de refuerzo junto con la hidroeléctrica (Hidro), como lo indican los proyectos de Canadá y Reino Unido. Se destacan las plantas pilotos que aprovechan el abundante recurso eólico en Argentina, no tanto por el volumen de producción de hidrógeno sino por ser una de las primeras experiencias de esa naturaleza en latinoamérica.

| Proyecto o lugar     | País           | Año  | Ely [kW] | En. Ren.     | Apl. |
|----------------------|----------------|------|----------|--------------|------|
| HYSOLAR [91]         | Arabia Saudita | 1993 | 350,00   | PV           | 1    |
| RES2H2 [57]          | España         | 2002 | 55,00    | Eol          | 4    |
| Isla Utsira [94]     | Noruega        | 2004 | 48,00    | Eol          | 4-5  |
| Wind2H2 [96]         | USA            | 2007 | 40,00    | Eol          | 4    |
| HARI [57]            | UK             | 2001 | 36,00    | Eol-PV-Hidro | 5    |
| PHOEBUS [97]         | Alemania       | 1993 | 26,00    | PV           | 5    |
| LH2, Campinas [98]   | Brasil         | 2002 | 7,50     | PV           | 1-2  |
| Univ. de Québec [95] | Canadá         | 2001 | 5,00     | Eol-PV       | 5    |
| Pico Truncado [93]   | Argentina      | 2005 | 5,00     | Eol          | 2-3  |
| MAEL I, Antártida    | Argentina      | 2009 | 5,00     | Eol          | 1    |
| ENEA, Casaccia [92]  | Italia         | 1997 | 2,25     | Eol          | 1-2  |

Tabla 3.1: Listado de algunas plantas experimentales de generación renovable de  $H_2$  instalados alrededor del mundo

En cuanto a la caracterización de las plantas experimentales listadas, ésta no es tan fácil de hacer según las aplicaciones vistas. En efecto, un mismo proyecto puede abarcar más de una configuración según la fase que esté atravesando. Muchas veces la aplicación no sólo depende del equipamiento utilizado sino de la experiencia particular. Por lo tanto la clasificación sugerida en la Tabla 3.1 queda supeditada a la información extraída de las publicaciones citadas. La numeración asignada a las aplicaciones responde al orden en que fueron presentadas en esta sección. Se observa que la tendencia es experimentar con sistemas autónomos, por lo que los ejemplos de conexión a red son escasos. Una de las razones por las que son pocas las experiencias que integran la red eléctrica, así como las múltiples fuentes de energía renovable, es el mayor desafío que representan para la unidad de acondicionamiento de potencia y control. Respecto a la utilización del hidrógeno, dado que ésta se realiza en general como parte del mismo proyecto (*“in situ”* o *“ex situ”*), todos estos sistemas pueden ser tratados como SGRUHs.

## 3.2. Caracterización del electrolizador alcalino

El electrolizador de agua es el dispositivo electroquímico común a todas las aplicaciones de los SGHR's. Su función es convertir energía eléctrica y térmica en energía química almacenada en forma de hidrógeno. Sus componentes fundamentales son las celdas de electrólisis que, como se vio en la sección 2.2.3, conectadas en paralelo dan origen al diseño monopolar o tanque, mientras que su conexión en serie caracteriza al diseño bipolar o filtro-prensa. Cada una de estas celdas consta de dos electrodos (ánodo y cátodo), separados por electrolito de buena conductividad iónica, entre los cuales se hace circular la corriente continua que genera  $H_2$  por separación de agua (ecuación 2.6). En un electrolizador alcalino el electrolito es una solución acuosa básica, comúnmente de hidróxido de potasio (KOH).

La Fig. 3.7 esquematiza el principio de operación de las celdas de electrólisis



alcalina. Del lado del cátodo se tiene una transcripción de la reacción (2.7), por la cual dos moléculas de agua al tomar dos electrones se reducen electroquímicamente en una molécula de  $H_2$  y dos iones hidróxido ( $OH^-$ ). Bajo la influencia del campo eléctrico impuesto por la fuente de tensión continua los iones hidróxido son forzados a moverse hacia el ánodo atravesando el diafragma poroso. Una vez en la superficie del ánodo éstos se recombinan produciendo una molécula de agua y media de  $O_2$  y liberando dos electrones que cierran el circuito eléctrico. Tal es la reacción (2.8) transcrita en la Fig. 3.7 del lado del ánodo.

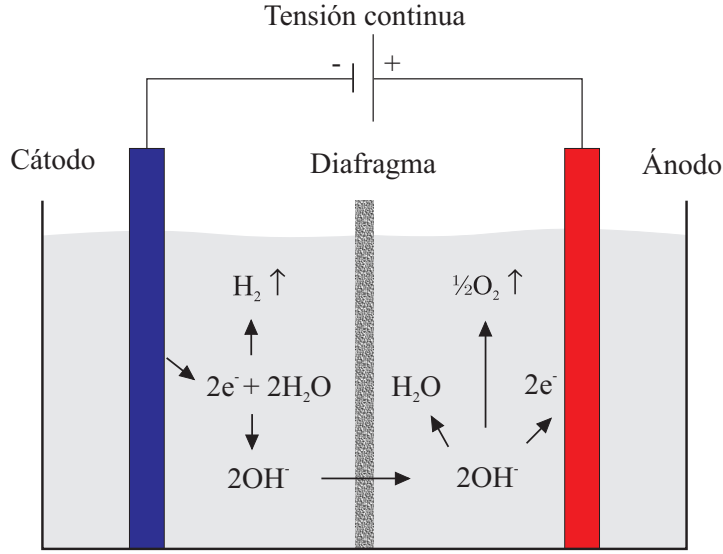


Figura 3.7: Esquema del principio de operación de una celda de electrólisis alcalina

### 3.2.1. Modelo termodinámico

Las reacciones producidas en una celda electrolítica han sido descriptas en detalle por la literatura especializada con base en fundamentos de la termodinámica [99, 100]. La breve descripción que se hace a continuación es válida para el modelizado de electrolizadores de baja temperatura (menor a  $100^\circ C$ ). La misma supone que el agua es un fluido incompresible, que su descomposición produce gases ideales y que las fases líquida y gaseosa se encuentran separadas [101, 102].

En una celda que opera a temperatura y presión constantes la energía requerida por la electrólisis del agua es equivalente a la variación de entalpía  $\Delta H$  del proceso. Dado que se trata de una reacción química endotérmica, esta variación es positiva ( $\Delta H > 0$ ). Según se expresa en (3.1), parte de ésta es energía eléctrica (variación de energía libre de Gibbs,  $\Delta G$ ) y el resto es energía térmica ( $\Delta Q$ ):

$$\Delta H = \Delta G + \Delta Q. \quad (3.1)$$

Si la reacción química de electrólisis se desarrolla reversiblemente a la temperatura constante  $T_E$ , la energía térmica entregada es

$$\Delta Q = T_E \Delta S, \quad (3.2)$$

donde  $\Delta S$  es la variación de entropía. Por tratarse de una reacción no espontánea, la variación de energía libre de Gibbs es positiva ( $\Delta G > 0$ ). Ésta se puede expresar como:

$$\Delta G = zFU_{cel}, \quad (3.3)$$

donde  $z$  es el número de moles de electrones transferidos por mol de  $H_2$  ( $z = 2$ ),  $F$  es la constante de Faraday, que representa la carga de un mol de electrones (96485 C/mol), y  $U_{cel}$  es el potencial electroquímico. De (3.3) se deduce que el potencial  $U_{cel}$  mínimo entre electrodos necesario para que se establezca la electrólisis es

$$U_{rev} = \frac{\Delta G}{zF}, \quad (3.4)$$

parámetro denominado “potencial de celda reversible”. Por tanto  $\Delta G$  es la energía eléctrica teórica mínima utilizada en la transformación química y se conoce como “poder calorífico inferior” (LHV: *Lower Heating Value*).

En los electrolizadores comerciales la energía térmica la provee la misma fuente eléctrica. Si se desprecian las pérdidas asociadas al efecto Joule e irreversibilidad de las reacciones, la mínima energía térmica que debe entregar el electrolizador es idealmente  $T_E \Delta S$ . De (3.1) se deduce que la energía total demandada es la variación de entalpía  $\Delta H$ , por lo que ésta se denomina “poder calorífico superior” (HHV: *Higher Heating Value*). La tensión  $U_{cel}$  correspondiente se obtiene reemplazando dicha energía en la ecuación (3.3):

$$U_{tn} = \frac{\Delta G + T_E \Delta S}{zF} = \frac{\Delta H}{zF}, \quad (3.5)$$

la cual se llama potencial de celda termo-neutral. A partir de las especies químicas individuales a temperatura y presión normales (25 °C y 1 atm) se obtienen los valores  $\Delta H^\circ = 285,84$  kJ/mol,  $\Delta S^\circ = 163,1$  J/mol y  $\Delta G^\circ = 237,21$  kJ/mol. Reemplazando en (3.4) y (3.5) resulta un potencial de celda reversible  $U_{rev} = 1,229$  V y un potencial de celda termo-neutral  $U_{tn} = 1,481$  V [102]. Sin embargo estos potenciales se modifican con la temperatura y la presión. Dentro del rango de operación  $U_{rev}$  decrece levemente con la temperatura (1,184 V a 80 °C y 1 atm), mientras que  $U_{tn}$  permanece prácticamente constante (1,473 V en las mismas condiciones). El incremento de la presión aumenta levemente  $U_{rev}$  (1,295 V a 25 °C y 30 atm) mientras que  $U_{tn}$  se mantiene constante [101].

### 3.2.2. Modelo electroquímico

La tensión  $U_{cel}$  de la celda de electrólisis se aparta del potencial mínimo deducido a partir de principios termodinámicos ( $U_{rev}$ ) en la medida en que aumenta el suministro de corriente. La aparición de esta sobretensión se debe a irreversibilidades en la celda que producen pérdidas energéticas y limitan su eficiencia. Según la naturaleza de las pérdidas la sobretensión se descompone en [102] como:

$$U_{cel} - U_{rev} = U_{ohm} + U_{act} + U_{con}, \quad (3.6)$$

donde:

- $U_{ohm}$  es la sobretensión causada por la pérdidas óhmicas asociadas a la resistencia al flujo de electrones (en los electrodos, empalmes e interconexiones) y de iones (en el electrolito, diafragma y burbujas de gas). Este término es aproximadamente proporcional a la corriente de celda  $I_{cel}$ .
- $U_{act}$  es la sobretensión de activación asociada a la cinética de los electrodos. Para poder migrar de los electrodos a los reactantes y viceversa las cargas deben superar una barrera energética que depende fuertemente de las propiedades catalíticas del material de los electrodos. El trabajo demandado, que es mucho mayor en la semirreacción anódica que en la catódica, produce una sobretensión a través de los electrodos. Con respecto a  $I_{cel}$ ,  $U_{act}$  tiene una dependencia altamente no lineal. Este comportamiento se suele caracterizar con funciones logarítmicas.
- $U_{con}$  es la sobretensión de concentración debida a limitaciones en el transporte de masa por convección y difusión. A causa de tales limitaciones la concentración de reactantes se reduce y la concentración de productos se incrementa en la interfaz electrodo-electrolito. En la electrólisis alcalina  $U_{con}$  es prácticamente despreciable frente a  $U_{ohm}$  y  $U_{act}$ , por lo que no se va a considerar en el modelo.

**Curvas de tensión-corriente características.** Por todo lo dicho el comportamiento electroquímico de la celda se puede caracterizar con la relación entre su tensión  $U_{cel}$  y corriente  $I_{cel}$ . Debido a la fuerte dependencia de esta relación con la temperatura y presión del proceso de electrólisis, para cada condición particular de estas magnitudes existe una curva  $U_{cel}$ - $I_{cel}$  específica que la representa. La forma básica común a todas estas curvas es la capturada por el siguiente modelo empírico [79]:

$$U_{cel} = U_{rev} + \underbrace{\frac{r_T}{A} I_{cel}}_{U_{ohm}} + \underbrace{s_T \log_{10} \left( \frac{t_T}{A} I_{cel} + 1 \right)}_{U_{act}}, \quad (3.7)$$

donde  $A$  es área del electrodo,  $r_T$  es la resistencia óhmica por unidad de área y  $\{s_T, t_T\}$  son los coeficientes de sobretensión de activación. La dependencia de la curvas  $I_{cel}$ - $U_{cel}$  con la temperatura del electrolito ( $T_E$ ) se puede adjudicar a estos últimos parámetros. Con base en ajustes de curvas realizados a partir de datos de fabricantes, en [47] se proponen las siguientes funciones de  $T_E$  para los parámetros  $r_T$  y  $t_T$ :

$$r_T = r_1 + r_2 T_E \quad (3.8)$$

$$t_T = t_1 + t_2 T_E^{-1} + t_3 T_E^{-2}, \quad (3.9)$$

mientras que el parámetro  $s$  se considera independiente de  $T_E$  según [101]. En la Fig. 3.8 se muestran las curvas  $I_{cel}$ - $U_{cel}$  obtenidas con este modelo para una baja y una alta temperatura. La presión para ambas es 7 bar. Para poder comparar celdas de diferente área superficial las curvas se representan en función de la densidad de corriente ( $I_{cel}/A$ ). En el rango de bajas corrientes la curva se comporta de manera logarítmica, lo que significa que prevalece el fenómeno de activación.

Por su parte a altas corrientes la curva se vuelve más lineal, por lo que el fenómeno óhmico comienza a ser predominante.

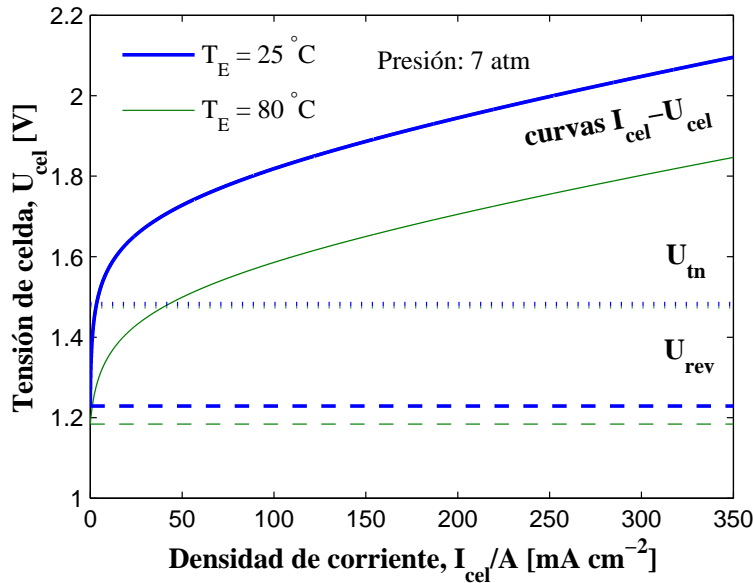


Figura 3.8: Curvas  $U_{cel}-I_{cel}$  típicas de una celda de electrólisis a baja y alta temperatura

Los potenciales de celda reversible y termoneutral indicados en la Fig. 3.8 permiten identificar tres sectores de las curvas. En el sector correspondiente a tensiones de celda menores que  $U_{rev}$  la corriente es nula y la electrólisis no se produce. En el sector de tensiones entre  $U_{rev}$  y  $U_{tn}$  se requiere energía térmica para que ocurra la electrólisis. En el sector de tensiones mayores que  $U_{tn}$  además de la reacción de electrólisis se produce calor que es necesario evacuar mediante un sistema auxiliar de enfriamiento.

**Tasa de producción de hidrógeno.** Según la ley de Faraday, la cantidad de moles de gas producido en cada electrodo equivale a la cantidad de moles de electrones asociados a la carga o descarga de iones en cada semireacción. Significa que el flujo o tasa de producción de moles de hidrógeno,  $f_{H_2}$ , es directamente proporcional a la corriente eléctrica  $I_{cel}$  que circula a través de una celda ideal. Para una pila de  $N_{se}$  celdas reales conectadas en serie la expresión de dicho flujo es:

$$f_{H_2} = \eta_F \frac{N_{se} I_{cel}}{zF}, \quad (3.10)$$

donde  $z$ ,  $F$  son las mismas constantes de (3.3) y  $\eta_F$  es la eficiencia de Faraday. Esta última, más conocida como *eficiencia de corriente*, se define como el cociente entre la carga eléctrica ideal y la real consumida por una pila de electrólisis para producir una determinada cantidad de  $H_2$ . Este cociente es menor a la unidad a causa de corrientes parásitas que no contribuyen con la generación de  $H_2$  útil. Parte de estas corrientes circulan a través de las celdas sin participar de ninguna reacción electroquímica o lo hacen en reacciones que no son las de oxidación y

reducción. El resto de las corrientes parásitas generan  $H_2$  pero luego se pierden a través de los diafragmas de las celdas. El aumento de la densidad de corriente hace que la proporción de todas estas pérdidas decrezca respecto de la corriente total, y en consecuencia que  $\eta_F$  aumente. Esta última puede alcanzar valores superiores al 95 % cuando el electrolizador opera con corriente nominal [103]. El aumento de la temperatura, por su parte, produce una disminución de la resistencia eléctrica que ocasiona al aumento de la corrientes parásitas en detrimento de la eficiencia de corriente. Sin embargo en [101] se muestra que este efecto es menos apreciable, en particular en las regiones de mayor densidad de corriente. Allí se propone la siguiente expresión empírica que caracteriza la dependencia de  $\eta_F$  con la densidad de corriente:

$$\eta_F = \frac{f_2}{1 + f_1/(I_{cel}/A)^2}, \quad (3.11)$$

donde  $f_1, f_2$  son parámetros cuyo valor se fija con la temperatura de operación.

A partir de la estequiometría de la reacción (2.6) también se pueden modelizar las tasas de consumo de agua y producción de oxígeno, que en unidades de moles son las siguientes:

$$f_{H_2O} = 2f_{O_2} = f_{H_2}. \quad (3.12)$$

Comúnmente los flujos de un gas se cuantifican en unidades de volumen sobre tiempo en condiciones normales,  $[Nm^3h^{-1}]$ , por lo que resulta conveniente hacer la conversión de (3.10) y (3.12) mediante el volumen molar de un gas ideal a temperatura y presión normales,  $V_m = 24,465 \text{ m}^3\text{kmol}^{-1}$ .

**Eficiencia energética.** El cociente entre el poder calorífico superior del hidrógeno producido (HHV) y la energía consumida por el proceso que le dio origen ( $C_E$ ) se denomina eficiencia energética  $\eta_E$  del electrolizador:

$$\eta_E = \frac{\text{HHV del } H_2}{C_E}. \quad (3.13)$$

Como ya se mencionó anteriormente, en condiciones normales el poder calorífico superior de un mol de  $H_2$  es la variación de entalpía  $\Delta H^o = 285,84 \text{ kJ}$ , que en un  $Nm^3$  equivale a 3.54 kWh. Por su parte, la energía específica consumida por n celdas para producir 1  $Nm^3$  de  $H_2$  se calcula con la expresión:

$$C_E = \frac{\int_0^{\Delta t} N_{se} I_{cel} U_{cel} dt}{\int_0^{\Delta t} f_{H_2} dt}, \quad (3.14)$$

la cual no considera el consumo energético de los equipos auxiliares, las pérdidas de la fuente de alimentación eléctrica ni las fugas de hidrógeno en la etapas de purificación, compresión y almacenamiento de la planta de electrólisis que se presentará más adelante. Todos estos consumos y pérdidas adicionales se deben incluir en el cálculo del  $C_E$  del SGRH completo [104]. Si se calcula el consumo (3.14) suponiendo constante la tasa (3.10) y se reemplaza junto con (3.5) en (3.14) se obtiene la siguiente expresión de la eficiencia energética:

$$\eta_E = \eta_F \frac{U_{tn}}{U_{cel}}, \quad (3.15)$$

donde el cociente entre  $U_{tn}$  y  $U_{cel}$  se conoce como eficiencia de potencial de celda, la cual es más utilizada como indicador del rendimiento [81].

El modelo del electrolizador alcalino aplicado en este estudio se basa en la caracterización presentada de una celda típica de electrólisis e información relativa al número de estas unidades constitutivas en conexión serie y/o paralelo. La tensión nominal  $U_E^N$  del módulo de electrólisis se obtiene a partir de la cantidad  $N_{se}$  de celdas en serie mientras que la corriente nominal  $I_E^N$ , y por tanto la tasa de producción de  $H_2$ , resulta del número de celdas en paralelo  $N_{pe}$  y el área de electrodo  $A$ . La potencia nominal  $P_E^N$  es directamente el producto de  $U_E^N$  e  $I_E^N$ .

### 3.2.3. Equipos auxiliares

Para poder llevar a cabo en el módulo de electrólisis el proceso descrito hasta aquí se requiere la operación conjunta de una variedad de procesos adicionales. En una planta de electrólisis la integración de estos procesos puede variar mucho según el fabricante. Si bien los mismos no serán tenidos en cuenta en el modelo del electrolizador, éstos incorporan equipamiento (por ej. sistemas de refrigeración, bombas, compresores, válvulas de control, colectores, etc.) que adiciona consumo y pérdidas extras al cálculo de  $C_E$ , reduciendo la eficiencia total (3.13). Para una mejor interpretación del origen de dichas pérdidas se presenta en la Fig. 3.9 un esquema simple de la planta de electrólisis. Éste incluye los equipos auxiliares más importantes, que se describen brevemente a continuación. Para estudiar con más profundidad estos procesos, se recomienda ver [105].

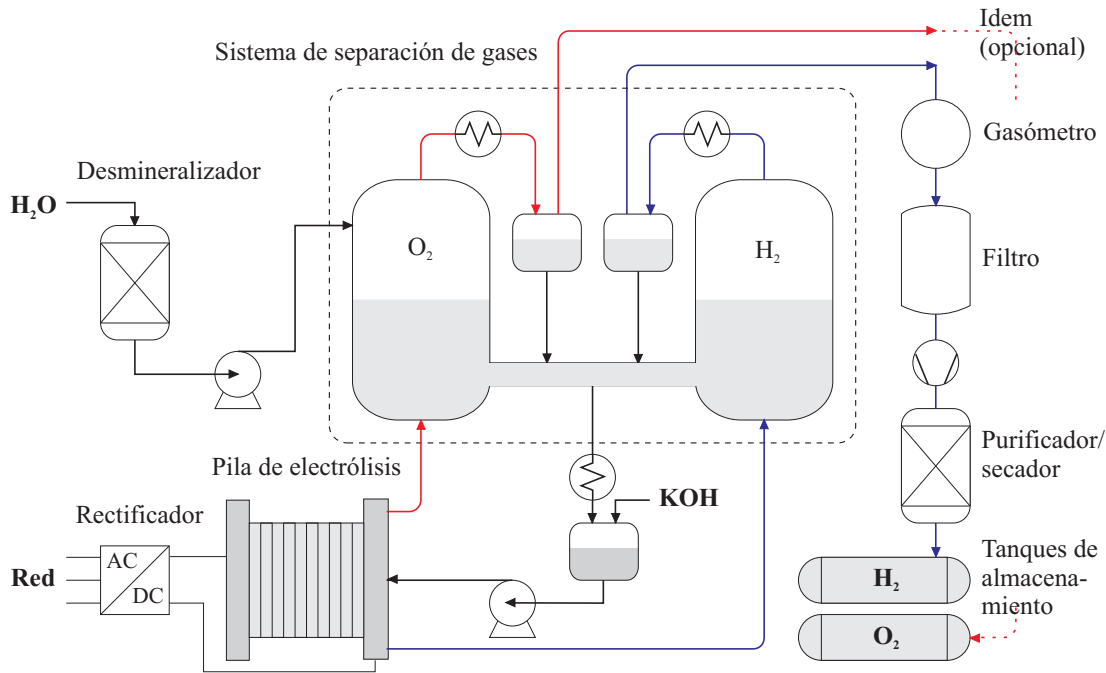


Figura 3.9: Esquema de una planta de electrólisis

- **Rectificador:** Dado que los equipos comerciales están diseñados para conectarse a la red eléctrica, los mismos incorporan este dispositivo para convertir la tensión alterna (AC) de dicha alimentación en la tensión continua (DC) requerida por la pila de electrólisis. Sin embargo en un SGRH el tipo de convertidor de potencia empleado depende de su estructura de acoplamiento, la cual se clasifica en la sección 3.3.
- **Desmineralizador:** El agua que ingresa al sistema debe tener un alto grado de pureza para evitar la corrosión y acumulación de contaminantes en el interior de la pila de electrólisis. Por medio del proceso de purificación llevado a cabo en el desmineralizador se puede mantener la resistividad eléctrica del agua por encima de  $1 \text{ M}\Omega \cdot \text{cm}$ . El agua consumida durante la electrólisis se repone constantemente mediante una bomba. Teniendo en cuenta las pérdidas por evaporación, el consumo de agua es de aproximadamente un litro por  $\text{Nm}^3$  de  $\text{H}_2$  producido.
- **Sistema de separación de gases:** En una pila de electrólisis de diseño bipolar la separación de hidrógeno y oxígeno se hace externamente a través de separadores y sistemas de refrigeración. Una vez separados, estos gases se envían a las siguientes etapas mientras que el electrolito se filtra y bombea hacia el interior de la pila de electrólisis.
- **Almacenamiento intermedio:** Normalmente los gases separados llegan con baja presión a esta etapa, por lo que se los puede enviar temporalmente a gasómetros de sello hidráulico. El gasómetro es un depósito donde el gas se almacena y comprime. Gracias a que su volumen se adapta a la capacidad del gas almacenado, éste se puede mantener a presión constante. Por razones de costos de capital en algunas plantas de electrólisis sólo se almacena el hidrógeno, mientras que el oxígeno se ventila directamente a la atmósfera.
- **Sistema de purificación:** Previo a la utilización o almacenamiento final de los gases producidos se suele requerir un proceso de purificación que elimine la presencia de contaminantes. En el caso del hidrógeno además de los contaminantes más comunes, que son el oxígeno y la humedad, pueden aparecer otros debidos al tipo de almacenamiento temporal. Por ejemplo el nitrógeno y dióxido de carbono del aire pueden difundir hacia el hidrógeno almacenado en un gasómetro del tipo sello de agua. Por lo tanto el gas saliente se filtra y se envía a un sistema de purificación. El compresor permite alcanzar la presión mínima de trabajo requerida por los purificadores catalíticos y secadores mecánicos que suelen conformar esta etapa.
- **Almacenamiento final:** Por último el gas se almacena en tanques a la presión de salida de las unidades de purificación, o bien se transporta a través de tuberías a presiones más elevadas. Esta segunda opción requiere el empleo de compresores que no contaminen el gas. Si se desea mantener la pureza del gas, los compresores de diafragma son los más recomendables.

### 3.2.4. Modos de operación y restricciones

La caracterización del electrolizador alcalino descripta hasta aquí permite obtener modelos que reproducen satisfactoriamente su operación en régimen estacionario. Este es el modo de operación al que normalmente se someten los electrolizadores comerciales, cuya tecnología se encuentra suficientemente madura en aplicaciones de suministro de potencia constante. Por esa razón la mayoría de los datos experimentales disponibles de potencia consumida, tasa de producción de hidrógeno, pureza del gas, etc. provienen de dicho régimen. Sin embargo el electrolizador que forma parte de un SGRH tiene que ser capaz de operar en un amplio rango de condiciones dinámicas según el tipo de aplicación vista en la sección 3.1. Las condiciones dinámicas responden a variaciones en la energía renovable debidas a su naturaleza temporal, variaciones en la energía intercambiada por los componentes del sistema y variaciones en la demanda de las cargas. La práctica generalizada de simulación de la operación dinámica del electrolizador es la utilización de modelos cuasi-estáticos que devuelven valores promediados de variables tales como potencia y eficiencia. La implicancia que tiene en dichos modelos la variabilidad de la potencia de alimentación de los electrolizadores es motivo de permanente investigación. En efecto, comparativamente la tecnología de electrólisis intermitente se encuentra en una etapa temprana de desarrollo, por lo que los datos técnicos y la experiencia adquirida aún resultan insuficientes. A pesar de ello algunas publicaciones dan cuenta de varios fenómenos detectados en la operación dinámica y proponen restricciones basadas en experiencias realizadas, las cuales mejoran el desempeño y lo acercan más al modelo cuasi-estático. Tales restricciones afectan diversos modos de operación del electrolizador, que para los fines de esta tesis se identifican como “Arranque”, “Operación variable”, “Operación nominal”, “Parada” y “Estado de espera”.

**Arranque.** En este modo de operación se suministra corriente variable al electrolizador para que, partiendo de valores normales, su temperatura y presión alcancen los valores nominales de trabajo. Los gases hidrógeno y oxígeno generados durante este período tienen niveles de impureza por encima de los límites de seguridad, por lo que no se envían al tanque de almacenamiento sino que se ventilan parcialmente a la atmósfera. Durante la inicialización de electrolizadores presurizados se recomienda restringir la corriente de suministro a un valor máximo y una vez alcanzada cierta presión mínima (por ej. 3 bar) incrementar dicha corriente hasta su valor nominal para obtener en el menor tiempo posible la presión de trabajo (por ej. 20 bar) [106]. En el caso de electrolizadores a presión atmosférica la inicialización consiste en llevar éstos a su temperatura de trabajo (60–80°C). Hasta no superarse el tiempo de autocalentamiento natural inducido por el suministro de corriente, la operación de dichos electrolizadores difiere considerablemente del estado estacionario. Para atenuar la degradación del desempeño provocada por el transitorio se recomienda introducir un tiempo de reposo suficiente entre sucesivos ciclos de inicialización [30].



**Operación variable.** Una vez alcanzadas la temperatura y presión de trabajo, el electrolizador genera hidrógeno a una tasa proporcional a la corriente de suministro (ver ecuación (3.10)). La corriente puede variar en un rango de valores de cero al máximo nominal, pero la buena calidad del gas generado se garantiza a partir de un valor mínimo propio del electrolizador. Para analizar el desempeño de este modo de operación variable, se han realizado distintas pruebas de laboratorio que comparadas con la operación a potencia media equivalente permitieron observar [92]:

- Una disminución en la pureza del gas, más marcada con variaciones de potencia del orden de los minutos que de los segundos. Ésta se debe en parte a cambios de nivel en los recipientes separadores de gases que a su vez fomentan procesos de difusión dentro de las celdas. En electrolizadores que trabajan a presión atmosférica los cambios de nivel se pueden compensar mediante un tubo de conexión interna entre los separadores de oxígeno e hidrógeno y por la inmersión de estos gases en dos columnas de agua comunicantes (ver Fig. 3.9).
- Un aumento en la magnitud de las fluctuaciones de presión. Esta diferencia se puede regular mediante un control apropiado de las válvulas de expansión con que vienen equipados los electrolizadores presurizados.
- Una reducción relativamente baja de la eficiencia.

Para determinar la respuesta del electrolizador a variaciones de potencia se han realizado distintas experiencias que distinguen eventos dinámicos de corto y largo plazo [30]. En ambos casos se verificó una notable reducción en la producción de hidrógeno respecto de los niveles de estado estacionario, aún bajo las más favorables condiciones de operación dinámica del electrolizador. Dicha reducción se adjudica principalmente a los transitorios térmicos y la caída en función del tiempo en la corriente de suministro. Se comprobó que aplicando una corriente de mantenimiento mínima durante los transitorios se puede remediar ampliamente el impacto negativo de los ciclos dinámicos (ver “estado de espera”). A continuación se discriminan los impactos reportados según la escala de tiempo de las fluctuaciones, las cuales deberían tenerse en cuenta en el diseño tanto del electrolizador como del sistema íntegro.

- Los eventos cíclicos de corto plazo, es decir interrupciones de la potencia del orden de segundos a minutos, son capaces de degradar rápidamente el desempeño del electrolizador. Los picos de corrientes observados inmediatamente después de interrumpida la potencia son consecuencia de reacciones electroquímicas. Se pueden atribuir a la capa de óxido formada en los electrodos que se desprende por ser inestable a bajos potenciales.
- Los eventos cíclicos de largo plazo producen un desplazamiento progresivo del desempeño respecto del estado estacionario. En parte el desplazamiento se puede reducir dejando que transcurra un mínimo tiempo de reposo, que según el historial de operación previa puede ir desde algunas horas hasta días. Si bien este efecto aún no ha sido bien estudiado, se especula por

datos publicados que la acumulación de burbujas de gas en la superficie del electrodo debe reducir la región activa del mismo. Respecto a los efectos electroquímicos ocasionados por variaciones en períodos del orden de años aún no se tienen datos. Las experiencias en ese sentido deberían examinar el deterioro no sólo del rendimiento de la producción de hidrógeno sino también de las condiciones físicas de los electrodos.

En vista de que aún no ha sido suficientemente explorado el desgaste interno del electrolizador por efecto de largo plazo de la alimentación variable, en [92] se juzga prudente suavizar la potencia de entrada (al mínimo costo posible) para preservar la delicada construcción de las celdas electrolíticas.

**Operación nominal.** De la ecuación (3.10) se deduce que las más altas tasas de producción de  $H_2$  se consiguen suministrando al electrolizador mayores niveles de corriente. Por otra parte (3.7) implica que a mayor corriente mayor tensión de celda y, por (3.15), menor eficiencia de potencial de celda. Típicamente el potencial de la celda se fija alrededor de 2 V, pero esta tensión nominal se puede reducir hasta 1,6 V si la eficiencia es más importante que el tamaño y por consiguiente que el costo del capital [81]. El fabricante establece una corriente de operación nominal teniendo en cuenta esta relación de compromiso y en base a ella realiza el diseño del electrolizador. En consecuencia, para mantener al sistema dentro de la región de operación segura, la corriente (y por ende, la tensión y la potencia) se debe acotar superiormente a dicho valor nominal. Cuando la generación renovable supera la potencia nominal del electrolizador, la potencia excedente se debe enviar a la red eléctrica o al sistema de almacenamiento o disiparla en alguna carga, según el tipo de aplicación del SGRH [107].

**Parada.** Cuando la generación renovable es nula o demasiado pobre para obtener hidrógeno de calidad aceptable, o por alguna razón se desea detener la producción, el electrolizador se pone fuera de servicio. Durante este tiempo los electrodos convencionales quedan expuestos a la corrosión, por lo que no conviene que la interrupción del proceso sea muy prolongada a menos que se aplique una tensión de protección. Si no se cuenta con alimentación de respaldo una alternativa es emplear electrodos avanzados desarrollados con nuevos materiales [108]. Por otra parte, una duración excesivamente corta de la interrupción libera la operación del electrolizador a sucesivas secuencias de arranque y parada que degradan su desempeño. Como se mencionó en el modo de operación variable, las experiencias realizadas en [30] muestran que algunas horas de reposo antes de un nuevo arranque mejoran notoriamente el desempeño a largo plazo.

**Estado de espera.** Otra forma de evitar continuos arranques y paradas es llevar al sistema a una condición de espera tal que rápidamente pueda reiniciar la producción de hidrógeno al momento de restaurarse la corriente de suministro. Operando en este modo un electrolizador presurizado debe ser capaz de mantener la presión interna durante algunos días o semanas. Este requisito no es menor, como lo indica la caída de presión registrada en [106] (15 bar en 60 horas). Si

bien esta condición se puede llevar a cabo con corriente de suministro nula, según lo mencionado anteriormente la aplicación de una corriente de mantenimiento mínima resulta crítica para el buen desempeño del electrolizador en aplicaciones de conversión energética renovable. Los gases producidos por esta corriente de mantenimiento se ventilan a causa del nivel de impureza del  $H_2$  en  $O_2$ , el cual suele sobrepasar el límite de seguridad impuesto del 2,0 %.

Como observación general de todos los modos de operación enumerados, se puede afirmar que el desempeño del electrolizador se ve más comprometido por los bajos factores de capacidad que por la variabilidad o intermitencia de la corriente de alimentación. Esto se ve reflejado en los datos de producción y calidad del hidrógeno obtenidos en [106]. Para poder mantener una mínima demanda en el electrolizador ante bajas potencias del recurso natural surge la necesidad de dotar al SGRH de un equipo auxiliar de almacenamiento de energía de corto plazo o bien habilitar la conexión a la red eléctrica.

### 3.3. Estructuras de acoplamiento

En esta sección se estudian implementaciones típicas del bloque de acondicionamiento de potencia y control del SGRH esquematizado en la Fig. 3.1. El acondicionamiento de potencia consiste básicamente en adaptar la naturaleza continua o alterna de la energía eléctrica manejada por los distintos dispositivos del SGRH, así como sus niveles de tensión, para hacerlos compatibles con las características impuestas por el canal o bus de acoplamiento. La electrónica de potencia permite efectuar dicho acondicionamiento y asimismo controlar el intercambio de energía eléctrica entre dichos dispositivos. A continuación se exponen las topologías que resultan de aplicar la electrónica de potencia según las características del bus de acoplamiento [109].

#### 3.3.1. Acoplamiento AC

En esta estructura de acoplamiento todos los componentes del SGRH se conectan a un bus principal de tensión alterna (AC). Un ejemplo de este tipo de acoplamiento se puede encontrar en [110], donde el SGRH incorpora fuentes de energía eólica y solar. El esquema correspondiente se muestra en la Fig. 3.10. Como ventaja de esta estructura se puede destacar la modularidad. En efecto, el empleo combinado de convertidores en la conexión de los dispositivos posibilita el desacoplamiento “virtual” de los mismos. El convertidor del lado de cada dispositivo particular controla su punto de operación, mientras que el convertidor del lado del bus hace la adaptación de tensión y frecuencia. Si se trata de una interfaz estándar (220/380V ó 50/60Hz) el bus puede conectarse directamente a la red eléctrica, con la ventaja adicional de que la tecnología de los convertidores requeridos resulta más madura y confiable.

Como desventajas se puede mencionar que el acoplamiento AC requiere no sólo la sincronía de los dispositivos con la frecuencia del bus sino también la corrección del factor de potencia y distorsión armónica. Además esta estructura

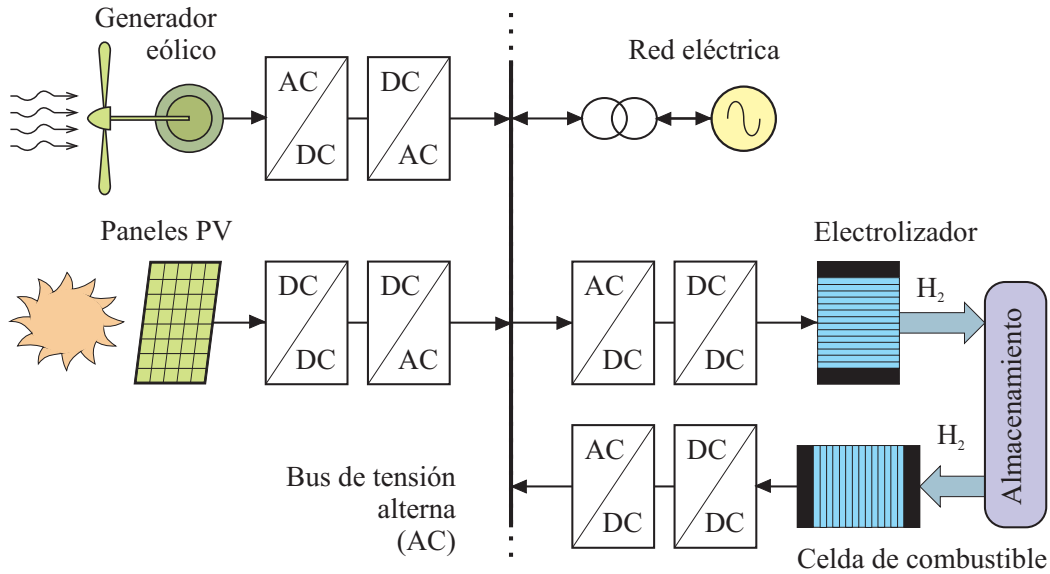


Figura 3.10: Estructura de acoplamiento AC

resulta inadecuada para distancias de transmisión muy extensas. Por último, la pluralidad de la electrónica de potencia aplicada trae aparejado un incremento en el costo de capital y una reducción de la eficiencia global del SGRH.

### 3.3.2. Acoplamiento DC

En la estructura de acoplamiento DC todos los dispositivos que integran el SGRH se conectan a un bus principal de tensión continua. La eventual conexión del bus DC a la red eléctrica se realiza a través de un convertidor principal (inversor) que posibilita el flujo bidireccional de potencia. En la Fig. 3.11 se muestra un esquema de esta estructura aplicada a un sistema de generación de hidrógeno a partir de energía eólica y solar [111].

La principal ventaja de la utilización de un bus DC es que no requiere sincronismo debido a que las frecuencias de los dispositivos son independientes entre sí y respecto de la frecuencia de red. Respecto a los niveles de tensión, tanto de la red como de los distintos dispositivos, resultan independientes de la tensión del bus DC en la medida que los convertidores de potencia aplicados sean capaces de efectuar la adaptación correspondiente. Esta característica confiere algunas de las propiedades de modularidad vistas en la estructura anterior, tales como flexibilidad y expansibilidad. Respecto a la transmisión de larga distancia, el acoplamiento DC presenta menores pérdidas que el de AC, además de ser más simple el cableado.

Observando la topología particular de la electrónica de potencia asociada a cada fuente de energía renovable se pueden apreciar otras ventajas adicionales de esta estructura. Si se repara en los convertidores que acoplan el generador eólico y la red eléctrica al bus DC, se puede identificar la topología propia de un sistema de conversión de energía eólica con conexión a red. Significa que la estructura DC se puede derivar de dicho sistema, cuya implementación se encuentra am-

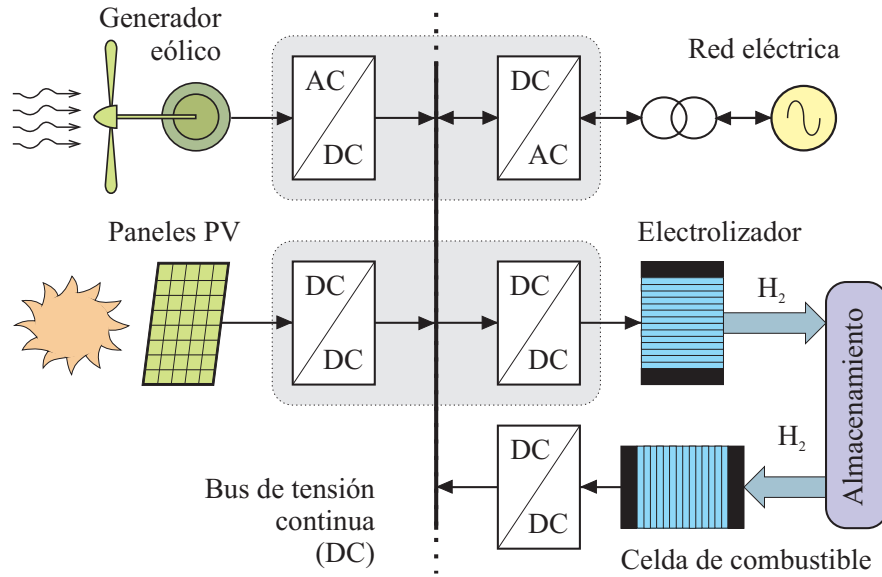


Figura 3.11: Estructura de acoplamiento DC

pliamente difundida. El aprovechamiento de la electrónica preexistente conlleva por tanto una significativa reducción de costos en el sistema total [82]. Si ahora se individualizan los convertidores de la fuente fotovoltaica y del electrolizador, se puede apreciar que son de la misma naturaleza. Eliminando esta duplicación de la electrónica de potencia se podrían reducir considerablemente los costos y mejorar la eficiencia del SGRH. Explotando esta idea en un diseño particular, la máxima eficiencia se obtendría alimentando directamente la pila de electrólisis con la tensión continua generada por los paneles PV [112].

Algunas de las desventajas de las topologías de acoplamiento DC son la pérdida de modularidad y el aumento de los costos de instalación y mantenimiento por tratarse de una conexión no estandarizada. Otro inconveniente de esta estructura es que cuando el inversor DC/AC se encuentra fuera de servicio el sistema en su totalidad queda impedido de alimentar con potencia AC a la red. Por último están los problemas de corrosión asociada a los electrodos DC [110].

### 3.3.3. Acoplamiento combinado

No todas las estructuras de acoplamiento se pueden clasificar según la categorías anteriores, debido a que en algunos SGRHs coexisten ambos métodos. En dichos casos se puede hablar de acoplamiento combinado. Según la topología del mismo se pueden conseguir algunas de las ventajas correspondientes a los acoplamientos AC y DC. En la Fig. 3.12 se muestra un acoplamiento combinado que preserva tanto la modularidad de las fuentes de energía del acoplamiento AC como la reducción de electrónica de potencia propia del acoplamiento DC [109].

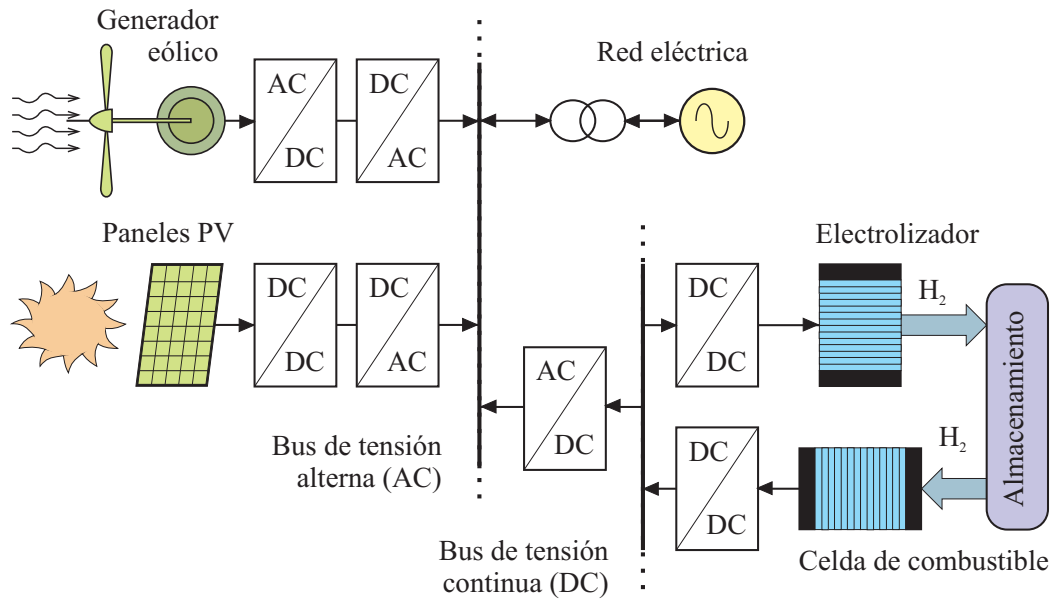


Figura 3.12: Estructura de acoplamiento combinado

### 3.4. Estructura de control y dinámica híbrida

Hasta aquí se describió el rol fundamental que desempeña la electrónica de potencia en el bloque de acondicionamiento de potencia un SGRH, el cual hace posible el acoplamiento en un mismo bus de componentes con características eléctricas sustancialmente disímiles. Sin embargo la propiedad esencial que caracteriza esta clase de dispositivos es su capacidad de regular la potencia del componente que conectan. Por dicha razón los convertidores constituyen piezas clave a través las cuales se puede lograr la operación efectiva del SGRH. En efecto, mediante el control adecuado de los convertidores involucrados se pueden regular los flujos de potencia obtenida en la conversión de energías renovables y demás fuentes, el flujo de potencia absorbido por el electrolizador y demás cargas, y la diferencia aportada por la red o dispositivos de almacenamiento. La regulación de las potencias intercambiadas por los componentes de un sistema de conversión de energía se suele denominar **balance de potencia**.

El balance de potencia requerido por un SGRH puede variar en el tiempo debido a múltiples factores, tales como:

- variación de la energía renovable disponible (cambios abruptos en la velocidad del viento que mueve las palas de una turbina eólica o en el nivel de radiación que incide en un panel fotovoltaico);
- cambio de modo de operación del electrolizador (arranque, operación variable, operación nominal, parada o estado de espera);
- variación de las condiciones de carga (por ejemplo cambio de los requerimientos de la red).

Sería deseable que para cada una de estas circunstancias los controles de los convertidores electrónicos se pudieran coordinar de manera de alcanzar un inter-

cambio de potencia que optimice aspectos globales del sistema relativos a eficiencia, costo, confiabilidad, etc. Por ejemplo, una estrategia de control que optimice la eficiencia energética total sería aquella que maximice el flujo de potencia extraída de las fuentes de energía renovable y que derive la totalidad de éste al electrolizador, minimizando así el suministro de potencia desde los dispositivos de almacenamiento o la conexión a red [113]. El conjunto de acciones de coordinación del control de los convertidores efectuadas para satisfacer estrategias de ese estilo suelen estar a cargo de un control supervisor y se describen como la **gestión de energía** del SGRH.

Si no se adopta una estructura de control adecuada, la gestión de energía puede volverse cada vez más compleja a medida que aumenta el número de fuentes de energía intervinientes. La estructura que más se ajusta a este tipo de sistemas es el **control jerárquico**. En la Fig. 3.13 se considera la estructura jerárquica del control de un SGRH genérico [32]. En este ejemplo todos los componentes del SGRH se conectan mediante convertidores electrónicos a un bus común de tensión continua. Sin embargo la estructura de control se adapta a cualquier tipo de acoplamiento y combinación de fuentes.

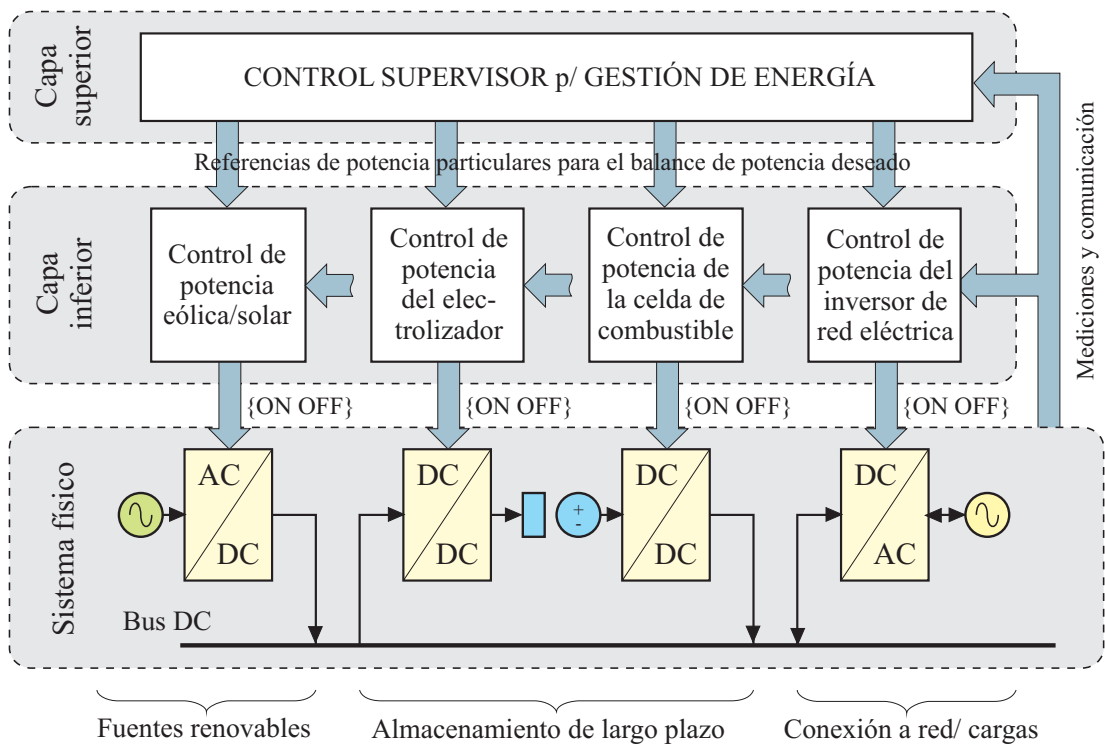


Figura 3.13: Estructura de control jerárquica de un SGRH

La estructura jerárquica se caracteriza por la descomposición del control en múltiples capas de distinto nivel o jerarquía. Cada una de estas capas maneja el control de la capa de nivel inmediato inferior, de manera que la estrategia de optimización determinada en la capa de mayor jerarquía se satisfaga en el desempeño del sistema físico manejado por la capa de menor jerarquía. El control jerárquico presentado en la Fig. 3.13 constituye la estructura más simple ya que comprende únicamente dos capas, las cuales se describen a continuación [114]:

- **Capa inferior:** integra a todos los controladores cuyas salidas manejan directamente los actuadores del sistema físico. Éstos se denominan controladores secundarios y en un SGRH actúan sobre las entradas de control de los convertidores electrónicos. Allí la función del controlador secundario es regular la potencia u otra magnitud física del convertidor particular aportando la acción de control requerida para seguir alguna referencia individual especificada por la capa superior. La síntesis de cada controlador se caracteriza por ser localizada. Esto significa que por interesar el control de una pequeña porción del sistema no se toma en cuenta explícitamente el resto de la dinámica. Esta simplificación permite reducir el número de estados y emplear modelos más detallados de su dinámica. El mayor grado de detalle implica considerar las dinámicas más rápidas presentes en el sistema, lo cual reduce en gran medida el tiempo de cómputo admisible por los controladores. Por tal motivo éstos se suelen implementar utilizando micro-controladores dedicados.
- **Capa superior:** la constituye un control supervisor o maestro cuya función consiste en la toma de decisiones vinculadas a la gestión de energía. Tales decisiones se efectúan por la ejecución de distintos algoritmos de balance de potencia y se traducen en el envío de referencias específicas a los controladores secundarios. El algoritmo o estrategia de control adoptada por el supervisor determina el balance de potencia instantáneo a establecer en el sistema ante cambios en el modo de operación del electrolizador, aparición de restricciones en los demás componentes del SGRH, cambios en los requerimientos de la red, etc. Todas estas variables se modifican en escalas de tiempo mucho mayores que las de las variables de la capa inferior. Por lo tanto los modelos empleados en la síntesis del control supervisor suelen ser más abstractos y con un menor grado de detalle. Dado que los modelos se obtienen por combinación de la dinámica del sistema físico y los controladores de la capa inferior, el número de estados asociados a esta capa es considerablemente superior. Por otra parte, la dinámica más lenta de éstos permite ampliar el tiempo de muestreo y en consecuencia el de procesamiento computacional. Este hecho facilita la implementación de estrategias de optimización *on-line* de alta complejidad.

Una ventaja adicional de la estructura jerárquica es que pone de relieve la presencia de dos tipos de variables que interactúan entre sí en el control de los SGRH. Por un lado se encuentran los estados continuos del sistema, que son todas las magnitudes físicas cuya dinámica se puede describir con ecuaciones diferenciales ordinarias. Por otro lado existen estados discretos cuyas transiciones se suelen describir con máquinas de estados o eventos discretos. En la capa inferior tales variables podrían representar el estado *ON/OFF* de las señales que comandan las llaves electrónicas de los convertidores o la aparición de restricciones en la operación de los componentes asociados. En la capa superior cambios en la dirección del flujo de potencia, cambios de modo de operación o cualquier otro cambio comandado por el control supervisor podrían considerarse transiciones de estados discretos. Dado que las transiciones de los estados discretos, tanto en la



capa inferior como en la superior, se efectúan para determinados valores medidos de los estados continuos del sistema físico, y que la evolución de los estados continuos depende a su vez del modo de operación fijado por los estados discretos, se hace imposible analizar la dinámica de cada tipo de variable por separado. La interacción entre estados continuos y discretos da origen a una nueva dinámica que exhibe características propias. Es creciente el interés por este fenómeno entre diversas comunidades científicas, tales como la de sistemas y control, la de ciencias de la computación o la de modelizado y simulación, las cuales coinciden en describirlo como **dinámica híbrida** [1].

Los antecedentes del estudio de dinámicas híbridas en sistemas de conversión de energía no son escasos. Respecto a la gestión de energía, en [115] se advierte que ésta involucra fenómenos híbridos, básicamente debido a la presencia de elementos de conmutación o llaves, y se da un tratamiento híbrido al diseño del control supervisor. En [25] se hace mención particular del comportamiento híbrido de los SGRH. Allí se propone un supervisor discreto que coordina la conexión o desconexión del electrolizador y la celda de combustible del bus en base al estado energético de los dispositivos de almacenamiento. De igual manera se pueden citar otros trabajos donde la atención se centra en la síntesis del control maestro, dejando en segundo plano los fenómenos híbridos de los controladores secundarios. Uno de los propósitos de esta tesis es explorar herramientas de modelizado, análisis de estabilidad y diseño de control de sistemas de dinámica híbrida (comúnmente llamados **sistemas híbridos**) e implementar las que mejor se adapten tanto a la capa superior como la inferior de la estructura de control jerárquica de distintos SGRHs.

### 3.5. Resumen del capítulo

Un Sistema de Generación Renovable de Hidrógeno (SGRH) consta de las siguientes etapas básicas: conversión eléctrica renovable, almacenamiento energético de corto plazo, generación y almacenamiento de hidrógeno. La etapa de conversión eléctrica renovable integra las distintas fuentes naturales vistas en el Cap. 2. Las fuentes de energía fotovoltaica y eólica son de especial interés en esta tesis, por lo que los sistemas de conversión basados en éstas se verán en detalle en los Caps. 5 y 6 respectivamente. La etapa de almacenamiento energético de corto plazo consta de bancos de baterías o supercapacitores para contribuir al balance de potencia, el cual puede desestabilizarse ante variaciones abruptas del recurso natural, de las cargas, etc. La etapa de generación de hidrógeno de este estudio implementa la electrólisis del agua mediante un electrolizador alcalino. Este dispositivo electroquímico se compone de celdas de electrólisis conectadas en serie y/o paralelo. Cada una de estas celdas consta de dos electrodos inmersos en solución acuosa básica. Las curvas de corriente–tensión de una celda electrolítica típica se modelizan a partir de fundamentos termodinámicos y datos empíricos asociados a irreversibilidades de la reacción. Ambas variables eléctricas son clave en la caracterización de la tasa de producción de  $H_2$  y eficiencia del electrolizador. La etapa de almacenamiento de hidrógeno, necesaria para afrontar la variabilidad en la generación y/o demanda, incorpora dispositivos que acumulan el  $H_2$  en su

fase gaseosa o líquida, o lo absorben en metales o algunas formas de carbono.

Si se adiciona una etapa de utilización de hidrógeno se tiene un Sistema de Generación Renovable y Utilización de Hidrógeno (SGRUH), el cual no se limita a producir y almacenar  $H_2$  (como en el caso de una estación de abastecimiento) sino que utiliza éste como combustible o para generar electricidad mediante una celda de combustible. Si la energía eléctrica generada con el hidrógeno es reinyectada al SGRUH, el conjunto electrolizador, tanque de gas y celda de combustible hace las veces de almacenamiento energético de largo plazo. Las configuraciones propuestas en la bibliografía para atender aplicaciones particulares pueden reducirse básicamente a cinco. Todas ellas exhiben el electrolizador como componente común y difieren en la existencia de la celda de combustible y/o conexión a red. La disponibilidad de conexión a red es fundamental en aplicaciones donde se desea minimizar el problema de funcionamiento intermitente del electrolizador y maximizar su factor de capacidad. La mayoría de las instalaciones físicas que ejemplifican dichas aplicaciones alrededor del mundo se encuentran en fase de desarrollo. La tendencia es experimentar con sistemas autónomos, dado que la integración de la red representa un mayor desafío para la unidad de acondicionamiento de potencia y control.

El acondicionamiento de potencia consiste en la adaptación de la energía eléctrica generada o absorbida por los distintos dispositivos del SGRH para habilitar el acoplamiento de éstos mediante un bus común. El componente más difundido para efectuar dicha adaptación es el convertidor electrónico. Las topologías que resultan de aplicar distintas variantes de convertidores se pueden clasificar, según la naturaleza de la tensión del bus, en acoplamiento AC, DC y combinado. En lo que respecta al control de un SGRH, éste se basa en la capacidad de los convertidores de regular la potencia de los componentes que conectan. Para optimizar la gestión de energía se suelen adoptar estructuras de control jerárquicas, en las cuales existe un control supervisor y controladores secundarios. El control supervisor puede comandar cambios abruptos en el balance de potencia en respuesta a fluctuaciones del recurso natural o de las condiciones de carga, así como cambios de modo de operación del electrolizador. Al igual que la conmutación de llaves electrónicas de los convertidores comandadas por los controladores secundarios, dichos cambios pueden estudiarse como transiciones de estados discretos. Tales transiciones suelen describirse con máquinas de estados, a diferencia de los estados continuos del sistema, cuya evolución se describe con ecuaciones diferenciales. Sin embargo en la estructura jerárquica a aplicar ambas dinámicas interactúan de manera que no pueden ser descritas en forma independiente. La dinámica emergente es la que caracteriza a los sistemas híbridos, para los cuales se han desarrollado herramientas propias de modelizado, análisis de estabilidad y diseño de control. En el Cap. 4 se hará una breve descripción de dichas herramientas para seleccionar las que más se adaptan al control de SGRHs según la configuración aplicada.

## Capítulo 4

# Sistemas dinámicos híbridos

La aparición de eventos discretos en la operación del control de un SGRH, tales como la conmutación de llaves, la presencia de restricciones y los cambios de modos de operación mencionados en el Cap. 3, no es el único caso que encuadra en la categoría conocida como sistemas dinámicos híbridos o simplemente sistemas híbridos. De hecho son muchos los sistemas encontrados en la práctica que admiten una descripción razonable en términos híbridos. Entre otros ejemplos se pueden mencionar los fenómenos asociados a la apertura y cierre de una válvula en un proceso químico; un termostato encendiendo o apagando la calefacción de una habitación; células biológicas creciendo y dividiéndose; un sistema robótico sufriendo cambios abruptos de velocidad debido a colisiones; un avión ingresando, cruzando y abandonando el área de control de tráfico aéreo; y con más generalidad, todo sistema dinámico controlado por programas computacionales, que recibe el nombre de sistema embebido [1].

A cada uno de los ejemplos dados le cabe la siguiente definición de sistema híbrido: *es un sistema dinámico cuya evolución depende de un acoplamiento entre variables que toman valores en un espacio continuo y variables que toman valores en un conjunto finito o contable* [1]. En la Fig. 4.1 se encuentra representado dicho acoplamiento. La dinámica de la variable continua  $x \in \mathbb{R}^n$  se representa con trayectorias que son solución de ecuaciones diferenciales ordinarias y dependen de la entrada de control  $u \in \mathbb{R}^m$ . Las transiciones entre diferentes estados discretos de la variable  $q$ , las cuales se producen al cumplirse determinada condición sobre la variable  $y$ , se representan con un autómata de estados finitos. El acoplamiento o interacción que da lugar al comportamiento híbrido aparece cuando  $u$  es una función del estado discreto  $q$  y, de igual modo,  $y$  está determinada por el valor del estado continuo  $x$ .

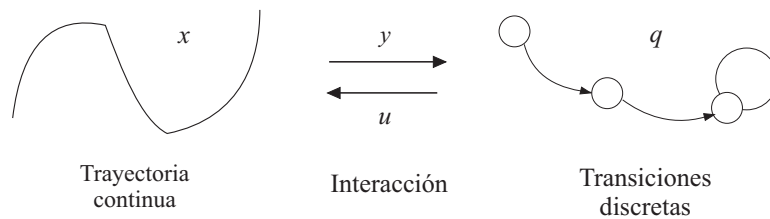


Figura 4.1: Representación de una dinámica híbrida [18]

Si bien los sistemas híbridos constituyen un área de investigación relativamente nueva y muy activa, ya en 1966 Hans Witsenhausen propuso un modelo de sistema dinámico que contempla la interacción de estados continuos y discretos [9]. En 1987 los artículos de Wonham y Ramage incrementaron el interés de los ingenieros en control por los sistemas de eventos discretos. Tanto en [116] como en [117] se aplican teorías bien conocidas por los científicos en computación para la resolución de problemas de diseño de controles supervisores. Los fenómenos que ocurren al incluir explícitamente la dinámica continua generadora de eventos discretos atrajeron especialmente el interés por los sistemas híbridos de los matemáticos aplicados. En la actualidad el interés en este campo interdisciplinario sigue en aumento debido al rol protagónico desempeñado por los microprocesadores en el control de procesos físicos.

El área de los sistemas híbridos aún no cristalizó en su totalidad y la literatura dedicada a su estudio es vasta y multifacética. El propósito de esta tesis es investigar los avances logrados desde la perspectiva de la teoría de control, la cual pone el énfasis en aspectos relacionados con la dinámica continua. En un sistema híbrido la interacción de la dinámica continua con los eventos discretos conduce a comportamientos dinámicos y fenómenos no encontrados en sistemas puramente continuos. Por lo tanto la teoría de estabilidad así como las metodologías para el diseño del control revisten características particulares al ser aplicadas a los sistemas híbridos. A continuación se presentarán algunas de las herramientas matemáticas que fue necesario desarrollar, las cuales van más allá del análisis clásico y llevan a una teoría de estabilidad que unifica y extiende la teoría desarrollada para sistemas de tiempo continuo [118].

Los objetivos del presente capítulo son:

- Describir las herramientas de modelizado propias de la teoría de sistemas híbridos que permiten analizar comportamientos dinámicos complejos, tales como ejecuciones de Zenón y modos deslizantes, y que por ser escalables se adaptan a la estructura de acoplamiento de los SGRHs.
- Exponer resultados generales de estabilidad postulados en la literatura de sistemas híbridos, los cuales están más orientados a la dinámica continua y se basan principalmente en extensiones de la teoría introducida por Lyapunov.
- Introducir las estrategias de control híbrido que se derivan de las condiciones de estabilidad y tienen aplicación en el diseño de los controladores secundarios de la capa inferior y del control supervisor de la capa superior de la estructura jerárquica de interés de esta tesis.

## 4.1. Modelizado híbrido

Para la adquisición de un amplio conocimiento del comportamiento de los sistemas híbridos los modelos matemáticos constituyen una herramienta fundamental. De ahí que los esfuerzos de investigación orientada a la obtención de

formalismos de modelizado de sistemas híbridos hayan sido considerables. Como resultado se ha propuesto en la literatura una amplia variedad de modelos con diferentes campos de aplicación en las últimas décadas. La idea principal de dichos modelos es representar al sistema híbrido como una combinación de dos subsistemas, los cuales describen la evolución en el tiempo de los estados continuo y discreto respectivamente, tal como fue ejemplificado en la Fig. 4.1.

Si bien se puede decir que el análisis y diseño de sistemas híbridos en la práctica se viene encarando desde hace tiempo (por ej. para analizar sistemas a relé con histéresis), los modelos utilizados en un principio consistieron en aproximaciones mono-disciplinares. Es decir, modelos que mediante abstracciones puramente continuas (o puramente discretas) evitaban la interacción de subsistemas continuo y discreto característica de la estructura híbrida. Un ejemplo típico es el modelo promediado utilizado para representar la operación continua de un convertidor DC-DC conmutando a altas frecuencias [119]. Estos métodos pueden ser razonables bajo circunstancias prácticas específicas, pero resultan inadecuados para analizar fenómenos propios de los sistemas híbridos porque ignoran la interacción potencial de la dinámica continua y las transiciones discretas [2].

Por lo tanto para poder modelizar y analizar adecuadamente los fenómenos híbridos se deben combinar apropiadamente los métodos puramente concebidos para sistemas continuos con aquellos métodos exclusivos de los sistemas de eventos discretos. Siguiendo esta filosofía surgieron múltiples paradigmas de modelizado que se distinguen por los fenómenos que pueden representar según la forma en que explicitan la interacción entre las diferentes dinámicas. Entre los más difundidos se pueden citar los siguientes formalismos:

- Autómata híbrido [120];
- Sistemas conmutados [18];
- Inclusiones híbridas [121];
- Sistemas afines por tramos (*Piecewise Affine*, PWA) [122];
- Sistemas complementarios [123];
- Sistemas dinámicos lógicos mixtos [124];
- Redes de Petri temporales o híbridas [125];

En esta sección se pone énfasis en el primer formalismo de la lista, el autómata híbrido, por ser el más aceptado para el modelizado de un sistema híbrido. La razón es que éste consiste en la composición de dos formalismos bien difundidos de modelizado: ecuaciones diferenciales, para gobernar los modelos comandados por el tiempo, y máquinas de estados finitos, para regir los sistemas de eventos discretos. El modelo de sistemas conmutados se trata en la subsección 4.1.2 como un caso particular del primer formalismo.

### 4.1.1. El autómata híbrido

Un autómata híbrido es un sistema dinámico que describe la evolución en el tiempo de un conjunto de variables de estado discretas y continuas. La definición 4.1 es la propuesta en [126] y es válida para sistemas híbridos autónomos invariantes en el tiempo como se discute en la subsección 4.1.3. La ausencia de dependencia explícita con el tiempo simplifica el establecimiento de condiciones precisas relativas a propiedades fundamentales de estos sistemas.

**Definición 4.1 (Autómata Híbrido)** *Un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  es una colección  $\mathcal{H} = (\mathcal{Q}, \mathcal{X}, f, \text{Ini}, \text{Dom}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{R})$ , donde  $\mathcal{Q} = \{q_1, q_2, \dots\}$  es un conjunto de estados discretos;  $\mathcal{X} = \mathbb{R}^n$  es un conjunto de estados continuos;  $f(\cdot, \cdot) : \mathcal{Q} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^n$  es un campo vectorial;  $\text{Ini} \subseteq \mathcal{Q} \times \mathcal{X}$  es un conjunto de estados iniciales;  $\text{Dom}(\cdot) : \mathcal{Q} \rightarrow \mathbf{P}(\mathcal{X})$  es un dominio;  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{Q} \times \mathcal{Q}$  es un conjunto de aristas;  $\mathcal{G}(\cdot) : \mathcal{E} \rightarrow \mathbf{P}(\mathcal{X})$  es una condición de guarda;  $\mathcal{R}(\cdot, \cdot) : \mathcal{E} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathbf{P}(\mathcal{X})$  es un mapa de reset; siendo  $\mathbf{P}(\mathcal{X})$  el conjunto de todos los subconjuntos de  $\mathcal{X}$ .*

El autómata híbrido  $\mathcal{H}$  define las evoluciones posibles del estado definido por el par  $(q, x) \in \mathcal{Q} \times \mathcal{X}$ . Por ejemplo, si se parte del estado inicial  $(q_0, x_0) \in \text{Ini}$ , el estado continuo  $x$  evoluciona de acuerdo con la ecuación diferencial  $\{\dot{x} = f(q_0, x), x(0) = x_0\}$  mientras que el estado discreto  $q$  permanece constante  $\{q(t) = q_0\}$ . La evolución continua se mantiene siempre que  $x$  permanezca en el conjunto  $\text{Dom}(q_0)$ . Si en algún punto  $x$  alcanza la guarda  $\mathcal{G}(q_0, q_1)$  de alguna arista  $(q_0, q_1) \in \mathcal{E}$  el estado discreto puede cambiar al valor  $q_1$ . Al mismo tiempo el estado continuo puede saltar a algún valor de  $\mathcal{R}(q_0, q_1, x)$ . Después de la transición discreta la evolución continua se reanuda, repitiéndose el mismo proceso.

**Nota:** Para eliminar ciertos casos patológicos y sin perder generalidad se asume en adelante que para todo  $e \in \mathcal{E}$  se cumple  $\mathcal{G}(e) \neq \emptyset$  y para todo  $x \in \mathcal{G}(e)$ ,  $\mathcal{R}(e, x) \neq \emptyset$ .

**Ejemplo 4.1 (Termostato)** *La regulación de temperatura de una habitación por medio de un termostato, el cual enciende la calefacción cuando la temperatura decrece por debajo de un valor mínimo  $T_{\min}$  y la apaga cuando crece por encima de un valor máximo  $T_{\max}$ , se modeliza de manera directa con un autómata híbrido  $\mathcal{H} = (\mathcal{Q}, \mathcal{X}, f, \text{Ini}, \text{Dom}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{R})$ , donde:*

- $\mathcal{Q} = \{q_1, q_2\}$  ( $q_1$  : calefacción encendida,  $q_2$ : apagada);
- $\mathcal{X} = \mathbb{R}_+$  (valores que puede tomar la temperatura  $x$  de la habitación);
- $f(q_1, x) = -x + C$ , y  $f(q_2, x) = -x$  ( $C$  : constante relativa al calefactor);
- $\text{Ini} = \{q_1, q_2\} \times \mathbb{R}_+$ ;
- $\text{Dom}(q_1) = \{x \in \mathbb{R}_+ \mid x \leq T_{\max} + \delta\}$  y  $\text{Dom}(q_2) = \{x \in \mathbb{R}_+ \mid x \geq T_{\min} - \delta\}$ ;
- $\mathcal{E} = \{(q_1, q_2), (q_2, q_1)\}$ ;
- $\mathcal{G}(q_1, q_2) = \{x \in \mathbb{R}_+ \mid x \geq T_{\max}\}$  y  $\mathcal{G}(q_2, q_1) = \{x \in \mathbb{R}_+ \mid x \leq T_{\min}\}$ ;

- $\mathcal{R}(q_1, q_2, x) = \mathcal{R}(q_2, q_1, x) = \{x\}$  (no se produce salto en el estado continuo);

La variable  $\delta > 0$  adiciona incertidumbre a las transiciones de  $\mathcal{H}$ . El objetivo del termostato es mantener la temperatura dentro del intervalo  $(T_{min} - \delta, T_{max} + \delta)$ .

### Representación gráfica

Muchas veces resulta conveniente representar los autómatas híbridos con grafos orientados  $(\mathcal{Q}, \mathcal{E})$ , donde ahora  $\mathcal{Q}$  contiene los vértices del grafo, que se corresponden con los valores de los estados discretos, y  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{Q} \times \mathcal{Q}$  contiene las aristas del grafo, las cuales representan las transiciones entre dichos valores. Como ejemplo se muestra en la Fig. 4.2 el grafo orientado correspondiente al autómata híbrido  $\mathcal{H}$  del Ej. 4.1. En éste y muchos otros casos donde el mapa de reset es la función identidad es común no indicar el mismo en la arista del grafo para dar a entender que el estado continuo no cambia como resultado de una transición discreta. Dado que los grafos orientados contienen exactamente la misma información que la definición 4.1, éstos pueden tratarse como definiciones informales de los autómatas híbridos.

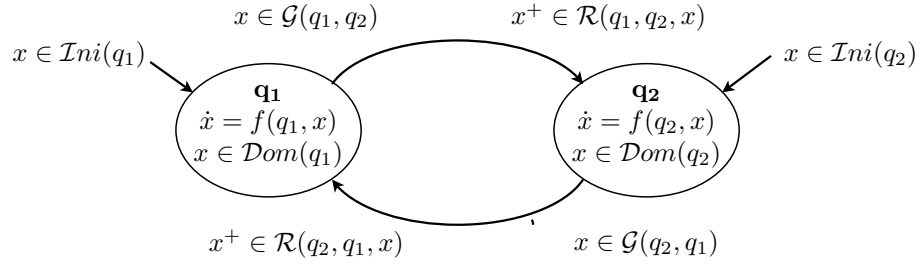


Figura 4.2: Representación gráfica del autómata híbrido del termostato

### Autómata temporal

Si para todo estado discreto  $q \in \mathcal{Q}$  de un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  el campo vectorial  $f(q, x)$  devuelve ecuaciones diferenciales de la forma  $\dot{x} = 1$  y además el dominio  $\text{Dom}(q)$ , la condición de guarda  $\mathcal{G}(e, x)$ , etc. implican comparaciones de los estados continuos con constantes (por ej.  $x = 1$ ,  $x < 2$ ,  $x \geq 0$ , etc.) entonces  $\mathcal{H}$  pertenece a una clase especial de sistemas híbridos llamados autómatas temporales [127]. Aunque limitados a la hora de modelizar sistemas físicos, los autómatas temporales resultan muy apropiados para introducir restricciones relativas al tiempo (del estilo: “el evento  $A$  debe ocurrir al menos 2 segundos después del evento  $B$  y no más de 5 segundos después del evento  $C$ ”). Para algunas aplicaciones, como por ejemplo la verificación de protocolos de comunicación, una descripción de este tipo es suficiente tanto para capturar la dinámica del sistema como para comprobar las especificaciones requeridas.

### Composición de autómatas híbridos

Desde las ciencias de la computación se propusieron generalizaciones del autómata híbrido autónomo o cerrado que permiten la construcción de modelos híbridos complejos a partir de la composición de componentes simples así como también el estudio del desempeño de un sistema híbrido completo en base a resultados de desempeño obtenidos en sus componentes individuales. Tales capacidades confieren al lenguaje de modelización propiedades de composición y abstracción que son clave para los esquemas de control jerárquico. Resulta representativo el **autómata de entrada/salida híbrido** presentado en [128], el cual no sólo habilita diversas operaciones de composición entre sistemas híbridos sino que también permite trabajar con estados continuos de dimensión infinita. Sin embargo para los fines prácticos de esta tesis se empleará una aproximación más compatible con la teoría de control, el **autómata híbrido abierto** propuesto en [129], la cual simplemente adiciona a la definición 4.1 los elementos  $\{\mathcal{U} = \mathcal{U}_D \cup \mathcal{U}_C, \mathcal{Y} = \mathcal{Y}_D \cup \mathcal{Y}_C, w\}$ , donde  $\mathcal{U}_D$  y  $\mathcal{U}_C$  son conjuntos finitos de las variables de entrada discretas y continuas, respectivamente;  $\mathcal{Y}_D$  e  $\mathcal{Y}_C$  son conjuntos finitos de las variables de salida discretas y continuas, respectivamente; y  $w(\cdot, \cdot) : \mathcal{Q} \times \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{Y}$  es un mapa de salida.

#### 4.1.2. Sistemas conmutados

Si se descartan los elementos de la definición 4.1 que restringen el comportamiento discreto del autómata híbrido, de manera que contenga todos los posibles patrones de conmutación entre funciones pertenecientes al campo vectorial  $f(q, x)$ , entonces se obtiene una clase más general de sistemas híbridos denominada sistemas conmutados. En [118] se define formalmente un sistema conmutado con la siguiente ecuación diferencial:

$$\dot{x} = f_q(x) \quad (4.1)$$

donde  $x \in \mathcal{X}$  es el estado continuo y  $f_q(\cdot) = f(q, \cdot) : \mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}^n$  es una función continua para cada  $q \in \mathcal{Q} = \{q_1, q_2, \dots, q_N\}$ . Aquí el estado discreto  $q$  actúa como señal de conmutación, es decir que sirve como parámetro para determinar cuál de las funciones  $f_q$  se activa en un instante de tiempo dado. En [18] se propone la siguiente clasificación de sistemas conmutados según el tipo de dependencia de la señal de conmutación:

#### - Conmutación dependiente del tiempo;

En esta categoría la señal de conmutación es una función  $q(\cdot) : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathcal{Q}$  constante por tramos que depende explícitamente del tiempo, lo que vuelve variante en el tiempo la ecuación diferencial (4.1). Las discontinuidades se producen en los instantes de conmutación y por convención se admite un número finito de ellas en un intervalo acotado dado. En la Fig. 4.3 se muestra un ejemplo de señal de conmutación dependiente del tiempo que se representa (también por convención) continua por derecha. Esta señal podría corresponder a la activación y desactivación a lazo abierto de la calefacción del Ej. 4.1.



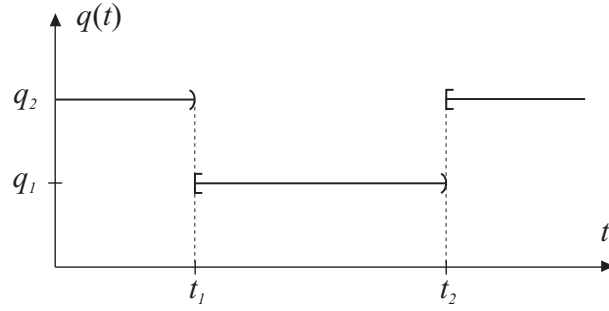


Figura 4.3: Ejemplo de señal de conmutación dependiente del tiempo

Este tipo de conmutación se puede modelizar con un autómata híbrido invariante en el tiempo adicionando un estado continuo que actúe como temporizador e incorporando las reglas de reinicialización necesarias mediante condiciones de guarda y mapas de reset apropiados.

#### - Conmutación dependiente de los estados;

En esta clase de sistemas la conmutación no es arbitraria sino que está asociada a una determinada partición del espacio de estados continuos. Por medio de una familia de superficies de conmutación la partición establece regiones de operación a las cuales se asigna un campo vectorial  $f_q$  específico. La conmutación se produce toda vez que la trayectoria del sistema cruza alguna de las superficies, pudiendo producirse un salto instantáneo en el valor del estado. La nueva dinámica continua con la que va a seguir evolucionando la trayectoria va a depender de la región de operación a la que la llevó dicho efecto impulsivo. En la Fig. 4.4 se muestra un ejemplo simple donde el espacio de estados está particionado en dos regiones de operación delimitadas por una superficie de conmutación  $\mathcal{S}$ . Allí se indican los elementos de la definición 4.1 que permiten modelizar el sistema conmutado con un autómata híbrido invariante en el tiempo. La equivalencia de ambos formalismos parte de considerar condiciones de guarda  $\mathcal{G}$  cuyo

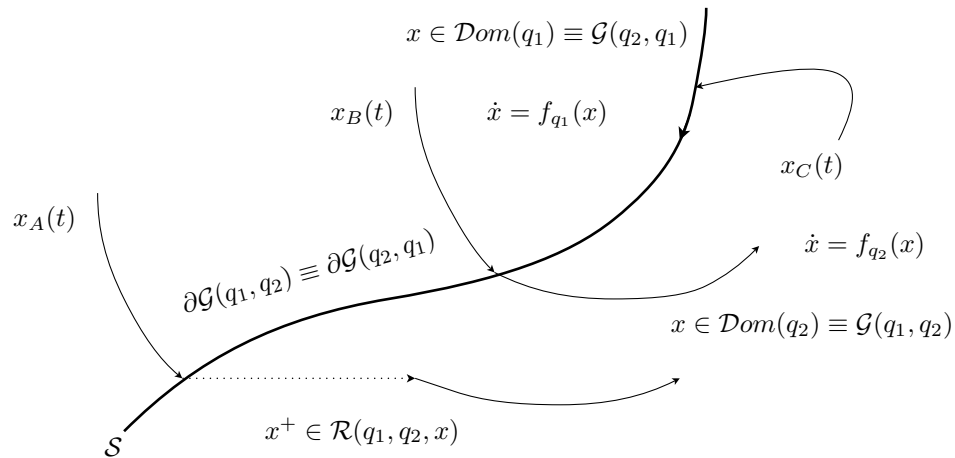


Figura 4.4: Ejemplo de conmutación dependiente de los estados

contorno  $\partial\mathcal{G}$  coincide con  $\mathcal{S}$  como se indica en la Fig. 4.4. Por ejemplo la trayectoria  $x_A(t)$  hace evidente la equivalencia del caso más general cuyo mapa de reset difiere de la identidad. De lo contrario se tiene un caso particular de sistemas conmutados que carece de efectos impulsivos, como lo ejemplifica la trayectoria  $x_B(t)$ . Se puede observar que al cruzar  $\mathcal{S}$ ,  $x_B(t)$  no pierde continuidad, aunque sí diferencialidad como ocurre en la mayoría de los casos. Estos sistemas reciben el nombre de *sistemas dinámicos discontinuos* o *sistemas suaves por tramos*. Debido a que su evolución continua depende únicamente del valor del estado continuo no existe una interacción real con la dinámica discreta, la cual caracteriza a los sistemas híbridos. Sin embargo estos sistemas no siempre se pueden analizar con los métodos estándares elaborados para sistemas no lineales. En la subsección 4.1.4 se tratará un comportamiento interesante de estos sistemas conocido como modo deslizante por el cual las trayectorias quedan atrapadas en la superficie de conmutación como lo ejemplifica la trayectoria  $x_C(t)$  de la Fig. 4.4.

#### - Conmutación autónoma y conmutación controlada;

Cuando no se tiene control sobre el mecanismo que desencadena la conmutación se dice que ésta es autónoma. Esta situación se puede dar tanto en la conmutación dependiente de los estados, cuando la ubicación de las superficies de conmutación se encuentra preestablecida, como en la conmutación dependiente del tiempo, cuando la señal de conmutación es desconocida o fue ignorada en la etapa de modelizado (por ej. factores ambientales impredecibles o fallos en los componentes pueden ocasionar cambios abruptos en la dinámica). Por el contrario, en otras situaciones la conmutación la impone el diseñador para que el sistema se comporte de manera deseada. En dichos casos se tiene un control directo sobre el mecanismo de conmutación, ya sea dependiente del tiempo o de los estados, pudiendo ser ajustado a medida que el sistema evoluciona. No es fácil delimitar de forma precisa las conmutaciones autónoma y controlada debido a que ambas pueden coexistir en un mismo sistema. Por ejemplo cualquiera de las configuraciones de SGRHs presentadas en la sección 3.1 puede verse afectada por cambios impredecibles en la potencia extraída de los recursos renovables o por restricciones de operación propias del electrolizador (conmutaciones autónomas) que hacen razonable considerar mecanismos basados en lógicas de detección de tales eventos a nivel del control supervisor que provean acciones correctivas (conmutación controlada).

#### 4.1.3. Solución de un autómata híbrido

El autómata híbrido ofrece un lenguaje de modelizado cuya versatilidad no sólo permite describir una amplia variedad de fenómenos físicos sino que también puede dar lugar a la generación de modelos carentes de sentido físico y aún matemático. Fácilmente puede ocurrir que los modelos construidos con esta herramienta no admitan soluciones para ciertos estados iniciales, o que admitan múltiples soluciones, o que las soluciones admitidas no sean continuas con respecto a los estados iniciales. También puede ocurrir que admitan un número infinito de transiciones discretas en tiempo finito. Todas estas propiedades de los

modelos pueden resultar indeseadas ya sea desde el punto de vista de la realidad física que describen como del de los algoritmos de simulación. A fin de poder interpretar las restricciones que se deben imponer a la definición 4.1 para evitar algunos de los problemas de modelizado mencionados se presentan a continuación algunos conceptos fundamentales en el estudio de soluciones de sistemas híbridos. La notación utilizada se corresponde con la propuesta en [126].

### Trayectorias Híbridas y Ejecuciones

El estado de un autómata híbrido evoluciona con el flujo continuo determinado por ecuaciones diferenciales, así como con los saltos discretos determinados por grafos orientados. Para caracterizar dicha evolución resulta entonces natural pensar en un conjunto de tiempo que contenga intervalos continuos donde se produce la dinámica continua y puntos discretos que den lugar a las transiciones que ocurren idealmente en tiempo instantáneo. Surge así el concepto de conjunto de tiempo híbrido, cuya definición formal es la que se da a continuación.

**Definición 4.2 (Conjunto de Tiempo Híbrido)** *Un conjunto de tiempo híbrido es una secuencia de intervalos  $\tau = \{I_0, I_1, \dots, I_N\} = \{I_i\}_{i=0}^N$ , finita o infinita (es decir, está permitido  $N = \infty$ ) tal que  $I_i = [\tau_i, \tau'_i]$  para todo  $i < N$ ; si  $N < \infty$  entonces  $I_N = [\tau_N, \tau'_N]$  o  $I_N = [\tau_N, \tau'_N)$ ; y  $\tau_i \leq \tau'_i = \tau_{i+1}$  para todo  $i$ ;*

A pesar de su naturaleza compleja,  $\tau$  exhibe un buen comportamiento como objeto matemático. En ese sentido la precedencia de los elementos de  $\tau$  así como su relación con otros  $\hat{\tau}$  queda definida de modo natural. En la Fig. 4.5 se representa un conjunto tiempo híbrido  $\tau$  asociado a la dinámica del Ej. 4.1. Se observa que para  $t_1, t_2 \in I_0$ ,  $t_3 \in I_1$  y  $t_4 \in I_2$  la relación de precedencia (denotada con el operador  $\prec$ ) resulta  $t_1 \prec t_2 \prec t_3 \prec t_4$ . Por otra parte, el conjunto de tiempo híbrido  $\hat{\tau} = \{[\tau_i, \tau'_i]\}_{i=0}^2$  se dice que es un prefijo estricto del conjunto  $\tau$  de la figura ( $\hat{\tau} \sqsubset \tau$ ).

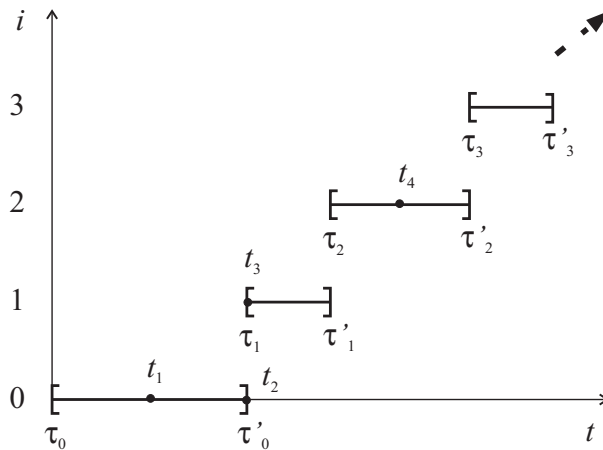


Figura 4.5: Ejemplo de conjunto de tiempo híbrido  $\tau$

Los conjuntos de tiempo híbrido definen el horizonte de tiempo sobre el cual puede evolucionar el estado de un sistema híbrido. Dicha evolución se denomina

trayectoria híbrida debido a que combina las nociones de evolución particulares de los sistemas discretos y de los continuos.

**Definición 4.3 (Trayectoria Híbrida)** Una trayectoria híbrida es una 3-upla  $(\tau, q, x)$  que se compone de un conjunto temporal híbrido  $\tau = \{I_i\}_0^N$  y de dos secuencias de funciones  $q = \{q_i(\cdot)\}_0^N$  y  $x = \{x_i(\cdot)\}_0^N$  con  $q_i(\cdot) : I_i \rightarrow \mathcal{Q}$  y  $x_i(\cdot) : I_i \rightarrow \mathbb{R}^n$ .

Aquellas trayectorias híbridas que se ajustan a las restricciones impuestas por los elementos listados en la definición 4.1 reciben el nombre de ejecuciones de un autómata híbrido autónomo.

**Definición 4.4 (Ejecución)** Una ejecución de un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  es una trayectoria híbrida  $(\tau, q, x)$  que satisface las siguientes condiciones:

- Condición inicial:  $(q_0(\tau_0), x_0(\tau_0)) = (q_0, x_0) \in \mathcal{Ini}$
- Evolución discreta:  $\forall i, (q_i(\tau'_i), q_{i+1}(\tau_{i+1})) \in \mathcal{E}, x_i(\tau'_i) \in \mathcal{G}(q_i(\tau'_i), q_{i+1}(\tau_{i+1})),$   
y  $x_{i+1}(\tau_{i+1}) \in \mathcal{R}(q_i(\tau'_i), q_{i+1}(\tau_{i+1}), x_i(\tau'_i)).$
- Evolución continua:  $\forall i,$ 
  1.  $q_i(\cdot) : I_i \rightarrow \mathcal{Q}$  es constante sobre  $t \in I_i$ , (es decir,  $q_i(t) = q_i(\tau_i)$ );
  2.  $x_i(\cdot) : I_i \rightarrow X$  es una solución de la ecuación diferencial  $\dot{x}_i = f(q_i(t), x_i(t))$  sobre  $I_i$  comenzando en  $x_i(\tau_i)$ ; y,
  3. para todo  $t \in [\tau_i, \tau'_i]$ ,  $x_i(t) \in \text{Dom}(q_i(t)).$

Resulta más acertado declarar que una ejecución es “aceptada”, en lugar de “generada”, por el autómata híbrido. Dicha interpretación permite considerar el caso de un autómata híbrido que acepta múltiples ejecuciones para un mismo estado inicial, lo cual caracteriza a los modelos de sistemas con incertidumbres llamados no deterministas. La Fig. 4.6 muestra dos posibles ejecuciones  $(\tau, q, x)$  y  $(\hat{\tau}, \hat{q}, \hat{x})$  aceptadas por el autómata híbrido del Ej. 4.1 para un mismo estado inicial  $(q_1, x(0))$ . Dicho estado pertenece al conjunto  $\mathcal{Ini}$ , por lo que se cumple la primera restricción de la definición 4.4. La transición  $(q_1, q_2)$  es una arista del grafo orientado que ocurre en  $t = t_1$  para la primera ejecución y en  $t = t_2$  para la segunda. Dado que tanto  $x$  como  $\hat{x}$  pertenecen a la guarda de dicha arista en  $t_1$  y  $t_2$  respectivamente y que ambas son funciones continuas, como corresponde al mapa de Reset Identidad, la segunda restricción también se cumple. Las mismas observaciones se pueden hacer respecto de las demás transiciones discretas. Por último, se observa que entre transiciones las secuencias  $q$  y  $\hat{q}$  toman los valores constantes  $\{q_1, q_2\}$  y las secuencias  $x$  y  $\hat{x}$  evolucionan según la ecuación diferencial determinada por dichos valores dentro del espacio  $\text{Dom}$ . En  $t = t_2$  la secuencia  $\hat{x}$  alcanza el límite de  $\text{Dom}$ , por lo que la transición de  $q$  es “forzada”. Por el contrario, la transición en  $t = t_1$  de  $q$ , la cual se encuentra “habilitada”, podría no producirse debido a que es posible que  $x$  siga su evolución continua. Esta clase de incertidumbre es la que se debe eliminar si se quiere tener un modelo híbrido determinista, como se verá más adelante.

Las ejecuciones se pueden clasificar según las características de sus conjuntos de tiempo híbrido  $\tau$ .

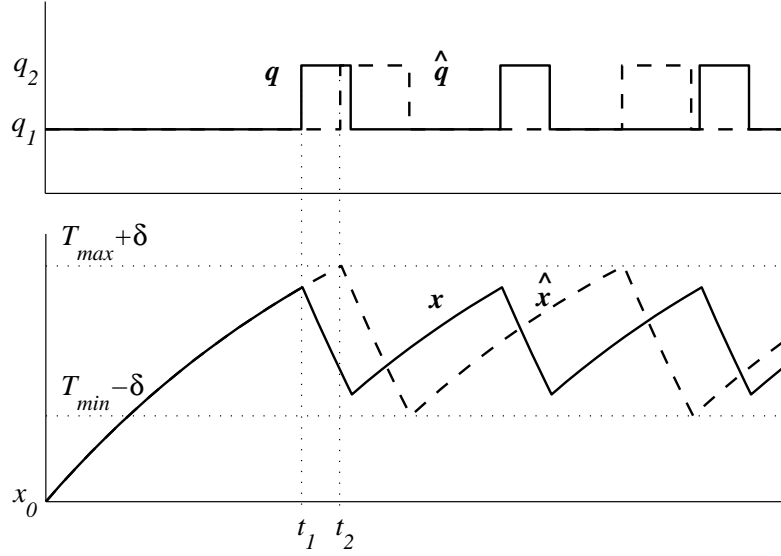


Figura 4.6: Ejecuciones aceptadas por el autómata híbrido del termostato

**Definición 4.5 (Clasificación de Ejecuciones)** Una ejecución  $(\tau, q, x)$  se llama:

- **Finita**, si  $\tau$  es una secuencia finita y el último intervalo en  $\tau$  es cerrado;
- **Infinita**, si  $\tau$  es una secuencia infinita, o si la suma de la duración de los intervalos en  $\tau$  es infinita, es decir  $\sum_{i=0}^N (\tau'_i - \tau_i) \rightarrow \infty$ ;
- **Zenón**, si  $\tau$  es una secuencia infinita, pero  $\sum_{i=0}^N (\tau'_i - \tau_i) < \infty$ ;
- **Máxima**, si  $\tau$  no es prefijo estricto del conjunto de tiempo híbrido de ninguna otra ejecución de  $\mathcal{H}$ ;

Según la definición 4.5 todas las ejecuciones aceptadas por el autómata híbrido del termostato, cuyos conjuntos de tiempo híbrido son del estilo del  $\tau$  de la Fig. 4.5, se pueden clasificar como infinitas.

### Estados Alcanzables y de Transición

La derivación de condiciones de existencia y unicidad de las ejecuciones implica la introducción de conceptos acerca de estados alcanzables por el autómata híbrido así como de estados a partir de los cuales la evolución continua es imposible. Tales conceptos se exponen brevemente a continuación.

Por estado alcanzable se entiende todo estado híbrido hacia el cual el autómata híbrido es capaz de dirigirse transitando a lo largo de alguna de sus ejecuciones. Una definición más formal es la siguiente:

**Definición 4.6 (Estados alcanzables)** Un estado  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Q} \times \mathcal{X}$  de un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  se dice que es alcanzable si existe una ejecución finita  $(\tau, q, x)$  que termine en  $(\hat{q}, \hat{x})$ , es decir  $\tau = \{[\tau_i, \tau'_i]\}_0^N$ ,  $N < \infty$ , y  $(q_N(\tau'_N), x_N(\tau'_N)) = (\hat{q}, \hat{x})$ .

El conjunto de todos los estados alcanzables por  $\mathcal{H}$  se denomina  $\mathcal{Reach} \subseteq \mathcal{Q} \times \mathcal{X}$  (del inglés, *reachable*: alcanzable). Fácilmente se deduce que

$$\mathcal{Ini} \subseteq \mathcal{Reach} \quad (4.2)$$

haciendo  $N = 0$  y  $\tau'_0 = \tau_0$ . La igualdad  $\mathcal{Ini} = \mathcal{Reach}$  se cumple si el conjunto de estados iniciales es todo el espacio híbrido  $\mathcal{Q} \times \mathcal{X}$ . Esa condición se da en el ejemplo 4.1 del termostato, por lo que allí el conjunto de estados alcanzables es  $\mathcal{Reach} = \{q_1, q_2\} \times \mathbb{R}$ . Sin embargo conjuntos  $\mathcal{Ini}$  más específicos hacen que el cálculo exacto del conjunto  $\mathcal{Reach}$  no sea trivial. Para ello se han propuesto diversos métodos, siendo uno de los más generales el que aplica argumentos deductivos para establecer cotas a través de conjuntos invariantes [130].

El concepto relativo a estados a partir de los cuales la evolución continua es imposible se puede entender como aquellos estados donde el campo vectorial fuerza al sistema a abandonar instantáneamente el dominio del autómata híbrido. Éstos se llaman estados de transición y su interpretación matemática es la que se da a continuación.

Dado un estado  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Q} \times \mathcal{X}$ , la evolución continua del autómata híbrido es  $x(\cdot) : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$  si dicha función es solución de la ecuación diferencial  $\{\dot{x} = f(\hat{q}, x), x(0) = \hat{x}\}$ . Dicha solución existe y es única bajo la siguiente hipótesis [131]:

**Suposición 4.1**  $X = \mathbb{R}^n$ , para algún  $n \geq 1$ , y  $f(q, \cdot) : X \rightarrow \mathbb{R}^n$  es un campo vectorial localmente Lipschitz continuo en  $x$  para todo  $q \in \mathcal{Q}$ .

Entonces  $(\hat{q}, \hat{x})$  es un estado de transición si transcurrido un tiempo  $t < T$ , por más pequeño que éste sea, el estado continuo  $x$  deja de pertenecer a  $\mathcal{Dom}$ . Formalmente el conjunto de todos los estados de transición de un autómata híbrido es:

$$\mathcal{Trans} = \{(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Q} \times \mathcal{X} \mid \forall \epsilon > 0 \exists t \in [0, \epsilon) \text{ tal que } (\hat{q}, x(t)) \notin \mathcal{Dom}(\hat{q})\} \quad (4.3)$$

Por definición todos los estados que están fuera del dominio de  $\mathcal{H}$  deberían ser estados de transición, lo que significa que se cumple:

$$\bigcup_{q \in \mathcal{Q}} \{q\} \times \overline{\mathcal{Dom}(q)} \subseteq \mathcal{Trans}. \quad (4.4)$$

La igualdad estricta se cumple bajo la suposición 4.1 si  $\mathcal{Dom}(q)$  es un conjunto abierto para todo  $q$  (ver demostración en [132]). Si alguno de los dominios es cerrado, entonces  $\mathcal{Trans}$  puede contener partes del contorno de ese conjunto. En el Ej. 4.1, donde  $\mathcal{Dom}(q_1)$  y  $\mathcal{Dom}(q_2)$  son cerrados, el conjunto de estados de transición es:

$$\mathcal{Trans} = (\{q_1\} \times \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq T_{max} + \delta\}) \cup (\{q_2\} \times \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq T_{min} - \delta\}).$$

En este caso los contornos de  $\mathcal{Dom}(q_1)$  y  $\mathcal{Dom}(q_2)$ , que son los estados  $x = T_{max} + \delta$  y  $x = T_{min} - \delta$  respectivamente, pertenecen al conjunto  $\mathcal{Trans}$  por definición debido a que la evolución dinámica a partir de ellos no es posible. La caracterización exacta del conjunto  $\mathcal{Trans}$  puede tornarse más problemática. Sin embargo para cierta clase de autómatas híbridos el cómputo resulta directo si se aplican herramientas de control geométrico [133].

### Existencia y Unicidad de las Ejecuciones

En el ámbito de los sistemas dinámicos continuos la propiedad de existencia de las trayectorias se satisface requiriendo un campo vectorial continuo, mientras que la propiedad de unicidad se satisface con una condición más fuerte que es que el campo sea localmente Lipschitz continuo (Sup. 4.1). Sin embargo en el ámbito de los sistemas híbridos aún bajo estas condiciones la interacción discreta-continua puede ocasionar que las propiedades de existencia y unicidad fallen. Para enmarcar dicha situación dentro del formalismo de los autómatas híbridos se definen conceptos de no bloqueo y determinismo que hacen un paralelismo con los conceptos de existencia y unicidad de la dinámica puramente continua. Las condiciones de no bloqueo y determinismo se enuncian a través de lemas y teoremas, los cuales se pueden encontrar en [21] con su respectiva demostración.

**Definición 4.7 (No bloqueo y Determinismo)** *Un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  se llama no bloqueante si para todos los estados iniciales  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Ini}$  existe una ejecución infinita que comience en  $(\hat{q}, \hat{x})$ . Se llama determinista si para todos los estados iniciales  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Ini}$  existe a lo sumo una ejecución máxima que comience en  $(\hat{q}, \hat{x})$ .*

A grandes rasgos la propiedad de no bloqueo implica que las ejecuciones existen para todos los estados iniciales, mientras que la propiedad de determinismo implica que las ejecuciones infinitas (en el caso que existan) son únicas.

Intuitivamente se deduce que un autómata híbrido es no bloqueante si para todos los estados alcanzables donde la evolución continua es imposible existe la posibilidad de ocurrencia de una transición discreta. Esta situación se establece más formalmente con el siguiente lema:

**Lema 4.1** *Un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  es no bloqueante si para todo  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Reach} \cap \mathcal{Trans}$ , existe un  $\hat{q}' \in \mathcal{Q}$  tal que  $(\hat{q}, \hat{q}') \in \mathcal{E}$  y  $\hat{x} \in \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}')$ . Si  $\mathcal{H}$  es determinista, entonces es no-bloqueante si y sólo si se mantiene esta condición.*

En el Ej. 4.1 se cumple que  $\mathcal{Reach} \cap \mathcal{Trans} = \mathcal{Trans}$  y que  $\mathcal{Trans} \subseteq (\{q_1\} \times \mathcal{G}(q_1, q_2)) \cup (\{q_2\} \times \mathcal{G}(q_2, q_1))$ . Es decir que para todo  $(q, x) \in \mathcal{Ini}$  se cumplen las condiciones del Lema 4.1 y en consecuencia el autómata híbrido del termostato es no bloqueante.

Las posibilidades que tiene un autómata híbrido de ser no determinista bajo la Sup. 4.1 intuitivamente son que se pueda optar entre evolución continua y transición discreta o que a la transición discreta le correspondan múltiples destinos. Precisamente el Lema 4.2 establece que un autómata híbrido es determinista si y sólo si (1) toda vez que se permite una transición discreta, queda prohibida la evolución continua y (2,3) toda transición discreta tiene un destino único.

**Lema 4.2** *Un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  es determinista si y sólo si para todo  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Reach}$*

1. *si  $\hat{x} \in \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}')$  para algún  $(\hat{q}, \hat{q}') \in \mathcal{E}$ , entonces  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Trans}$ ;*
2. *si  $(\hat{q}, \hat{q}') \in \mathcal{E}$  y  $(\hat{q}, \hat{q}'') \in \mathcal{E}$  con  $\hat{q}' \neq \hat{q}''$  entonces  $\hat{x} \notin \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}') \cap \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}'')$ ; y,*

3. si  $(\hat{q}, \hat{q}') \in \mathcal{E}$  y  $x \in \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}')$  entonces  $\mathcal{R}(\hat{q}, \hat{q}', \hat{x}) = \{\hat{x}'\}$ , es decir el conjunto contiene el único elemento  $\hat{x}'$ ;

El Lema 4.2 permite afirmar que el autómata híbrido del Ej. 4.1 es no determinista porque no cumple la condición (1). En efecto, ninguno de los estados pertenecientes al conjunto

$$(\{q_1\} \times \{x \in \mathbb{R} \mid T_{max} \leq x < T_{max} + \delta\}) \cup (\{q_2\} \times \{x \in \mathbb{R} \mid T_{min} - \delta < x \leq T_{min}\}),$$

donde las transiciones discretas  $(q_1, q_2)$  o  $(q_2, q_1)$  están permitidas, pertenece a  $\mathcal{T}_{trans}$  para todo  $\delta > 0$ . Dicho conjunto es vacío si  $\delta = 0$ , siendo tal la condición de determinismo del modelo. Una vez probado que el autómata híbrido del termostato es no bloqueante y determinista mediante los Lemas 4.1 y 4.2, es una consecuencia directa que para cada estado inicial el mismo acepta una única ejecución infinita. Tal conclusión es la que se postula como propiedad de existencia y unicidad para todo autómata híbrido en el siguiente teorema:

**Teorema 4.1 (Existencia y Unicidad)** *Un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  acepta una ejecución infinita única para cada estado inicial si satisface todas las condiciones de los Lemas 4.1 y 4.2.*

En lo que se refiere a la continuidad de las soluciones con respecto a la condición inicial, la Sup. 4.1 también garantiza ésta para los sistemas puramente continuos. Dicha propiedad asegura que dos trayectorias que comienzan en estados continuos próximos se mantienen próximas a lo largo del tiempo, por lo que provee una justificación teórica a las aproximaciones numéricas de los algoritmos de simulación. Sin embargo para los sistemas híbridos la propiedad de continuidad se vuelve aún más demandante. En efecto el comportamiento de las ejecuciones de un autómata híbrido puede cambiar dramáticamente ante cambios muy pequeños en las condiciones iniciales aún bajo la Sup. 4.1. En esta tesis no se buscará garantizar la continuidad debido a que eso implica limitar excesivamente el poder descriptivo de los autómatas híbridos. Sin embargo, en la literatura de sistemas híbridos se encuentran algunos estudios sobre continuidad de las soluciones con respecto a las condiciones iniciales y parámetros cuyo objetivo es evitar problemas en el desarrollo de algoritmos de simulación o proveer herramientas en el estudio de conjunto invariantes y estabilidad [134, 21].

Aún resta estudiar las soluciones de algunos sistemas híbridos que exhiben infinitas transiciones discretas en tiempo finito. Éstas fueron presentadas formalmente en la definición 4.5 como ejecuciones de Zenón. Si bien cumplen con las condiciones del Teorema 4.1, las ejecuciones de Zenón atentan directamente contra el correcto planteo del sistema híbrido debido a que impiden la existencia global de las soluciones. Sin embargo guardan una estrecha relación con conceptos muy difundidos en la literatura, tales como conmutación de frecuencia infinita, *chattering* o modos deslizantes. Por lo tanto se les prestará especial atención en la próxima subsección, donde lejos de imponer condiciones para evitarlas se van a presentar métodos para extenderlas a todo tiempo  $t \in \mathbb{R}$ .



#### 4.1.4. Autómatas híbridos de Zenón

Un autómata híbrido de Zenón es aquel que acepta ejecuciones con un número infinito de transiciones discretas dentro de un intervalo finito de tiempo, catalogadas como ejecuciones de Zenón según la definición 4.5.

**Definición 4.8 (Autómata Híbrido de Zenón)** *Un autómata híbrido  $\mathcal{H}$  es de Zenón si existe un estado  $(q, x) \in \text{Ini}$  a partir del cual  $\mathcal{H}$  admite únicamente ejecuciones infinitas de Zenón.*

Las ejecuciones de Zenón toman su nombre del antiguo filósofo griego Zenón de Elea (480 a 490 a.C.) que planteó un número de paradojas para fundamentar su teoría de que los conceptos de movimiento y evolución llevan a contradicciones lógicas. Una de las más conocidas es su segunda paradoja del movimiento. Allí se plantea una carrera entre el veloz Aquiles y una tortuga en la cual el primero da una pequeña ventaja a la segunda y nunca llega a alcanzar a ésta [135]. Aunque su planteo parezca bastante simple, esta paradoja pudo resolverse satisfactoriamente recién a comienzos del siglo 20 y unas cuantas décadas después se convirtió en un problema práctico del área de los sistemas híbridos.

Si bien los sistemas reales claramente no son de Zenón, los autómatas híbridos que los modelizan pueden llegar a serlo cuando se construyen haciendo uso de un elevado nivel de abstracción. A continuación se presentan un par de casos reales muy difundidos cuyo modelizado híbrido permite ilustrar las características propias del fenómeno de Zenón.

**Ejemplo 4.2 (Pelota que rebota)** *El autómata híbrido definido por el grafo orientado de la Fig. 4.7 constituye el modelo ideal de una pelota que rebota elásticamente sobre una superficie. La idealización se basa en que la ley de caída libre*

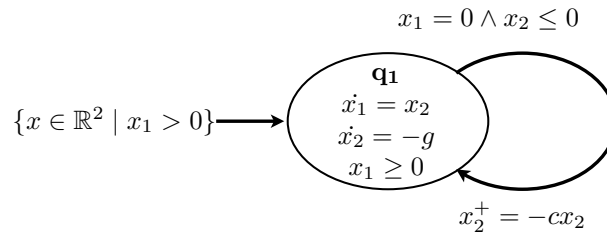


Figura 4.7: Autómata híbrido de la pelota que rebota

de los cuerpos gobierna en todo momento la evolución continua, expresada en el único nodo del grafo  $q_1$ , y en que la energía en cada rebote luego del impacto es una fracción  $c^2 \in (0, 1)$  introducida por las transiciones discretas. El estado continuo  $x_1$  representa la posición vertical de la pelota respecto de la superficie y  $x_2$ , su velocidad. La aceleración de la gravedad es  $g$  y la masa de la pelota se considera unitaria. Aplicando el Teorema 4.1 se puede demostrar que para cada estado inicial del conjunto  $\text{Ini} = \{q_1\} \times \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 > 0\}$  el autómata acepta una y sólo una ejecución infinita. En la Fig. 4.8 se muestra la trayectoria híbrida de la ejecución que comienza en  $(q_1(\tau_0), x(\tau_0))$ . En [136] se prueba fácilmente que el número de transiciones discretas es infinito y que con los intervalos del conjunto

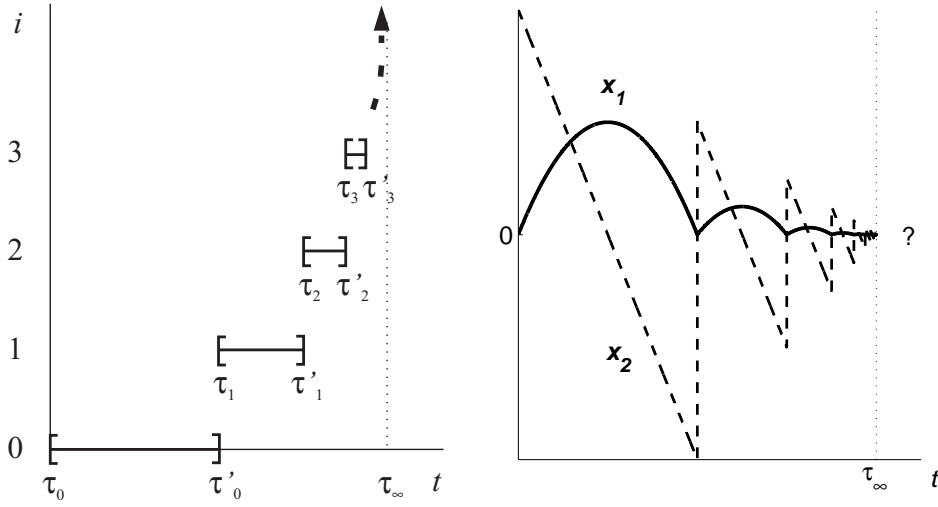


Figura 4.8: Ejecución de Zenón del autómata de la pelota rebotadora

de tiempo híbrido se puede formar una serie geométrica cuya suma converge al tiempo:

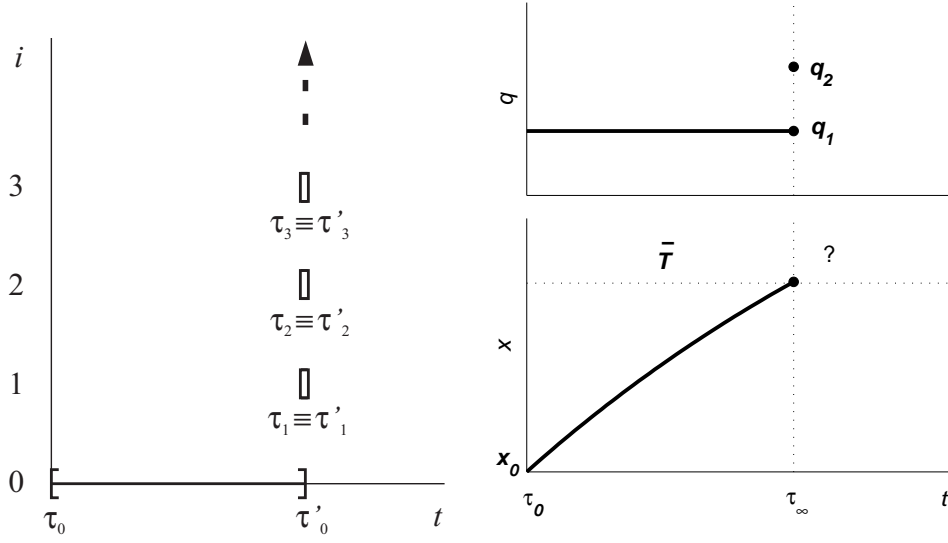
$$\tau_{\infty} = \tau_0 + \frac{x_2(\tau_0)}{g} + \frac{(1+c)\sqrt{x_2^2(\tau_0) + 2gx_1(\tau_0)}}{g(1-c)} < \infty.$$

Por lo tanto dicha ejecución y en consecuencia el autómata híbrido que la acepta resultan ser de Zenón. Físicamente este resultado no tiene sentido porque implica que previo al tiempo  $\tau_{\infty}$  la pelota rebota infinitas veces. Por otra parte no define qué ocurre después. En la Fig. 4.8 se puede observar que a medida que el autómata híbrido evoluciona hacia  $\tau_{\infty}$  los estados  $x_1$  y  $x_2$  convergen a 0. Sería natural entonces extender la solución a dichos valores más allá de  $\tau_{\infty}$ , lo que físicamente implica que la pelota deja de rebotar. Pero en la realidad esto ocurre indefectiblemente luego de un número finito de rebotes.

**Ejemplo 4.3 (Termostato con *chattering*)** En el Ej. 4.1 se vio que el autómata híbrido del termostato acepta una única ejecución infinita para todos los estados iniciales  $(q, x) \in \{q_1, q_2\} \times \mathbb{R}$  cuando  $\delta = 0$ . Si además se impone la condición  $T_{\max} = T_{\min} = \bar{T}$  tales ejecuciones infinitas son de Zenón. En efecto, una ejecución que comienza en  $x_0$  en el tiempo  $\tau_0$  alcanza la condición  $x = \bar{T}$  en el tiempo finito:

$$\tau_{\infty} = \tau_0 + \ln \left( \frac{x(\tau_0) - C}{\bar{T} - C} \right) < \infty$$

y a partir de allí se sucede una cantidad infinita de transiciones discretas sin evolución del tiempo continuo. Este fenómeno se puede observar en el conjunto de tiempo híbrido de la ejecución mostrada en la Fig. 4.9, donde a partir de  $\tau_{\infty}$  la duración de todos los intervalos  $I_i$  es 0. Por tal razón dicho fenómeno recibe el nombre de conmutación de frecuencia infinita o *chattering*. Es evidente que esta clase de soluciones discretas deben extenderse más allá del tiempo  $\tau_{\infty}$  para que revistan significado físico.

Figura 4.9: Ejecución de Zenón del Termostato con *chattering*

Los dos ejemplos presentados de autómatas híbridos de Zenón ponen en evidencia la incapacidad de estos formalismos para establecer un concepto de solución a la derecha del punto de acumulación de transiciones  $\tau_\infty$ , conocido como tiempo de Zenón. Para poder extender las ejecuciones de Zenón más allá de dicho tiempo se propuso en [137] aplicar la técnica de regularización. La misma se encuentra bastante estandarizada para el tratamiento de ecuaciones diferenciales cuya solución no está bien definida. Mediante esta metodología la ecuación diferencial original se altera ligeramente con el fin de obtener otra ecuación diferencial cuya solución esté bien definida.

La regularización de un autómata híbrido de Zenón  $\mathcal{H}$  consiste en la construcción de una familia de autómatas híbridos  $\mathcal{H}_\epsilon$  determinísticos, no bloqueantes y que no sean Zenón, parametrizada según el valor real  $\epsilon > 0$ . La familia construida debe ser tal que  $\mathcal{H}_\epsilon$  tienda a  $\mathcal{H}$  a medida que  $\epsilon$  tiende a 0. Esto significa que partiendo del mismo estado inicial la ejecución de  $\mathcal{H}_\epsilon$  debe converger a la ejecución de  $\mathcal{H}$  para todos los subintervalos cerrados de  $[\tau_0, \tau_\infty)$ . A partir del mismo  $\mathcal{H}$  se pueden obtener distintas regularizaciones que responden a consideraciones físicas del sistema subyacente o al fenómeno de Zenón en sí. Las extensiones de las ejecuciones de Zenón sugeridas por cada regularización pueden diferir entre sí. En tales casos se requiere información adicional del sistema real que permita seleccionar la extensión más significativa.

Se pueden destacar cuatro tipos de regularización. Las del tipo temporal, dinámica y espacial, que suelen captar distintos aspectos físicos del sistema particular. Y la del tipo de Filippov, que es válida únicamente si el fenómeno de Zenón implica infinitas transiciones en tiempo cero. A continuación se presentan gráficamente dichas regularizaciones aplicadas a los autómatas de los Ejs. 4.2 y 4.3. Las definiciones formales se pueden encontrar en [138].

### Regularización temporal

La regularización temporal del autómata de Zenón del Ej. 4.2 se basa en considerar que cada rebote de la pelota se produce durante un tiempo  $\epsilon > 0$ . En la Fig. 4.10 se muestra el autómata híbrido regularizado, al cual se adiciona un estado continuo  $x_3$  que actúa como temporizador y un estado discreto  $q_2$  donde los restantes estados continuos se mantienen invariantes hasta que  $x_3$  alcanza el valor  $\epsilon$ . Se puede demostrar fácilmente que para cada estado inicial este nuevo autómata acepta una única ejecución infinita que no es de Zenón y que converge a la ejecución del autómata original en  $t \in [\tau_0, \tau_\infty)$  a medida que  $\epsilon$  decrece. Para  $t > \tau_\infty$  dicha ejecución converge a la constante  $x_1(t) = x_2(t) = 0$ , que es el resultado físico esperado.

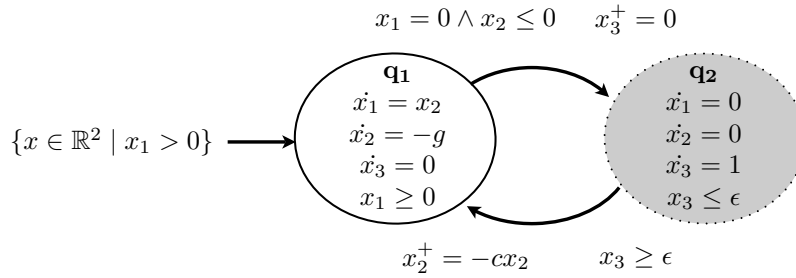


Figura 4.10: Regularización temporal del autómata de Zenón del Ej. 4.2

### Regularización dinámica

Siguiendo con el ejemplo de la pelota que rebota, si se modeliza la superficie como un resorte rígido de constante elástica  $\epsilon^{-1}$  y sin amortiguación, se obtiene la regularización dinámica de la Fig. 4.11. La dinámica del choque con la superficie se describe en el nuevo estado discreto  $q_2$ . Se puede demostrar que el autómata regularizado es determinístico, no bloqueante y no Zenón. Respecto al comportamiento de las ejecuciones aceptadas por éste a medida que  $\epsilon$  decrece, valen las mismas observaciones de la regularización temporal. Por lo tanto se puede decir que ambas extensiones son consistentes entre sí y con la intuición física.

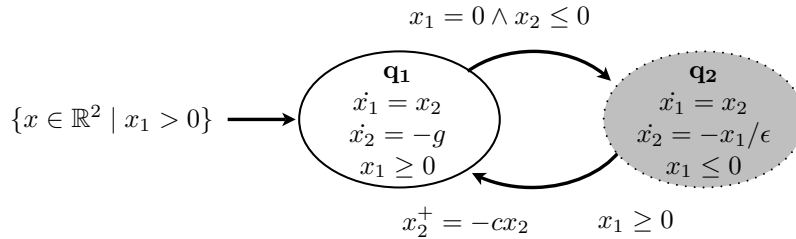


Figura 4.11: Regularización dinámica del autómata de Zenón del Ej. 4.2

### Regularización espacial

En el Ej. 4.3 la regularización espacial se implementa fácilmente introduciendo un *offset*  $\pm\epsilon$  a la medida del estado continuo  $x$  que satisface la condición *on/off*

del termostato. El signo del *offset* depende del estado discreto que se encuentra activo, como se aprecia en las guardas del autómata de la Fig. 4.12. Esta propiedad confiere memoria a la dinámica discreta y es característica de la conmutación por histéresis. El autómata obtenido coincide con el del Ej. 4.1 haciendo  $\delta = 0$ ,  $\bar{T} = (T_{max} + T_{min})/2$  y  $\epsilon = (T_{max} - T_{min})/2$ . Por lo tanto para cada condición inicial acepta ejecuciones infinitas y no-Zenón del tipo de las graficadas en la Fig. 4.6. En el intervalo  $[\tau_0, \tau_\infty)$  éstas coinciden con las del autómata original para todo  $\epsilon$ . A medida que este parámetro decrece la frecuencia de conmutación aumenta. En el límite ésta se vuelve infinita, como es de esperar en el *chattering*, y  $x$  tiende a la constante  $\bar{T}$  a partir de  $t = \tau_\infty$ . Esta es una extensión consistente con la solución de Filippov, que es el método que se ejemplifica a continuación.

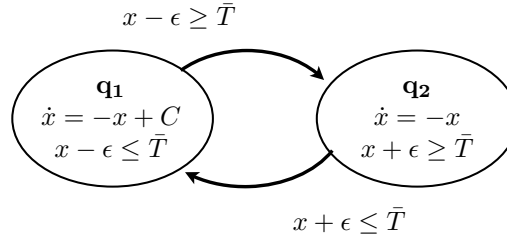


Figura 4.12: Regularización espacial del autómata de Zenón del Ej. 4.3

### Regularización de Filippov o “modos deslizantes”

Si el parámetro  $\epsilon$  del autómata regularizado de la Fig. 4.12 se anula, ambas guardas quedan delimitadas por el mismo conjunto  $\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R} \mid x - \bar{T} = 0\}$ , el cual actúa como superficie de conmutación entre dos subsistemas continuos  $\dot{x} = f_{q_1}(x)$  y  $\dot{x} = f_{q_2}(x)$  operando a cada lado de  $\mathcal{S}$ . Tal autómata pertenece a la clase de sistemas conmutados con conmutación dependiente de los estados vista en la subsección 4.1.2. Allí se mencionaron dos tipos de trayectorias  $x(t)$  que pueden resultar de estos sistemas si no existen efectos impulsivos. La trayectoria natural o solución en el sentido de Carathéodory corresponde al caso trivial en que los campos vectoriales tienen el mismo sentido relativo a  $\mathcal{S}$  (ver trayectoria  $x_B$  de la Fig. 4.4). Por su parte la solución en el sentido de Filippov permite resolver la situación más compleja por la cual el sentido de  $f_{q_1}$  y  $f_{q_2}$  es opuesto en un entorno de  $\mathcal{S}$  (ver trayectoria  $x_C$  de la misma figura).

De acuerdo con la definición de Filippov [139] el conjunto de velocidades admisibles de los estados  $x$  se enriquece en  $\mathcal{S}$  por la inclusión de todas las combinaciones convexas de los vectores  $f_{q_1}$  y  $f_{q_2}$ . Por esta generalización la solución del sistema conmutado en el sentido de Filippov es una función continua  $x(t)$  que satisface la *inclusión diferencial*  $\dot{x} \in F(x)$  donde  $F$  es una multifunción que para  $x \in \mathcal{S}$  se define como:

$$F(x) = co \{f_{q_1}(x), f_{q_2}(x)\} \triangleq \{\alpha f_{q_1} + (1 - \alpha) f_{q_2} \mid \alpha \in [0, 1]\}, \quad (4.5)$$

mientras que para  $x \notin \mathcal{S}$  directamente  $F(x) = f_{q_1}(x)$  o  $F(x) = f_{q_2}(x)$  dependiendo del lado de  $\mathcal{S}$  en que se encuentra ubicado  $x$ . En la Fig. 4.13 se ilustra a modo de ejemplo la asignación de vectores de una inclusión diferencial según

la posición de  $x$  relativa a  $\mathcal{S}$ . Se observa que para cada estado  $x$  de la superficie  $\mathcal{S}$  existe una única combinación convexa de  $F$  que evita que la trayectoria abandone  $\mathcal{S}$ . Esta condición viene dada por la dirección de los vectores asignados a  $F$  a cada lado de  $\mathcal{S}$ , los cuales apuntan hacia la misma. En consecuencia la solución de la inclusión diferencial está obligada a “deslizar” sobre la superficie. Por esa razón dicho comportamiento se conoce como “modo deslizante” (en inglés, *sliding mode*).

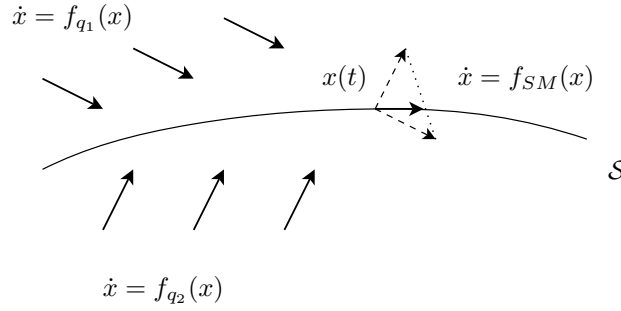


Figura 4.13: Ejemplo de sistema conmutado operando en modo deslizante

En la regularización de Filippov del Ej. 4.3 la condición de deslizamiento implica que una vez que la trayectoria  $x(t)$  ingresa a  $\mathcal{S}$  no abandona el punto  $x = \bar{T}$ . Lo cual significa que el vector de la combinación convexa (4.5) que se debe asignar a la multifunción  $F$  es  $f_{SM} = 0$ . Esto se consigue con  $\alpha = \bar{T}/C$ , siempre que  $\bar{T} \leq C$ . Tal resultado es consistente con la limitación física de regulación del termostato. El modo deslizante del autómata híbrido regularizado se representa insertando un nodo extra al grafo original, como se puede observar en la Fig. 4.14.

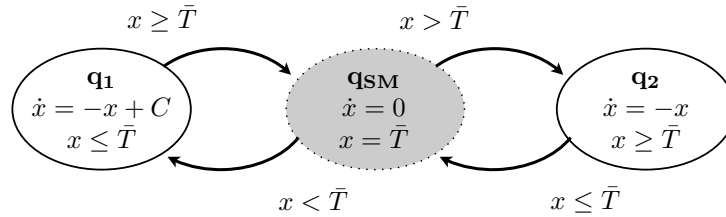


Figura 4.14: Regularización de Filippov del autómata del Ej. 4.3

Una descripción alternativa del comportamiento deslizante está basada en la definición de control equivalente propuesta inicialmente por Utkin [140]. Tal definición está ligada a sistemas que cambian su estructura al conmutar entre diferentes funciones de control continuo. Dichos sistemas comúnmente reciben el nombre de sistemas de estructura variable y su principal modo de operación es precisamente la dinámica deslizante. Una de las razones de interés en operar bajo modos deslizantes es su robustez ante perturbaciones o variaciones en la dinámica del sistema. La desventaja es el desgaste de los actuadores físicos involucrados en las rápidas conmutaciones tendientes al *chattering* cuando se satisfacen las condiciones de guarda. Una manera de limitar este inconveniente es introduciendo

una ligera histéresis alrededor de superficies de conmutación, lo que da como resultado una regularización espacial similar a la de la Fig. 4.12.

## 4.2. Estabilidad de los sistemas híbridos

A grandes rasgos la estabilidad de un sistema dinámico es la tendencia del mismo a retornar a su estado de equilibrio cuando es perturbado puntualmente. Desde el punto de vista del control es una propiedad excluyente ya que los sistemas dinámicos que no la satisfacen no sólo pierden utilidad sino que incluso se tornan inseguros. La teoría más general y útil desarrollada para el estudio de sistemas dinámicos no lineales es la que lleva el nombre del matemático ruso que la introdujo a fines del siglo XIX, Aleksandr M. Lyapunov [141]. A partir de entonces se fueron proponiendo numerosos refinamientos a los métodos de Lyapunov. En particular, a fines del siglo XX se comenzaron a publicar generalizaciones que comprenden los sistemas dinámicos híbridos [142]. A continuación se presentan algunas nociones básicas de la teoría clásica de Lyapunov y mediante contraejemplos se justifica la necesidad de su extensión al análisis de dinámicas híbridas.

### 4.2.1. Estabilidad en el sentido de Lyapunov

Sea el sistema continuo no lineal, autónomo e invariante en el tiempo:

$$\dot{x}(t) = f(x(t)), \quad (4.6)$$

$f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  localmente Lipschitz, y sea  $x^*$  un punto de equilibrio de (4.6), es decir que cumple la condición  $f(x^*) = 0$ . Si se considera, sin pérdida de generalidad, el origen de  $\mathbb{R}^n$  como punto de equilibrio [131] entonces:

**Definición 4.9 (Estabilidad)** *El punto de equilibrio  $x^* = 0$  de (4.6) es*

1. *estable si  $\forall \epsilon > 0 \exists \delta = \delta(\epsilon) > 0$  tal que*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| < \epsilon, \forall t \geq 0;$$

2. *inestable si no es estable;*

3. *asintóticamente estable si es estable y  $\delta$  puede elegirse de manera que*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0;$$

4. *exponencialmente estable si  $\forall \epsilon > 0 \exists \delta = \delta(\epsilon) > 0$  y dos escalares  $k_1 = k_1(\epsilon) > 0$  y  $k_2 = k_2(\epsilon) > 0$  tales que*

$$\|x(0)\| < \delta \Rightarrow \|x(t)\| \leq k_1 e^{-k_2 t} \|x(0)\|, \forall t \geq 0;$$

5. *global y asintóticamente (exponencialmente) estable si es asintóticamente (exponencialmente) estable  $\forall x(0) \in \mathbb{R}^n$ ;*

El concepto de estabilidad lleva naturalmente a la idea subyacente en la teoría de Lyapunov de que un sistema pierde progresivamente y de manera monótona su energía a medida que sus trayectorias son atraídas hacia un punto de equilibrio asintóticamente estable. Lyapunov generalizó la noción de energía utilizando una función  $V(x)$  que depende del estado continuo del sistema y suele exhibir las características de una norma. En efecto, ésta debe cumplir  $V(0) = 0$  y  $V(x) > 0$  si  $x \neq 0$ , condiciones que caracterizan a una función definida positiva. Si además verifica las propiedades que se enumeran luego en el Teorema 4.2 se llama función de Lyapunov del sistema. Antes de enunciar dicho teorema se deben definir las clases de funciones  $\mathcal{K}$  y  $\mathcal{K}_\infty$ . Una función continua  $\gamma : [0, c) \rightarrow [0, \infty)$  pertenece a la clase  $\mathcal{K}$  si es estrictamente creciente y  $\gamma(0) = 0$ . Para que pertenezca a la clase  $\mathcal{K}_\infty$  debe cumplir además que  $c = \infty$  y  $\lim_{t \rightarrow \infty} \gamma(t) = \infty$ .

**Teorema 4.2** *Sea el punto de equilibrio aislado  $x^* = 0 \in \psi \subset \mathbb{R}^n$  del sistema no lineal (4.6). Si existe  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  localmente Lipschitz con derivadas parciales continuas que sea una función definida positiva, es decir que existen dos funciones  $\gamma_{1,2}$  de clase  $\mathcal{K}$  tales que*

$$\gamma_1(\|x\|) \leq V(x) \leq \gamma_2(\|x\|), \forall x \in \psi \subset \mathbb{R}^n,$$

entonces  $x^* = 0$  es

1. estable si

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq 0, \forall x \in \psi, x \neq 0;$$

2. asintóticamente estable si existe una función  $\gamma_3$  de clase  $\mathcal{K}$  tal que

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq -\gamma_3(\|x\|), \forall x \in \psi, x \neq 0;$$

3. exponencialmente estable si existen cuatro escalares constantes positivos  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $p$  tales que las condiciones anteriores se cumplen con

$$\gamma_1(\|x\|) = a\|x\|^p, \gamma_2(\|x\|) = b\|x\|^p, \gamma_3(\|x\|) = c\|x\|^p$$

Conviene hacer notar que en el Teorema 4.2 la existencia de una función de Lyapunov es únicamente una condición suficiente para la estabilidad. Para el caso particular del sistema lineal  $\dot{x} = Ax$  también resulta una condición necesaria en la que la función de Lyapunov asume la forma cuadrática  $V(x) = x^T P x$ . La matriz  $P$  deber ser definida positiva y satisfacer la igualdad de Lyapunov:

$$A^T P + P A = -Q \quad (< 0) \tag{4.7}$$

donde  $A$  es una matriz de Hurwitz (todos los autovalores pertenecen al semiplano complejo izquierdo abierto) y  $Q$  es una matriz positiva definida cualquiera. La necesidad de la existencia de una función de Lyapunov puede probarse en un marco más general conocido como **teorema inverso**, que establece que si un sistema continuo de la forma 4.6 es asintóticamente estable entonces existe una función definida positiva, continuamente diferenciable y radialmente no acotada.



Las propiedades del Teorema 4.2 que permiten demostrar la estabilidad local resultan válidas para demostrar la estabilidad global simplemente requiriendo que las funciones de clase  $\mathcal{K}$  pertenezcan también a la clase  $\mathcal{K}_\infty$ . Asimismo resulta directa la extensión de este teorema al caso de sistemas no autónomos, es decir sistemas con dependencia explícita y continua del tiempo [131]. Sin embargo no ocurre así con los sistemas de dinámica híbrida. Considérese, por ejemplo, el caso más general de sistemas conmutados. Parecería lógico esperar que un sistema conmutado donde la dinámica continua de cada estado discreto es de la forma (4.6) y cumple con el Teorema 4.2 exhiba un comportamiento estable. Sin embargo numerosos contraejemplos clásicos, como el que se describe a continuación [143, 136], contradicen la intuición de que la estabilidad de los subsistemas continuos implica la estabilidad del sistema conmutado.

**Ejemplo 4.4 (Sistema conmutado inestable)** *Sea el sistema conmutado (4.1) cuya conmutación dependiente de los estados se establece según los siguientes elementos de la definición 4.1:*

- $\mathcal{Q} = \{q_1, q_2\}$  y  $\mathcal{X} = \mathbb{R}^2$ ;
- $f_{q_1}(x) = A_{q_1}x$  y  $f_{q_2}(x) = A_{q_2}x$ , donde  

$$A_{q_1} = \begin{pmatrix} -1 & 10 \\ -100 & -1 \end{pmatrix} \text{ y } A_{q_2} = \begin{pmatrix} -1 & 100 \\ -10 & -1 \end{pmatrix};$$
- $\text{Dom}(q_1) = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 x_2 \leq 0\}$  y  $\text{Dom}(q_2) = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 x_2 \geq 0\}$ ;
- $\mathcal{G}(q_1, q_2) = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 x_2 \geq 0\}$  y  $\mathcal{G}(q_2, q_1) = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid x_1 x_2 \leq 0\}$ ;

Por ser  $A_{q_1}$  y  $A_{q_2}$  matrices de Hurwitz existen  $P_{q_1} > 0$  y  $P_{q_2} > 0$  que cumplen respectivamente la igualdad (4.7). En consecuencia se puede concluir que ambos subsistemas lineales son estables en el sentido de Lyapunov. En el diagrama de fase de la Fig. 4.15a se muestran los focos estables que resultan de cada subsistema a partir del mismo estado  $x(0)$ . Según los dominios del sistema conmutado, la dinámica  $\dot{x} = f_{q_1}(x)$  se activa cuando  $x$  pertenece al 2º y 4º cuadrante, y  $\dot{x} = f_{q_2}(x)$  se activa cuando  $x$  pertenece al 1º y 3º. Las guardas efectúan la transición entre ambos estados discretos. En los contornos de las guardas los campos vectoriales apuntan hacia los mismos cuadrantes, por lo que las soluciones del sistema conmutado son en el sentido de Carathéodory. Todas las ejecuciones aceptadas por el sistema reproducen el comportamiento de la trayectoria  $x(t)$  de la Fig. 4.15 con  $x(0)$  cercano al equilibrio  $x^* = 0$ . Se observa claramente que dicho punto de equilibrio resulta inestable.

En la literatura se proponen también ejemplos inversos en los cuales el sistema conmutado es estable a pesar de que los subsistemas de cada estado discreto son inestables [144, 1]. Esta situación se puede obtener revirtiendo el tiempo del Ej. 4.4. Ambos comportamientos evidencian que el estudio de las propiedades de estabilidad de cada subsistema por separado resulta insuficiente para el análisis, por lo que se vuelve necesaria la inclusión de la lógica de conmutación. A continuación se exponen algunos resultados de análisis de estabilidad de dinámicas híbridas propuestos como solución a dos problemas clásicos de sistemas conmutados [145, 146]:

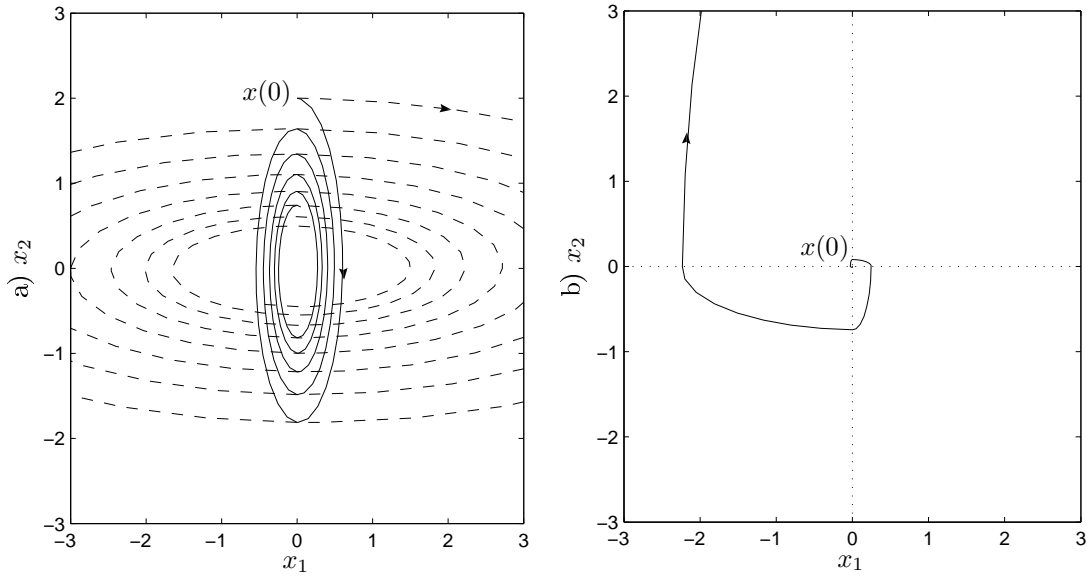


Figura 4.15: a) Trayectorias estables del subsistema  $q_1$  (trazo continuo) y del subsistema  $q_2$  (trazo discontinuo); b) trayectoria inestable del sistema conmutado

- Problema A: “encontrar condiciones por las cuales un sistema conmutado es asintóticamente estable para cualquier señal de conmutación” (subsección 4.2.2);
- Problema B: “mostrar que un sistema conmutado es asintóticamente estable para una dada estrategia o clase de estrategias de conmutación” (subsección 4.2.3);

#### 4.2.2. Estabilidad bajo conmutación arbitraria

Para estudiar las condiciones bajo las cuales un sistema conmutado es asintóticamente estable independientemente de la señal de conmutación conviene utilizar el concepto de estabilidad uniforme proveniente de los sistemas variantes en el tiempo [131]. El mismo está vinculado a la clase de funciones  $\mathcal{KL}$ . Se dice que una función continua  $\phi : [0, a) \times [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  pertenece a la clase  $\mathcal{KL}$  si para cada  $s$  fijo el mapeo  $r \mapsto \phi(r, s)$  pertenece a la clase  $\mathcal{K}$  y para cada  $r$  fijo el mapeo  $\phi(r, s)$  es decreciente con respecto a  $s$  y  $\phi(r, s) \rightarrow 0$  cuando  $s \rightarrow \infty$ . Luego se dice que el sistema conmutado (4.1) es **global, uniforme y asintóticamente estable (GUAE)** si existe una función  $\phi$  de clase  $\mathcal{KL}$  tal que para todas las señales de conmutación  $q(t)$  de (4.1) y para cualquier estado inicial  $x(0)$  se satisface la desigualdad

$$\|x(t)\| \leq \phi(\|x(0)\|, t) \quad (4.8)$$

donde  $x^* = 0$  es un punto de equilibrio común a todos los campos  $\{f_q\}$ . El término uniforme aquí se utiliza para indicar la uniformidad de la estabilidad con respecto al conjunto de todas las señales de conmutación  $q(t)$ . Para estudiar la estabilidad uniforme de los sistemas conmutados se puede extender el Teorema

4.2 introduciendo la noción de función común o simultánea de Lyapunov que se precisa a continuación:

**Definición 4.10 (FCL - Función Común de Lyapunov)** *Dada la función definida positiva continuamente diferenciable  $V : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ , se dice que es una Función Común de Lyapunov de una familia de sistemas de la forma (4.6) si existe una función  $\gamma$  de clase  $\mathcal{K}$  tal que*

$$\frac{\partial V}{\partial x} f_q(x) \leq -\gamma(\|x\|) \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \forall q \in Q \quad (4.9)$$

El siguiente teorema, consecuencia directa del Teorema 4.2, establece la condición suficiente para que un sistema conmutado sea global, uniforme y asintóticamente estable.

**Teorema 4.3** *Si todos los subsistemas del sistema conmutado (4.1) comparten una Función Común de Lyapunov radialmente no acotada, entonces dicho sistema conmutado es GUAE.*

Asimismo se puede probar que la misma condición resulta necesaria mediante la generalización de resultados del teorema inverso de Lyapunov para sistemas no lineales con perturbaciones acotadas [147]. Es decir que si el sistema conmutado es GUAE, entonces todos los subsistemas continuos (con  $\{f_q\}$  al menos localmente Lipschitz continuas) comparten una Función Común de Lyapunov radialmente no acotada. Otro resultado interesante y de simple demostración es que si  $V(x)$  es una FCL del sistema (4.1), entonces  $V(x)$  también es FCL del sistema conmutado cuyas dinámicas continuas son todas las posibles combinaciones positivas (en particular convexas, ver expresión 4.5) de las dinámicas  $\{\dot{x} = f_q(x)\}$ . Por Teorema 4.3 se puede afirmar entonces que tanto el sistema conmutado original como el ampliado son GUAE. Esta propiedad resulta útil para poder abarcar en el análisis de estabilidad los regímenes deslizantes que pudieran establecerse en el sistema conmutado.

### FCL de sistemas conmutados lineales

El teorema inverso de Lyapunov aplicado al caso particular del sistema  $\dot{x} = Ax$  asintóticamente estable implica que la función de Lyapunov asume la forma cuadrática  $V(x) = x^T P x$  ( $P > 0$ ). Sin embargo no se puede decir lo mismo de la FCL de un sistema conmutado GUAE de la forma  $\dot{x} = A_q x$ . En [18] se propone un contraejemplo que permite probar este hecho. En todo caso sí es posible afirmar que dicha FCL es una función homogénea de grado 2, en particular una que toma la forma cuadrática por tramos  $V(x) = \max_{1 \leq i \leq k} (l_i^T x)^2$  para vectores constantes  $l_i$ ,  $i = 1, \dots, k$  [148].

A pesar de que su existencia no sea condición necesaria, resulta práctico considerar una FCL cuadrática para probar la estabilidad asintótica de un sistema conmutado lineal debido a los caminos computacionales que facilitan su búsqueda. En efecto, si la FCL del Teorema 4.3 es la función definida positiva  $V(x) = x^T P x$ ,

la condición para que el sistema conmutado  $\dot{x} = A_q x$  sea GUAE queda en términos del siguiente conjunto de desigualdades matriciales lineales:

$$A_q^T P + P A_q < 0 \quad \forall q \in \mathcal{Q} \quad (4.10)$$

cuya solución es  $P = P^T > 0$ . La principal ventaja de esta formulación del problema, que se conoce como **LMI** (*Linear Matrix Inequalities*), es que admite resoluciones numéricas eficientes y confiables empleando algoritmos estandarizados [149]. Cuando el problema LMI tiene solución se dice que el sistema conmutado es cuadráticamente estable, lo cual implica estabilidad exponencial ya que existen los escalares  $a, b, c > 0$  y  $p = 2$  tales que  $\forall q \in \mathcal{Q}$  se cumple la condición 3 del Teorema 4.2. Por lo tanto la existencia de una FCL cuadrática permite probar que el sistema (4.1) es **global, uniforme y exponencialmente estable (GUEE)**. Otra ventaja de la formulación LMI es la existencia de problemas duales que permiten verificar su inviabilidad. Uno de ellos es el empleado en [150], el cual establece que el conjunto de LMIs es inviable (es decir que no admite una solución  $P > 0$ ) si y sólo si existen las matrices  $R_q > 0$ ,  $q \in \mathcal{Q}$  que satisfacen

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} (A_q^T R_q + R_q A_q) > 0. \quad (4.11)$$

La desventaja de la formulación LMI es que la condición suficiente para que un sistema conmutado  $\dot{x} = A_q x$  sea **GUEE** se encuentra implícita en la existencia de una solución al problema (4.10). Una alternativa más explícita sería que la condición suficiente se pudiera verificar algebraicamente. Por ejemplo una propiedad algo conservativa pero fácil de verificar es pedir que las matrices  $\{A_q\}$  además de ser de Hurwitz, conmuten de a pares [151]. Es decir que  $\forall q_i, q_j \in \mathcal{Q}$  se cumple  $A_{q_i} A_{q_j} = A_{q_j} A_{q_i}$ . Siguiendo esta idea se pueden encontrar condiciones más generales basadas en las **álgebras de Lie** de  $\{A_q\}$ , que a su vez se pueden extender a sistemas conmutados no lineales [152].

En resumen el problema A de estabilidad tratado en esta subsección se reduce a la determinación de una condición bajo la cual el sistema conmutado (4.1) es GUAE y la solución la da el Teorema 4.3. El mismo requiere la existencia de una Función Común de Lyapunov (definición 4.10). Si el sistema conmutado es lineal se puede verificar más fácilmente la existencia de una FCL cuadrática. En el Ej. 4.4 las matrices  $\{A_{q_1}, A_{q_2}\}$  del sistema conmutado lineal son de Hurwitz pero  $A_{q_1} A_{q_2} \neq A_{q_2} A_{q_1}$ . Es decir que no se cumple la condición conmutativa suficiente para la existencia de una FCL cuadrática. La inexistencia de la misma se puede afirmar utilizando la condición necesaria y suficiente (4.11), la cual se verifica con las matrices definidas positivas

$$R_{q_1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_{q_2} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Sin embargo la inexistencia de una FLC genérica sólo se puede asegurar acudiendo al inverso del Teorema 4.3, pues es sabido que el sistema conmutado no es GUAE debido a que la conmutación del Ej. 4.4 lo inestabiliza.

### 4.2.3. Estabilidad bajo conmutación restringida

La existencia de una FCL que satisfaga la definición 4.10 puede resultar una condición demasiado conservativa si se desea demostrar la estabilidad de un sistema conmutado cuya estrategia de conmutación no es arbitraria sino que pertenece a una clase determinada. Tal es el caso de un sistema afín por tramos, donde la conmutación depende de los estados según lo visto en la subsección 4.1.2. En dicho sistema resulta lógico requerir que para cada  $q$  se satisfaga la condición (4.9) únicamente en el dominio de validez de la dinámica  $\dot{x} = f_q(x)$  particular. La idea de que la función de Lyapunov debe decrecer a lo largo de las trayectorias generadas por las dinámicas que se encuentran activas representa la primera y más intuitiva de las posibles relajaciones de la definición de la FCL.

Para ilustrar dicha relajación se considera el sistema conmutado del Ej. 4.4. Allí la estrategia de conmutación entre dos subsistemas lineales estables permitió probar que el sistema conmutado no era GUAE. Sin embargo se puede demostrar que si se aplica la estrategia de conmutación complementaria  $\overline{\text{Dom}}$  y  $\overline{\mathcal{G}}$  el mismo sistema es global y asintóticamente estable (GAE). Para ello basta con encontrar una  $V(x) = x^T P x$  tal que si  $x \in \overline{\text{Dom}}(q)$  y  $x \neq 0$  entonces  $x^T (A_q^T P + P A_q) x < 0 \forall q \in \{q_1, q_2\}$ . Con la elección  $P = I$  ambas implicaciones devuelven la condición  $x_1^2 + x_2^2 + 90|x_1 x_2| > 0$ , lo cual obviamente se cumple  $\forall x \neq 0$ .

Una forma equivalente de verificar la estabilidad de sistemas conmutados lineales mediante funciones de Lyapunov cuadráticas que tiene mayor atractivo desde el punto de vista matemático y computacional es hacer uso de la técnica conocida como **procedimiento S** [153]. La misma consiste en encontrar una función  $S_q(x) \geq 0$  tal que existe  $\beta_q \geq 0$  que satisface  $x^T A_q^T P x + x^T P A_q x + \beta_q S_q(x) < 0 \forall x \in \mathbb{R}^n$ . Como se puede ver, la principal ventaja de esta técnica es que permite pasar de una condición de estabilidad con restricciones a una sin restricciones. Otra ventaja es que si la función  $S_q(x)$  puede expresarse como  $x^T S_q x$  resulta el siguiente problema LMI: hallar  $\beta_q \geq 0$  y  $P > 0$  tales que

$$A_q^T P + P A_q + \beta_q S_q < 0 \quad \forall q \in Q \quad (4.12)$$

Esta condición se verifica en el ejemplo del párrafo anterior con  $\beta_q = 1$  y  $P = I$ , dadas las matrices  $S_q = -A_q$  y  $q \in \{q_1, q_2\}$ .

**Nota:** Téngase en cuenta que la relajación de la definición 4.10 propuesta permite demostrar la estabilidad del punto de equilibrio “continuo”  $x^* = 0$  del sistema conmutado (4.1) sin necesidad de que se satisfaga  $f_q(x^*) = 0$  para todo  $q$  (ver Teorema 3.2 en [154]). En la subsección 4.3.1 se hará uso de esta propiedad de los regímenes deslizantes.

Cuando se agota el análisis de estabilidad basado en una única función de Lyapunov tradicional, es decir continua y diferenciable, resta la posibilidad de producir una no tradicional a partir de la concatenación de múltiples funciones del estilo de Lyapunov asignadas a cada dinámica continua [143]. Esta relajación, más acorde con la naturaleza discontinua intrínseca de los sistemas híbridos, ofrece más grados de libertad no sólo para demostrar estabilidad sino también para lograr la estabilización de un sistema híbrido (ver sección 4.3).

**Definición 4.11 (FMLs - Funciones Múltiples de Lyapunov)** *Dada la familia de funciones  $\{V_q : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}\}$  definidas positivas continuamente diferenciables, asociadas según  $q \in \mathcal{Q}$  a los campos  $\{f_q\}$  del sistema conmutado (4.1), se llaman Funciones Múltiples de Lyapunov si se satisface:*

$$\dot{V}_q = \frac{\partial V_q}{\partial x} f_q(x) \leq 0 \quad \forall x \in \mathcal{D}om(q), \forall q \in \mathcal{Q} \quad (4.13)$$

Por sí sola la existencia de FMLs no es garantía de estabilidad, hecho que se corrobora con el comportamiento observado en el Ej. 4.4. Por tanto el siguiente teorema de Branicky [143] establece condiciones adicionales sobre la señal de conmutación:

**Teorema 4.4** *Sea el sistema conmutado (4.1) tal que sus dinámicas continuas  $\{\dot{x} = f_q(x)\}$  son GAE y tienen asociadas las FMLs  $\{V_q\}$  radialmente no acotadas. Supóngase que existe una función  $\gamma$  de clase  $\mathcal{K}$  con la propiedad de que para cada par de instantes de conmutación  $(t_k, t_l)$ ,  $k < l$  donde  $q(t_k) = q(t_l) = q$  y  $q(t_m) \neq q$  ( $t_k < t_m < t_l$ ) se verifica*

$$V_q(x(t_k)) - V_q(x(t_l)) \leq -\gamma(\|x\|), \quad (4.14)$$

entonces el sistema conmutado es GAE.

La condición (4.14) expresa que la secuencia determinada por el valor que toma  $V_q$  en el primer instante de cada intervalo de activación del subsistema  $q$  debe ser estrictamente decreciente. La razón de este requerimiento se da a entender en el Ej. 4.4. Dado que para  $q \in \{q_1, q_2\}$  la dinámica continua  $\dot{x} = A_q x$  es GAE, por teorema inverso de Lyapunov existe  $P_q$  que satisface (4.7). Por lo tanto las funciones cuadráticas  $\{V_q = x^T P_q x\}$  satisfacen la definición 4.11. Sin embargo el sistema conmutado no es GAE ya que no se cumple la condición (4.14). Este hecho se puede verificar en la Fig. 4.16a, que representa en escala logarítmica la variación en el tiempo de  $V_{q_1}$  y  $V_{q_2}$  aplicadas a la trayectoria  $x(t)$  de la Fig. 4.15b. Se observa que a pesar de ser  $V_{q_1}$  ( $V_{q_2}$ ) decreciente en el intervalo de activación, los valores que adquiere en los instantes de conmutación  $q_2 \rightarrow q_1$  ( $q_1 \rightarrow q_2$ ), representados con una secuencia de cuadrados (círculos), son crecientes y por lo tanto el sistema es inestable. La Fig. 4.16b ilustra el comportamiento de FMLs de subsistemas inestables que conmutan con la misma estrategia del Ej. 4.4. Por reversión del tiempo se tienen las dinámicas continuas  $\{\dot{x} = -A_q x\}$ , las cuales son inestables. Sin embargo se puede observar que con las matrices  $P_{q_1}$  y  $P_{q_2}$  del caso anterior se pueden obtener las FMLs  $V_{q_1} = x^T P_{q_2} x$  y  $V_{q_2} = x^T P_{q_1} x$  que son siempre decrecientes en los períodos de activación, así como también lo son las secuencias asociadas a su valor en el primer instante de dichos períodos. Por lo tanto el sistema conmutado es estable. Esto permite concluir que la condición de secuencia decreciente (4.14) requerida por el Teorema 4.4 es decisiva, mientras que la de estabilidad de las dinámicas continuas individuales se puede relajar.

En contraposición con la teoría clásica de Lyapunov, el Teorema 4.4 implica contar con información de las trayectorias del sistema en los instantes de conmutación. Esta circunstancia vuelve dificultosa su aplicación al análisis de estabilidad, a menos que se incorporen restricciones a la conmutación de manera

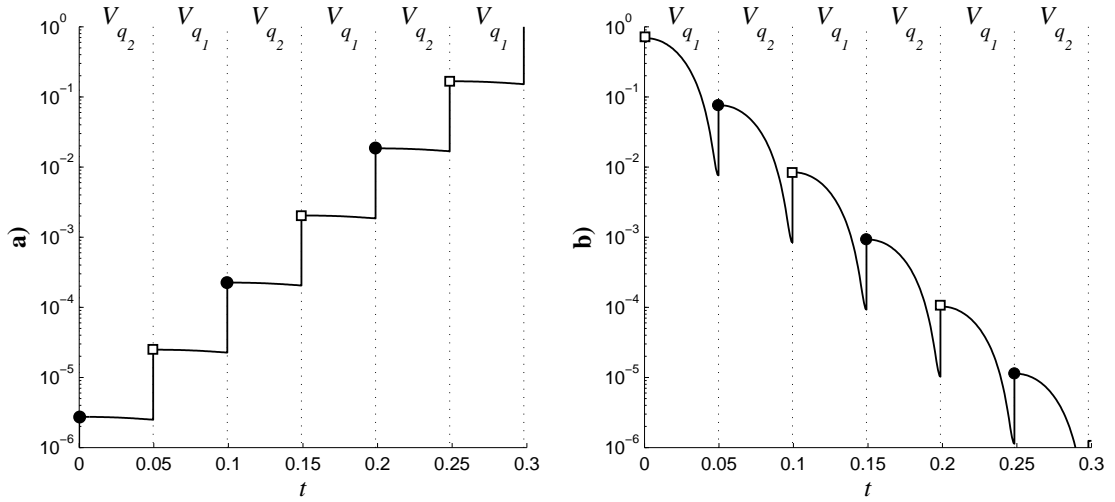


Figura 4.16: Evolución temporal de las FMLs del Ej. 4.4 (a) y de subsistemas inestables (b)

de eliminar toda posibilidad de generación de secuencias crecientes. Una restricción común es exigir continuidad a las FMLs en los instantes de conmutación, es decir  $V_{q(t_{k-1})}(x(t_k)) = V_{q(t_k)}(x(t_k))$ . Si bien un tanto conservativa, esta condición permite convertir el estudio de estabilidad de la conmutación dependiente de los estados de sistemas lineales en un problema LMI. En efecto, si se asume la existencia de matrices  $F_{q_i}, F_{q_j}$  tales que  $F_{q_i}x = F_{q_j}x$  para todo  $x$  de la región de conmutación  $q_i \rightarrow q_j$ , ésta se puede expresar como  $(F_{q_i} - F_{q_j})x = F_{q_{ij}}x = 0$ . Entonces la continuidad de FMLs cuadráticas ( $x^T P_{q_i} x = x^T P_{q_j} x$ ) en dicha región se verifica con  $P_q = F_q^T T F_q \forall q \in \mathcal{Q}$ . La matriz simétrica  $T$  se puede hallar sustituyendo la expresión de  $P_q$  propuesta en la formulación LMI (4.12) del procedimiento  $\mathcal{S}$  [146].

**Nota:** Si bien el Teorema 4.4 no contempla el caso de diferentes equilibrios, la generalización es intuitiva según le expresado por el mismo Branicky en [143]. Allí considera una señal de conmutación por la cual el valor de cada  $V_q$  del sistema conmutado con distintos equilibrios no desciende más que un nivel  $\alpha_q$  para todo  $q$ . En tal caso el conjunto  $\bigcup_q V_q^{-1}(\alpha_q)$  es invariante y la extensión del Teorema 4.4 permite demostrar la estabilidad de éste.

En resumen el problema B de estabilidad tratado en esta subsección consiste en incorporar restricciones a la conmutación de sistemas conmutados estables mediante relajaciones a la conservadora FCL. En el caso particular de sistemas conmutados dependientes de los estados se pueden hacer dos relajaciones principales. La primera y más intuitiva requiere que al ser aplicada a una dinámica continua particular, la FCL sólo debe decrecer en la región donde la misma se halla activa. La segunda relajación, más general y de compleja verificación, permite asociar a cada dinámica continua una función de Lyapunov particular (FML) con la condición de que su valor inicial decrezca con cada activación.

### 4.3. Diseño de controladores híbridos

La principal ventaja del control híbrido o conmutado es que permite resolver problemas que por su misma naturaleza no admiten control continuo. Un buen ejemplo de ello son los sistemas con actuación mecánica sujetos a restricciones no holonómicas, los cuales violan la condición necesaria de Brockett [155]. Su implementación también resulta una buena alternativa en casos donde la incertidumbre en el modelo no permite hallar una única ley de control continuo o ésta directamente no es implementable a causa de limitaciones en los sensores y/o actuadores.

La Fig. 4.17 presenta un esquema de lazo de control híbrido, en el cual se distinguen dos bloques principales. El bloque inferior representa los estados discretos del sistema a controlar y el superior, la lógica para decidir la conmutación entre ellos. Los estados discretos o regímenes  $q$  están asociados a una familia de dinámi-

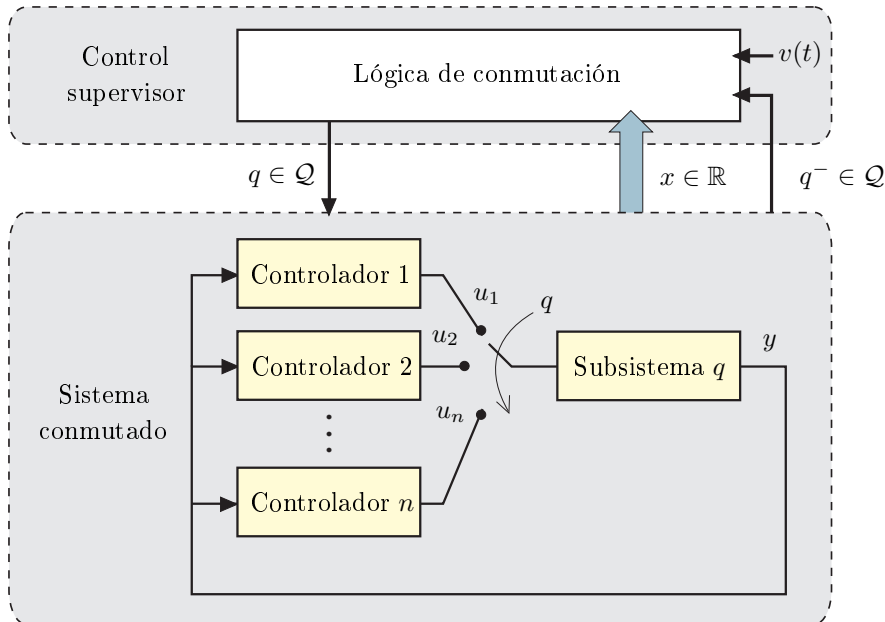


Figura 4.17: Lazo de control híbrido

cas continuas debidas al comportamiento híbrido intrínseco del sistema físico o a la realimentación continua implementada a partir de distintos controladores. La lógica de conmutación o control supervisor decide cuál de los estados discretos debe establecerse con base en la evolución continua y/o discreta del sistema y/o la progresión del tiempo. En consecuencia la salida del supervisor es una señal de conmutación que en su expresión más general es función del estado continuo  $x$  y del estado discreto actual  $q^-$  del sistema conmutado así como también de variables externas  $v$  dependientes del tiempo. Sin embargo para el esquema híbrido basta considerar la conmutación dependiente de los estados ya que de ella resulta el lazo cerrado propiamente dicho.

Por consiguiente el problema de diseño de control híbrido consiste en la construcción de una señal de conmutación que haga al sistema asintóticamente estable. Dicho problema se conoce como estabilización de un sistema conmutado y la re-



solución se puede derivar de las condiciones de estabilidad ya vistas para dicha clase de sistemas híbridos.

#### 4.3.1. Control híbrido basado en la FCL

Una solución plausible del problema de estabilización del sistema conmutado (4.1) es construir una señal de conmutación  $q(t)$  que fuerce la existencia de una FCL relajada. Supongamos que  $V(x)$  es la función cuadrática  $x^T P x$  conocida a priori. La expresión de la derivada es entonces  $\dot{V} = 2x^T P f_q(x)$ , la cual depende del campo  $f_q$  activo. Entonces la lógica de conmutación que a cada  $x \in \mathbb{R}^n$  le asigna un campo  $f_{q^*}$  que hace a  $\dot{V}$  negativa verifica la condición (4.9) y por lo tanto vuelve al sistema conmutado (4.1) global y cuadráticamente estable. Una condición suficiente de existencia del campo  $f_{q^*}$  de simple comprobación es encontrar una combinación convexa

$$f = \sum_{q \in Q} \alpha_q f_q \quad (\alpha_q \geq 0, \sum_{q \in Q} \alpha_q = 1) \quad (4.15)$$

tal que  $\dot{x} = f(x)$  sea estable. En efecto, este sistema verifica la condición

$$\sum_{q \in Q} \alpha_q 2x^T P f_q(x) < 0 \quad \forall x, \quad (4.16)$$

lo cual implica que, por ser todos los  $\alpha_q$  positivos, al menos alguno de los términos de la sumatoria tiene que ser negativo. Sea dicho término el correspondiente al estado  $q^*$ , éste expresa la derivada de  $V$  cuando el campo es  $f_{q^*}$ . En el caso de un sistema conmutado con dos dinámicas continuas lineales se puede probar que la existencia de la combinación convexa es una condición necesaria y suficiente [156]. Si en alguna región de  $\mathbb{R}^n$  los estados  $q^*$  que satisfacen la condición de pendiente negativa son múltiples, la ley de conmutación debe optar por uno de éstos siguiendo algún criterio de diseño. Lo más razonable es seleccionar el estado discreto que produce la menor pendiente de la FCL:

$$q^* = \arg \min_{q \in Q} \{\dot{V}\} = \arg \min_{q \in Q} \{2x^T P f_q(x)\} \quad (4.17)$$

Si se elige  $P = \frac{1}{2}I$  la ley de conmutación (4.17) pasa a ser la **estrategia de proyección mínima** propuesta por Pettersson y Lennartson (en inglés *Min-Projection*, ver [157]). La razón de tal denominación surge de la interpretación geométrica ilustrada en la Fig. 4.18. Se observa que cuanto más negativa es la proyección del campo  $f_q$  sobre el estado  $x \in \mathbb{R}^2$ , más apunta  $f_q$  hacia el origen. Intuitivamente la selección del campo  $f_{q^*}$  que minimiza dicha proyección para cada  $x$  es la estrategia que mejor garantiza la convergencia al punto de equilibrio  $x^* = 0$ .

La aplicación directa de la ley de conmutación (4.17) puede dar origen a regímenes deslizantes como los vistos en la subsección 4.1.4. Éstos se pueden establecer en regiones de  $\mathbb{R}^n$  donde la mínima derivada de la FCL corresponde a dos o más estados discretos. Sean  $q_i$  y  $q_j$  tales estados discretos, entonces el conjunto  $\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid 2x^T P f_{q_i} = 2x^T P f_{q_j}\}$  es la región de estados continuos donde

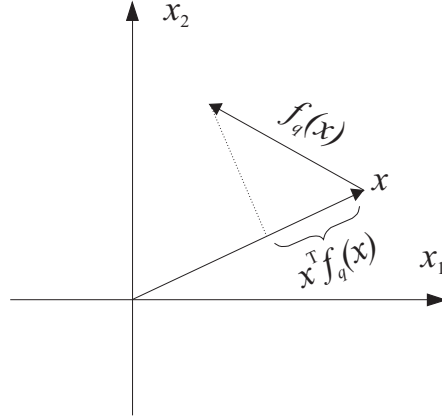


Figura 4.18: Interpretación geométrica de la estrategia de proyección mínima

“desliza”  $x(t)$  si los vectores  $f_{q_i}$  y  $f_{q_j}$  “apuntan” hacia  $\mathcal{S}$ . Los modos deslizantes se pueden incorporar al conjunto de campos vectoriales  $\{f_q\}$  mediante la regularización de Filippov. Bajo tales circunstancias la estrategia de control queda bien definida, es decir que no existen fenómenos de Zenón, y resulta una función del estado continuo  $x$  exclusivamente. Si directamente se desea evitar los modos deslizantes la estrategia se puede adaptar introduciendo histéresis alrededor de  $\mathcal{S}$ . Aquí la ley de conmutación resulta no sólo una función del estado continuo  $x$  sino también del estado discreto actual  $q^-$ , lo que hace más evidente el carácter híbrido del lazo de control (ver Fig. 4.17).

### 4.3.2. Control híbrido basado en las FMLs

En esta subsección el problema de estabilización del sistema conmutado (4.1) se ataca aplicando el concepto de FMLs. El procedimiento propuesto en [145] consiste en encontrar una familia de señales de conmutación que satisfaga, entre otras condiciones, la de secuencia decreciente del Teorema 4.4. Por simplicidad se asume que las dinámicas continuas de cada estado discreto  $q$  son cuadráticamente estables. Entonces el Teorema 4.2 garantiza con  $p = 2$  que para todo  $q$  existe una función de Lyapunov  $V_q$  que satisface

$$a_q \|x\|^2 \leq V_q(x) \leq b_q \|x\|^2, \quad (4.18)$$

$$\frac{\partial V_q}{\partial x} f_q(x) \leq -c_q \|x\|^2, \quad (4.19)$$

donde  $a_q$ ,  $b_q$  y  $c_q$  son constantes positivas. Por combinación de (4.18) y (4.19) se obtiene

$$\dot{V}_q \leq -\lambda_q V_q, \quad (4.20)$$

donde  $\lambda_q = c_q/b_q$ . Para el estado inicial  $q(t) = q_0$ ,  $t \in [t_0, t_0 + \tau_d)$ , (4.20) implica

$$V_{q_0}(t_0 + \tau_d) \leq e^{-\lambda_{q_0} \tau_d} V_{q_0}(t_0). \quad (4.21)$$

Para simplificar los cálculos subsiguientes se considera el caso de dos estados discretos  $\mathcal{Q} = \{q_1, q_2\}$  que a partir de  $q_0 = q_1$  se alternan indefinidamente de

manera similar al ejemplo del termostato (ver Fig. 4.6). Asimismo se supone que la duración de los intervalos de activación  $[t_i, t_{i+1})$  comparten una cota inferior  $\tau_d$ . Bajo estas hipótesis las desigualdades (4.18) y (4.21) permiten obtener en el intervalo  $[t_0, t_1)$ :

$$V_{q_2}(t_1) \leq \frac{b_{q_2}}{a_{q_1}} V_{q_1}(t_1) \leq \frac{b_{q_2}}{a_{q_1}} e^{-\lambda_{q_1} \tau_d} V_{q_1}(t_0) \quad (4.22)$$

y en los intervalos  $[t_1, t_2)$  y  $[t_0, t_1)$ :

$$V_{q_1}(t_2) \leq \frac{b_{q_1}}{a_{q_2}} V_{q_2}(t_2) \leq \frac{b_{q_1}}{a_{q_2}} e^{-\lambda_{q_2} \tau_d} V_{q_2}(t_1) \leq \frac{b_{q_1} b_{q_2}}{a_{q_1} a_{q_2}} e^{-(\lambda_{q_1} + \lambda_{q_2}) \tau_d} V_{q_1}(t_0). \quad (4.23)$$

Dado que  $V_{q_1}(t_0)$  y  $V_{q_1}(t_2)$  dan cuenta de los valores de la FML en el instante inicial de activación del estado  $q_1$ , esta última desigualdad permite verificar la condición de secuencia decreciente (4.14) del Teorema 4.4. En efecto, a partir de (4.23) se obtiene una cota superior de la diferencia

$$V_{q_1}(t_2) - V_{q_1}(t_0) \leq \left( \frac{b_{q_1} b_{q_2}}{a_{q_1} a_{q_2}} e^{-(\lambda_{q_1} + \lambda_{q_2}) \tau_d} - 1 \right) V_{q_1}(t_0), \quad (4.24)$$

la cual resulta estrictamente negativa si

$$\tau_d > \frac{1}{\lambda_{q_1} + \lambda_{q_2}} \log \frac{b_{q_1} b_{q_2}}{a_{q_1} a_{q_2}} \quad (4.25)$$

Tal resultado permite concluir que el sistema conmutado (4.1) es GAE si las señales de conmutación verifican la propiedad de que el tiempo entre transiciones discretas consecutivas nunca es inferior a  $\tau_d > 0$ . La cota inferior de  $\tau_d$ , que como se demostró en (4.25) depende explícitamente de parámetros de estabilidad de los subsistemas individuales, es característica de los **sistemas conmutados lentos**. Dicha cota recibe el nombre de “tiempo de residencia” (en inglés, *dwell time*) debido a que la señal de conmutación  $q(t)$  reside en cada uno de los valores de  $\mathcal{Q}$  al menos durante el período de tiempo  $\tau_d$ .

Los sistemas conmutados lentos traen aparejada la idea de que un sistema conmutado es estable si la ley de conmutación entre subsistemas estables es lo suficientemente lenta para permitir la disipación de los efectos transitorios después de cada salto discreto. Esta idea intuitiva, formalizada en (4.25) a partir de resultados de estabilidad de sistemas conmutados, es potencialmente conservativa. Sin embargo resulta útil su aplicación en estrategias de control donde se desea limitar la cantidad de conmutaciones por razones de estabilidad. Un ejemplo de esto es el **supervisor de tiempo de residencia** propuesto por Hespanha [158], cuyo principio de operación consiste en forzar una señal de conmutación  $q^*$  dada para que permanezca en un estado  $q$  fijo al menos durante el tiempo  $\tau_d$ . La señal  $q^*$  responde a alguna estrategia de control híbrido dependiente de los estados similar a la expuesta en la subsección 4.3.1, la cual ha sido diseñada originalmente para cumplir con especificaciones de desempeño particulares. La lógica del supervisor de tiempo de residencia se representa en el algoritmo de la Fig. 4.19. Se puede observar que cuando existe un conflicto entre la condición de tiempo de residencia ( $\Delta t \geq \tau_d$ ) y la condición de desempeño ( $q^- = q^*(x)$ ), la lógica prioriza la primera

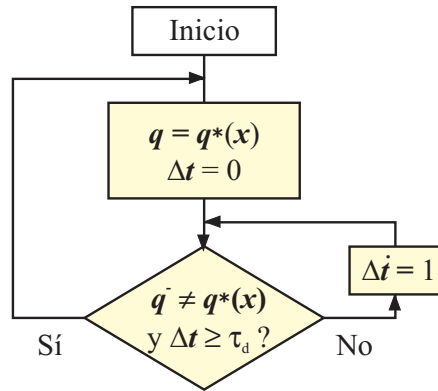


Figura 4.19: Supervisor de tiempo de residencia

frente a la segunda. Debido a la implementación del supervisor la señal de conmutación  $q(t)$  pasa a depender del estado continuo  $x$ , del estado discreto actual  $q^-$  y del tiempo  $\Delta t$ . Por tanto la lógica involucrada emplea todas las entradas indicadas en el lazo de control híbrido de la Fig. 4.17.

#### 4.4. Resumen del capítulo

El marco híbrido elegido en esta tesis para la descripción de los SGRHs es aplicable a la mayoría de los sistemas encontrados en la práctica. La particularidad de los mismos es que la evolución de su dinámica depende de variables que toman valores en un espacio continuo y variables que toman valores en un conjunto discreto. Al interactuar entre sí, dichas variables dan origen a la dinámica híbrida de interés del presente capítulo. Si bien los esfuerzos por caracterizar dicha dinámica datan de 1966, su influencia cada vez más relevante en la últimas décadas, en particular en sistemas embebidos o procesos físicos controlados digitalmente, incrementó notablemente la atención de ingenieros en control, científicos en computación y matemáticos aplicados, entre otros. En consecuencia la literatura especializada en sistemas híbridos es vasta e interdisciplinaria. Desde la perspectiva de teoría de control se lograron grandes avances en el estudio de comportamientos dinámicos y fenómenos no encontrados en sistemas puramente continuos. Los resultados reportados revisten características particulares que abarcan aspectos relativos tanto al modelizado como el análisis de estabilidad y el diseño de control.

El modelizado híbrido tiene por objetivo describir simultáneamente la evolución en el tiempo de los estados continuo y discreto de un sistema híbrido mediante la combinación de herramientas matemáticas concebidas originalmente para el tratamiento de sistemas continuos y sistemas de eventos discretos, respectivamente. El autómata híbrido es el formalismo de modelizado más aceptado en la literatura por combinar herramientas matemáticas bien difundidas, como son las ecuaciones diferenciales y las máquinas de estados finitos. La clase más general de los sistemas conmutados se obtiene ignorando los elementos del autómata híbrido que restringen la dinámica discreta, tales como la condición de guarda y el mapa

de reset. En tales sistemas el estado discreto actúa como señal de conmutación, que puede clasificarse según el caso en dependiente del tiempo o de los estados así como en autónoma o controlada.

La versatilidad del lenguaje empleado por el autómata híbrido puede dar lugar a modelos carentes de sentido físico y aún matemático. En consecuencia las soluciones admitidas por éstos, denominadas ejecuciones, ameritan un análisis particular. Se entiende por ejecuciones de un autómata híbrido aquellas trayectorias de los estados continuo y discreto que partiendo de una misma condición inicial evolucionan según el flujo continuo y los saltos discretos habilitados por condiciones de guarda, aristas y mapas de reset específicos. Las ejecuciones se pueden caracterizar según el conjunto temporal sobre el que éstas evolucionan. Dicho conjunto de tiempo recibe el nombre de híbrido por tratarse de una serie de intervalos continuos delimitados por los instantes de tiempo donde ocurren las transiciones discretas. Una ejecución es infinita si la secuencia del conjunto de tiempo híbrido es infinita o si la sumatoria de la duración de los intervalos lo es. Si para todos los estados iniciales el autómata híbrido acepta ejecuciones infinitas el mismo es no bloqueante y si dichas ejecuciones son únicas es además determinístico. Ambas propiedades se deben adicionar a las clásicas de los sistemas continuos para garantizar la existencia y unicidad de las soluciones. Sin embargo puede ocurrir que dichas soluciones admitan un número infinito de transiciones discretas en tiempo finito. Es el caso de ejecuciones infinitas de duración finita, las cuales se conocen como ejecuciones de Zenón. Éstas surgen como consecuencia de simplificaciones en el modelo y son incapaces de representar el comportamiento físico del sistema original más allá del punto de acumulación. Para resolver este problema se han propuesto diversas extensiones globales de las ejecuciones de Zenón que aplican el concepto de regularización, ya sea temporal, dinámica, espacial o de Filippov. El último método se aplica a una clase particular de ejecuciones de Zenón cuyos intervalos infinitos son de duración nula. El fenómeno se conoce como conmutación de frecuencia infinita o *chattering* y las extensiones que devuelve el método de Filippov son los modos deslizantes característicos de los sistemas de estructura variable.

La estabilidad de los sistemas híbridos es la propiedad principal a establecer en el marco de la teoría de control. El método desarrollado por Lyapunov en el ámbito del control continuo permite determinar esta tendencia de los sistemas a retornar a su estado de equilibrio. Dicho método se basa en la idea de que la energía de un sistema, o cualquier función de características equivalentes, decrece progresivamente a medida que el estado continuo es atraído hacia el equilibrio. Sin embargo la aplicación directa de esta teoría a las dinámicas continuas de un sistema híbrido no es suficiente para demostrar su estabilidad. En efecto, numerosos contraejemplos ilustran el caso más general de sistemas conmutados que bajo cierta ley de conmutación son inestables a pesar de que los subsistemas que los componen son estables en el sentido de Lyapunov y viceversa. Una extensión conservadora es la existencia de una Función Común de Lyapunov (FCL), la cual resuelve el problema de determinar las condiciones bajo las cuales un sistema conmutado es asintóticamente estable independientemente de la ley de conmutación. Si el sistema conmutado es lineal y la FCL es cuadrática, el problema queda

en términos de un conjunto de desigualdades matriciales lineales (LMIs) de resolución estándar. Extensiones menos conservativas, que resuelven el problema de caracterizar todas las señales de conmutación que estabilizan un sistema conmutado, se obtienen mediante relajaciones a la FCL. La primera relajación es más intuitiva, ya que requiere que la FCL decrezca únicamente a lo largo de las regiones donde los subsistemas se encuentran activos. Dicho requerimiento da origen a una estrategia de control híbrido conocida como proyección mínima, la cual en esta tesis se va a aplicar básicamente al diseño de controladores secundarios de SGRHs. La segunda relajación es más general, debido a que permite asociar a los subsistemas funciones de Lyapunov múltiples (FMLs). Asimismo su verificación es compleja pues requiere conocer los valores que toma cada FML en los instantes de conmutación, los cuales deben decrecer con cada activación del subsistema asociado. Una familia de señales de conmutación que cumple con dicha condición es la que caracteriza a los sistemas conmutados lentos. Éstos se componen de subsistemas continuos estables cuyo tiempo de activación es en todos los casos mayor o igual a una cota dependiente de parámetros de las FMLs. Dicha cota, comúnmente llamada tiempo de residencia, se puede garantizar mediante algoritmos de control híbrido implementados en la lógica de un supervisor.

En los capítulos subsiguientes se proponen modelos con autómatas híbridos de SGRHs aislados y con conexión a red basados en energía solar y eólica. Dichos modelos facilitan el diseño de estrategias de control híbrido, el cual se basa en el análisis de estabilidad descrito en este capítulo y pretende llevar la operación de los SGRHs a condiciones óptimas de desempeño.

## Capítulo 5

### Control híbrido de un SGRH–PV autónomo

La energía solar es uno de los recursos renovables más atractivos en los que se puede basar la producción de hidrógeno azul, principalmente a causa del potencial y disponibilidad destacados en el Cap. 2.3.1. En la actualidad son numerosos los proyectos tecnológicos y de investigación orientados al desarrollo de plantas de producción de hidrógeno a partir de energía solar fotovoltaica (PV). Algunos de éstos fueron incluidos en la Tabla 3.1 del Cap. 3 para ejemplificar las aplicaciones de SGRHs. Entre todas las configuraciones posibles de SGRH–PVs, aquí se considera la independiente de red descrita en forma genérica en la sección 3.1.1. Se trata básicamente de un sistema autónomo de producción de  $H_2$  que consta de un generador fotovoltaico, el cual alimenta un electrolizador como se muestra en la Fig. 5.1. Como aplicación práctica de esta configuración puede considerarse el sistema propuesto en [98].

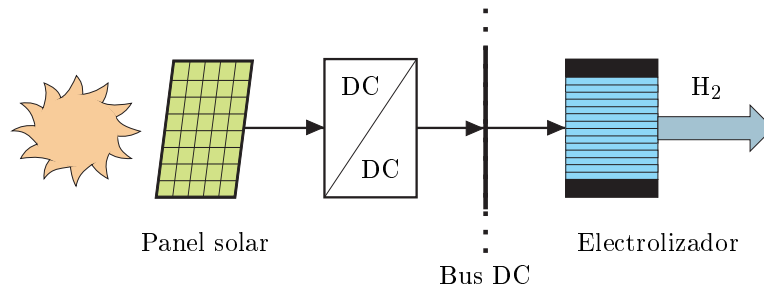


Figura 5.1: SGRH autónomo basado en energía solar fotovoltaica

Se puede juzgar con base en la Fig. 5.1 que la estructura de conexión de los componentes del SGRH corresponde al acoplamiento DC presentado en la sección 3.3.2. Más aún se trata del caso particular en que los dispositivos se conectan al bus de tensión continua a través de un único convertidor DC–DC. Esta estructura sigue la tendencia actual de eliminar la duplicación de la electrónica de potencia. La aplicación del único convertidor es suficiente para adaptar las tensiones de salida del panel solar y el electrolizador de manera de maximizar la producción de hidrógeno.

Para que el costo de la producción de hidrógeno mediante electrólisis basada en energía solar sea competitivo, además de incrementar los esfuerzos por reducir los costos asociados a la tecnología, se hace necesario el desarrollo de técnicas de modelizado apropiadas así como controladores de altas prestaciones. El SGRH-PV autónomo considerado representa el caso más simple dónde probar que la aplicación de los conceptos de sistemas híbridos vistos en el Cap. 4 puede resultar beneficiosa para cumplir los requerimientos mencionadas.

Los objetivos del presente capítulo son:

- Describir la arquitectura y operación del SGRH-PV autónomo, desde el punto de vista del diseño de cada una de sus partes, poniendo énfasis en el Sistema de Conversión de Energía Fotovoltaica (SCEPV).
- Modelizar el sistema con herramientas propias de la teoría de sistemas híbridos y analizar la estabilidad de la dinámica asociada a los diferentes modos de operación.
- Diseñar y evaluar estrategias robustas de control híbrido que tiendan a optimizar la producción de hidrógeno.

## 5.1. Descripción del SGRH-PV autónomo

El esquema circuital presentado en la Fig. 5.2 permite efectuar una descripción más exhaustiva del sistema de interés. En el mismo se caracteriza a los sistemas de conversión de energía fotovoltaica (panel solar) y de producción de hidrógeno (electrolizador) mediante curvas de polarización eléctrica, mientras que al convertidor DC-DC se lo representa a través de la interconexión de sus componentes.

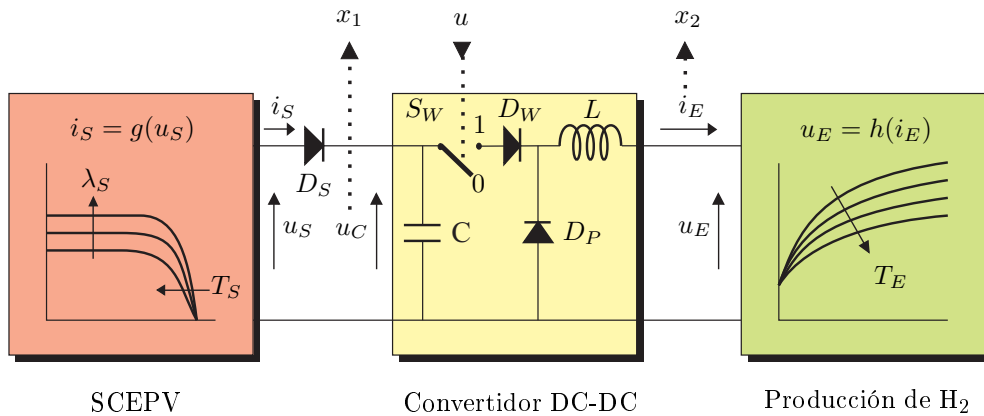


Figura 5.2: Esquema circuital del SGRH-PV autónomo

Como ya se mencionó más arriba, el convertidor DC-DC apunta al ajuste de tensiones de los sistemas que interconecta para maximizar la producción de hidrógeno. De esta manera la eficiencia de la conversión puede incrementarse y el costo global del sistema reducirse significativamente [82, 159]. La potencia



nominal del panel solar aquí se diseña mayor que la del electrolizador. Este tipo de dimensionamiento permite aumentar la eficiencia del electrolizador y reducir las operaciones de conexión/desconexión a una fuente de energía auxiliar.

### 5.1.1. Sistema de conversión de energía fotovoltaica

El SCEPV comprende el panel solar conformado por  $N_{ps}$  módulos en paralelo de  $N_{ss}$  celdas fotovoltaicas en serie según el arreglo de la Fig. 5.3.

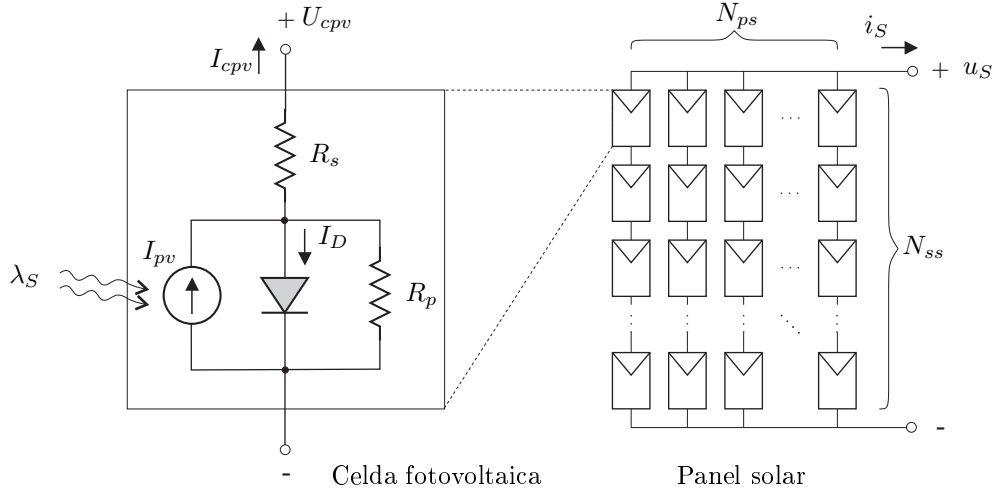


Figura 5.3: Circuito equivalente de una celda fotovoltaica del panel solar.

En la misma figura se muestra el circuito equivalente que permite modelizar una celda fotovoltaica. Al incidir la radiación solar  $\lambda_S$  en la celda, ésta se comporta como un generador de corriente de valor  $I_{pv}$ . Parte de la misma se deriva en un diodo y una resistencia paralelo, quedando como corriente neta a la salida la que atraviesa una resistencia serie. La corriente del diodo  $I_D$  detrae la corriente fotovoltaica en ausencia de radiación. La resistencia paralelo  $R_p$  se debe a la no linealidad de la juntura  $pn$  y las impurezas del material semiconductor, mientras que la resistencia serie  $R_s$  se debe a la resistividad del material e interconexiones así como la resistencia entre los contactos metálicos y el semiconductor. La corriente de salida  $I_{cpv}$  se puede expresar en función de dichos parámetros según la ecuación (5.1) [79]:

$$I_{cpv} = I_{pv}(\lambda_S, T_S) - \underbrace{I_{rs}(T_S) \left( \exp \frac{e(U_{cpv} + I_{cpv}R_s)}{akT_S} - 1 \right)}_{I_D} - \frac{U_{cpv} + I_{cpv}R_s}{R_p} \quad (5.1)$$

donde  $U_{cpv}$  es el potencial en bornes de la celda,  $I_{rs}$  es la corriente inversa de saturación de la juntura  $pn$ ,  $a$  su factor de idealidad y  $T_S$  su temperatura,  $e$  es la carga del electrón y  $k$  es la constante de Boltzmann. A partir de (5.1) se puede obtener la característica corriente-tensión del panel. Para facilitar su cálculo se van a considerar las siguientes simplificaciones:

- todas celdas fotovoltaicas que forman el panel son idénticas, lo cual permite hacer la siguiente aproximación de la tensión y corriente de salida del panel:

$$u_S = \sum_{i=1}^{N_{ss}} U_i \approx N_{ss} U_{cpv}, \quad (5.2)$$

$$i_S = \sum_{i=1}^{N_{ps}} I_i \approx N_{ps} I_{cpv}; \quad (5.3)$$

- las resistencias  $R_p$  y  $R_s$  tienden a infinito y 0, respectivamente;

Ambas suposiciones permiten expresar la característica  $i_S$ - $u_S$  en forma explícita como se indica a continuación [160]:

$$i_S \triangleq g(u_S) = N_{ps} I_{pv}(\lambda_S, T_S) - N_{ps} I_{rs}(T_S) \left( \exp \frac{eu_S}{akT_S N_{ss}} - 1 \right) \quad (5.4)$$

La función  $g(\cdot)$  que caracteriza el comportamiento eléctrico del SCEPV es altamente no lineal y depende, aparte de  $u_S$ , de las variables  $\lambda_S$  y  $T_S$  impuestas por las condiciones atmosféricas. La Fig. 5.4 muestra la dependencia de la característica  $i_S$ - $u_S$  con  $\lambda_S$  y  $T_S$ . Estas curvas corresponden a un panel solar de  $N_{ps} = 18$  y  $N_{ss} = 130$ . Las intersecciones de las características  $i_S$ - $u_S$  con los ejes definen la corriente de corto circuito

$$I_{SS} = g(0) = N_{ps} I_{pv}(\lambda_S, T_S) \quad (5.5)$$

y la tensión de circuito abierto

$$U_{SO} = g^{-1}(0) = \frac{akT_S N_{ss}}{e} \ln \left( \frac{I_{pv}(\lambda_S, T_S)}{I_{rs}(T_S)} + 1 \right). \quad (5.6)$$

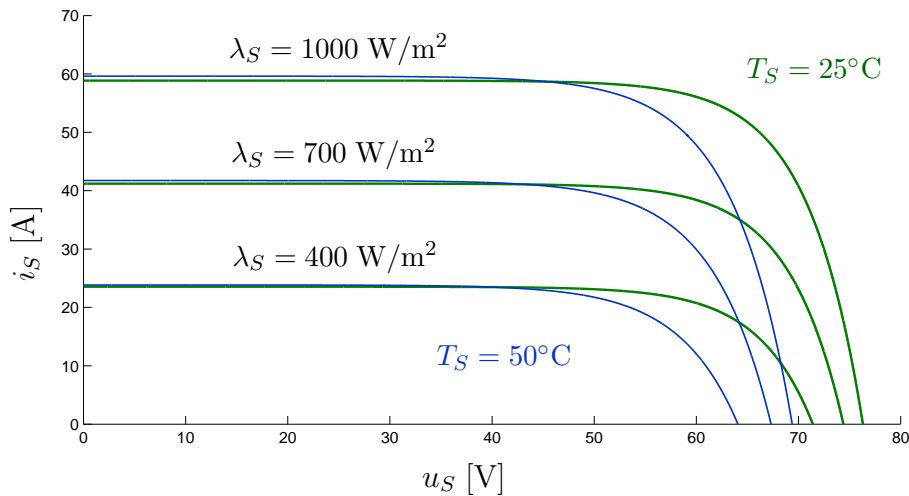


Figura 5.4: Características corriente-tensión típicas de un panel solar

**Nota:** El efecto de carga y descarga de las capacidades parásitas del panel solar, que se puede modelizar con un capacitor paralelo en el circuito equivalente de la Fig. 5.3 (ver [161]), aquí se considera despreciable respecto de la dinámica del resto de los componentes del SGRH.

### 5.1.2. Convertidor DC–DC

Como interfaz entre el SCEPV y el bus de tensión continua se considera un convertidor DC–DC del tipo reductor, más conocido como *buck* [162]. Éste permite convertir la tensión continua en los terminales del panel solar en una tensión menor compatible con la alimentación requerida por el sistema de producción de  $H_2$  en los terminales del bus. El principal dispositivo del convertidor es el transistor que actúa como llave electrónica. En la Fig. 5.2 se modeliza como una llave ideal  $S_W$  en serie con el diodo  $D_W$ . La relación de tensiones de salida a entrada en régimen permanente está dada por el ciclo de trabajo de  $S_W$ .

El estado de conducción de la llave electrónica así como de los diodos de acoplamiento y rueda libre  $D_S$  y  $D_P$ , respectivamente, determinan los estados discretos del sistema como se definen a continuación en la sección 5.2. Por su parte, la corriente del electrolizador  $i_E$  que atraviesa el inductor  $L$  y la tensión  $u_C$  en los terminales del capacitor  $C$  describen la dinámica continua. En este modelo simplificado se desprecian las pérdidas del convertidor. En consecuencia, en estado estacionario las potencias de entrada y salida del mismo pueden considerarse iguales.

**Nota:** Si bien existen modelos del convertidor *buck* más simples para efectuar el análisis del SGRH, como por ejemplo el modelo promediado de tiempo continuo [163], el que se propone en este capítulo posibilita un análisis exhaustivo que conlleva las siguientes ventajas:

- garantiza que no haya comportamientos indeseados para alguna condición inicial en particular;
- resulta representativo del análisis y diseño de control híbrido de SGRHs más complejos tales como SGRUHs basados en múltiples fuentes renovables;
- existen numerosas herramientas de *software* diseñadas específicamente para la verificación de sistemas híbridos que permiten sortear la aparente complejidad de este enfoque [164, 165, 166].

La aclaración hecha vale para otro tipo de convertidores, tales como el *boost* y el *buck–boost*, cuya implementación resulta igualmente factible en el problema planteado.

### 5.1.3. Sistema de producción de $H_2$

La caracterización del electrolizador responsable de la producción de hidrógeno se basa en el modelo de celda de electrólisis alcalina desarrollado en la sección 3.2. Allí se vio que el electrolizador alcalino consta de una cantidad

determinada de celdas de electrólisis conectadas en serie y/o paralelo. Por tanto, invocando la misma hipótesis de equivalencia de unidades constitutivas del panel solar, la curva tensión–corriente del sistema de producción de  $H_2$  se puede obtener a partir de la expresión empírica (3.7) que caracteriza una celda típica. La curva  $u_E$ – $i_E$  de un electrolizador conformado por el paralelo de  $N_{pe}$  pilas de  $N_{se}$  celdas conectadas en serie resulta:

$$u_E \triangleq h(i_E) = N_{se} \left[ U_{rev} + \frac{r_T}{A} \frac{i_E}{N_{pe}} + s_T \log_{10} \left( \frac{t_T}{A} \frac{i_E}{N_{pe}} + 1 \right) \right] \quad (5.7)$$

La ley logarítmica  $h(\cdot)$  también se ve influenciada por la temperatura del electrolito a causa de la dependencia de los parámetros  $r_T$  y  $t_T$  con  $T_E$  expresada en las ecuaciones (3.8) y (3.9), respectivamente. La Fig. 5.5 muestra dicha ley logarítmica para dos valores límites de  $T_E$ . Los parámetros  $N_{pe}$ ,  $N_{se}$  y  $A$  fueron ajustados para hacerla coincidir con los datos experimentales de un electrolizador alcalino von Hoerner de 2,25 kW publicados en [106]. La intersección de las curvas con el eje  $u_E$  define la tensión de circuito abierto

$$U_{EO} = h(0) = N_{se} U_{rev}, \quad (5.8)$$

mientras que la intersección con el eje  $i_E$  no tiene significado físico, si bien para fines del análisis dinámico será asociada con la siguiente corriente inversa:

$$I_{ES} = -h^{-1}(0) = N_{pe} A \left[ \frac{s'_T}{r_T} W \left( \frac{r_T}{s'_T t_T} \exp \left( \frac{r_T}{s'_T t_T} - \frac{U_{rev}}{s'_T} \right) \right) - \frac{1}{t_T} \right], \quad (5.9)$$

donde  $s'_T = s_T \ln(10)$  y  $W(z)$  es la función W de Lambert (ver [167]), la cual satisface  $z = W \exp(W)$ .

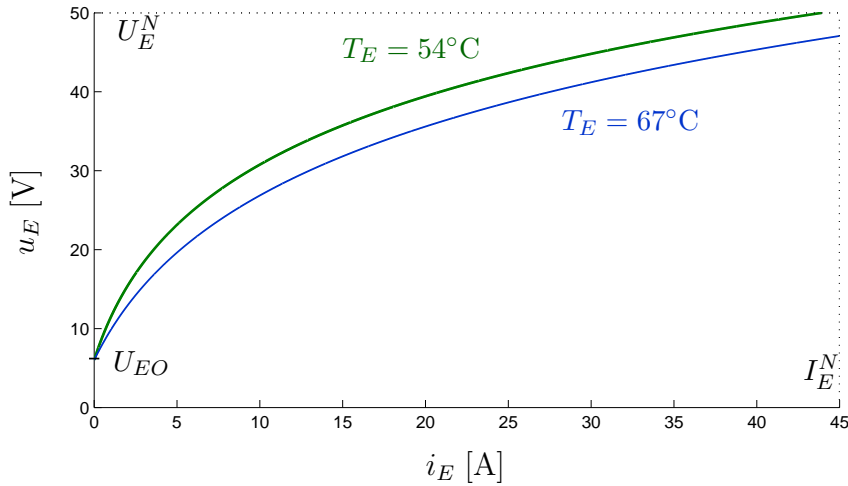


Figura 5.5: Características tensión–corriente del electrolizador

La potencia del electrolizador puede expresarse a través (5.7) o de su inversa como una función de  $i_E$  o  $u_E$ , respectivamente:

$$p_E = i_E h(i_E) = h^{-1}(u_E) u_E. \quad (5.10)$$

## 5.2. Análisis de la dinámica híbrida

### 5.2.1. Modelo con autómatas híbridos del lazo abierto

El SGRH mostrado en la Fig. 5.2 exhibe dos clases de dinámicas de naturaleza completamente diferente, a saber: una dinámica continua y una dinámica discreta. Por una parte, la dinámica continua describe la evolución de las variables de estado continuas  $x_1 \triangleq u_C$  y  $x_2 \triangleq i_E$  gobernadas por ecuaciones diferenciales. Por otra parte, la dinámica discreta describe las transiciones entre estados discretos  $q$  que representan los cambios en el estado de conducción de la llave y los diodos. Como se explicó en el Capítulo 4, estas transiciones se determinan con máquinas de estados. Las transiciones discretas o conmutaciones entre estados discretos pueden ser controladas o autónomas según la clasificación de la sección 4.1.2. Las transiciones controladas se provocan con cambios de la señal externa  $u$  que comanda la llave ideal  $S_W$ . Por convención el valor ‘0’ asignado a  $u$  fuerza la apertura de  $S_W$ , mientras que el valor ‘1’ fuerza su cierre. Las transiciones autónomas se producen por cambios de estados de conducción de los diodos, los cuales dependen a su vez del valor de los estados continuos. En la Tabla 5.1 se listan los estados discretos  $q$  (autónomos y controlados) del SGRH-PV autónomo según el estado de llave y diodos (‘0’ denota ‘circuito abierto’ y ‘1’, ‘en conducción’) así como el conjunto de valores de los estados continuos  $x$  ( $Dom(q)$ ).

| $u$ | $D_W$ | $D_P$ | $D_S$ | $Dom(q)$   | $q$      |
|-----|-------|-------|-------|--|----------|
| 0   | 0     | 0     | 0     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 \geq U_{SO} \wedge x_2 = 0\}$ | $q_{03}$ |
|     | 0     | 0     | 1     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 < U_{SO} \wedge x_2 = 0\}$    | $q_{02}$ |
|     | 0     | 1     | 0     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 \geq U_{SO}\}$                | $q_{04}$ |
|     | 0     | 1     | 1     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 < U_{SO}\}$                   | $q_{01}$ |
|     | 1     | ★     | ★     | $\emptyset$  | -        |
| 1   | 0     | 0     | 0     | $\emptyset$  | -        |
|     | 0     | 0     | 1     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 \leq U_{EO} \wedge x_2 = 0\}$ | $q_{14}$ |
|     | 0     | 1     | 0     | $\emptyset$  | -        |
|     | 0     | 1     | 1     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 \leq 0\}$                     | $q_{13}$ |
|     | 1     | 0     | 0     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 \geq U_{SO}\}$                | $q_{15}$ |
|     | 1     | 0     | 1     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid 0 \leq x_1 \leq U_{SO}\}$         | $q_{11}$ |
|     | 1     | 1     | 0     | $\emptyset$  | -        |
|     | 1     | 1     | 1     | $\{x \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+ \mid x_1 = 0 \wedge x_2 \geq I_{SS}\}$ | $q_{12}$ |

Tabla 5.1: Estados discretos y sus dominios

Para ambos valores de  $u$  la evolución de estados del sistema es el resultado de la interacción de dinámicas discretas y continuas. En efecto, la ocurrencia de transiciones autónomas depende de la evolución de los estados continuos así como la dinámica continua depende de las transiciones discretas. Significa que a cada dinámica determinada por la señal de conmutación  $u$  le cabe el término ‘sistema híbrido’ y por consiguiente, un modelo basado en el autómata híbrido de la sección 4.1.1.

**Autómata Híbrido  $\mathcal{H}_0$  (Llave abierta)**

Siguiendo la definición 4.1, el autómata híbrido que modeliza la dinámica híbrida del SGRH-PV autónomo correspondiente a la apertura de la llave ideal ( $u = 0$ ) es la colección  $\mathcal{H}_0 = (\mathcal{Q}, \mathcal{X}, f, \mathcal{Ini}, \mathcal{Dom}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{R})$ , donde:

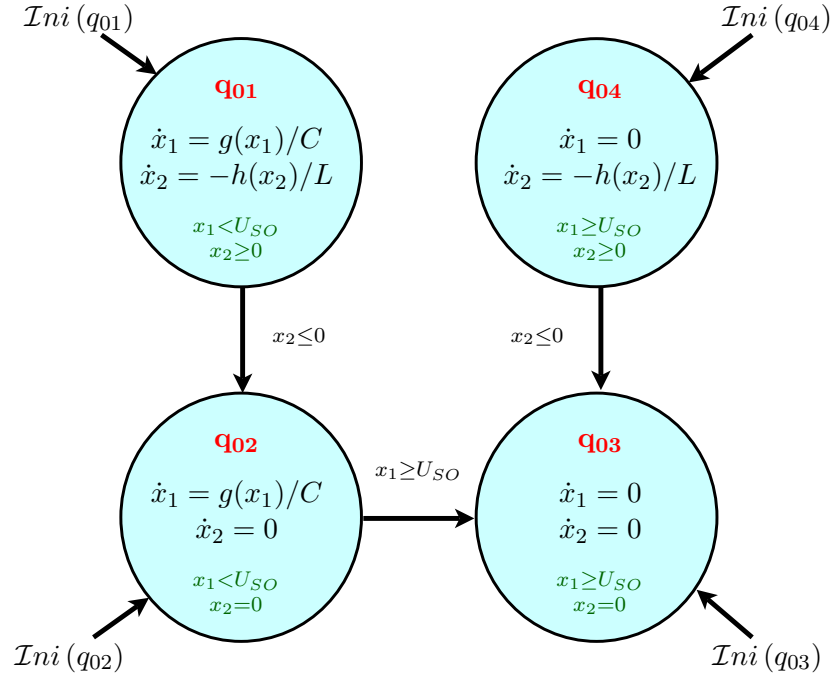
- $\mathcal{Q} = \{q_{01}, q_{02}, q_{03}, q_{04}\}$  ( $q$  : estado de conducción de los diodos según lo indicado en la Tabla 5.1);
- $\mathcal{X} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  (valores que puede tomar la tensión del capacitor  $x_1$  y la corriente del inductor  $x_2$ , respectivamente);
- $f(q_{01}, x) = \begin{bmatrix} g(x_1)/C \\ -h(x_2)/L \end{bmatrix}$ ,  $f(q_{02}, x) = \begin{bmatrix} g(x_1)/C \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $f(q_{03}, x) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  y  $f(q_{04}, x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -h(x_2)/L \end{bmatrix}$ ;
- $\mathcal{Ini}(q) \equiv \mathcal{Dom}(q)$  (ver Tabla 5.1);
- $\mathcal{E} = \{(q_{01}, q_{02}), (q_{02}, q_{03}), (q_{04}, q_{03})\}$ ;
- $\mathcal{G}(q_{01}, q_{02}) \equiv \mathcal{G}(q_{04}, q_{03}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_2 \leq 0\}$  y  $\mathcal{G}(q_{02}, q_{03}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \geq U_{SO}\}$ ;
- $\mathcal{R}(e, x) = \{x\} \forall e \in \mathcal{E}$  (no se produce salto en el estado continuo);

En la Fig. 5.6 se muestra la representación gráfica del autómata híbrido  $\mathcal{H}_0$  basada en grafos orientados. Dentro de cada nodo  $q$  del grafo se encuentra expresada la dinámica continua  $\dot{x} = f(q, x)$  y el dominio  $\mathcal{Dom}(q) \subseteq X = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  correspondientes. En todos los casos ambos objetos se obtuvieron aplicando conceptos de teoría de circuitos y el modelo de diodo ideal al esquema de la Fig. 5.2. La descripción de los conjuntos  $\mathcal{Ini}(q)$  se omite por coincidir con los dominios  $\mathcal{Dom}(q)$ . Las condiciones de guarda  $\mathcal{G}$  se transcriben en las cercanías de las aristas mientras que el mapa de reset  $\mathcal{R}$  se omite por tratarse del caso trivial.

**Autómata Híbrido  $\mathcal{H}_1$  (Llave cerrada)**

El modelo de la dinámica híbrida que resulta del SGRH-PV autónomo durante el cierre de la llave ideal ( $u = 1$ ) basado en la definición 4.1 de autómata híbrido, es la colección  $\mathcal{H}_1 = (\mathcal{Q}, \mathcal{X}, f, \mathcal{Ini}, \mathcal{Dom}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{R})$  tal que:

- $\mathcal{Q} = \{q_{11}, q_{12}, q_{13}, q_{14}, q_{15}\}$  ( $q$  : estado de conducción de los diodos según lo indicado en la Tabla 5.1);
- $\mathcal{X} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  (valores que puede tomar la tensión del capacitor  $x_1$  y la corriente del inductor  $x_2$ , respectivamente);

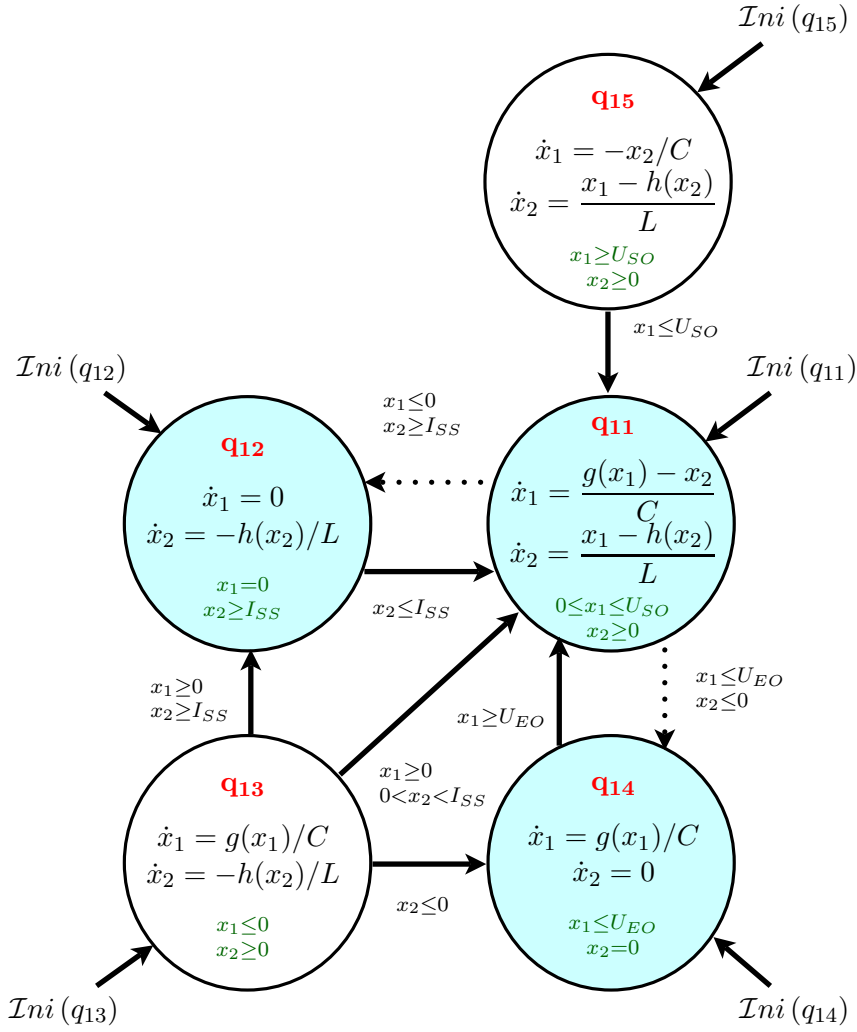
Figura 5.6: Representación gráfica del autómata  $\mathcal{H}_0$ 

- $f(q_{11}, x) = \begin{bmatrix} \frac{g(x_1) - x_2}{C} \\ \frac{x_1 - h(x_2)}{L} \end{bmatrix}$ ,  $f(q_{12}, x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -h(x_2)/L \end{bmatrix}$ ,  $f(q_{13}, x) = \begin{bmatrix} g(x_1)/C \\ -h(x_2)/L \end{bmatrix}$ ,  $f(q_{14}, x) = \begin{bmatrix} g(x_1)/C \\ 0 \end{bmatrix}$  y  $f(q_{15}, x) = \begin{bmatrix} -x_2/C \\ \frac{x_1 - h(x_2)}{L} \end{bmatrix}$ ;
- $\text{Ini}(q) \equiv \text{Dom}(q)$  (ver Tabla 5.1);
- $\mathcal{E} = \{(q_{11}, q_{12}), (q_{11}, q_{14}), (q_{12}, q_{11}), (q_{13}, q_{11}), (q_{13}, q_{12}), (q_{13}, q_{14}), (q_{14}, q_{11}), (q_{15}, q_{11})\}$ ;
- $\mathcal{G}(q_{11}, q_{12}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \leq 0 \wedge x_2 \geq I_{SS}\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{11}, q_{14}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \leq U_{EO} \wedge x_2 \leq 0\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{12}, q_{11}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_2 \leq I_{SS}\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{13}, q_{11}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \geq 0 \wedge 0 < x_2 < I_{SS}\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{13}, q_{12}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \geq 0 \wedge x_2 \geq I_{SS}\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{13}, q_{14}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_2 \leq 0\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{14}, q_{11}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \geq U_{EO}\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{15}, q_{11}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \leq U_{S0}\}$ ;
- $\mathcal{R}(e, x) = \{x\} \forall e \in \mathcal{E}$  (no se produce salto en el estado continuo);

El grafo orientado correspondiente al autómata híbrido  $\mathcal{H}_1$  se muestra en la Fig. 5.7. Valen las mismas observaciones hechas respecto de la representación gráfica de  $\mathcal{H}_0$ .

### 5.2.2. Ejecuciones de los autómatas híbridos

En el Cap. 4.1.3 se introdujeron las ejecuciones aceptadas por un autómata híbrido (ver definición 4.4) como un concepto análogo al de solución de una

Figura 5.7: Representación gráfica del autómata  $\mathcal{H}_1$ 

ecuación diferencial. Con el fin de acotar la variedad de fenómenos representables a través de este formalismo a aquellos representativos de la física del SGRH-PV autónomo en lazo abierto, en esta sección interesa garantizar propiedades tales como existencia, unicidad y conmutación finita de las ejecuciones. Luego se va a analizar su estabilidad aplicando una de las herramientas específicas de sistemas híbridos vistas en la sección 4.2.

### Existencia y unicidad de las ejecuciones de $\mathcal{H}_0$ y $\mathcal{H}_1$

El Teorema 4.1 establece como condiciones de existencia y unicidad de las ejecuciones de un autómata híbrido la propiedades de no bloqueo y determinismo, respectivamente. Según se indicó en la definición 4.7, el autómata híbrido es no bloqueante si acepta una ejecución infinita para todo estado inicial (ver definición 4.5), mientras que el mismo es determinista si dicha ejecución es única. Para verificar si los autómatas híbridos bajo estudio verifican ambas propiedades es necesario determinar previamente sus estados alcanzables y de transición.

El conjunto de los **estados alcanzables**, es decir aquellos que satisfacen la definición 4.6, es simple de establecer para  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  debido a que en ambos casos



coincide con el conjunto  $\mathcal{Init}$ . Por convención este último es la unión de dominios de cada estado discreto:

$$\mathcal{Reach} \equiv \mathcal{Ini} = \bigcup_{q \in \mathcal{Q}} \{q\} \times \mathcal{Dom}(q). \quad (5.11)$$

Por su parte, el conjunto de **estados de transición** de la definición 4.3 se puede caracterizar fácilmente tanto para  $\mathcal{H}_0$  como para  $\mathcal{H}_1$  con la siguiente expresión:

$$\mathcal{Trans} = \bigcup_{q \in \mathcal{Q}} \{q\} \times \mathcal{Trans}(q), \text{ donde para cada } \hat{q} \in \mathcal{Q} \quad (5.12)$$

$$\mathcal{Trans}(\hat{q}) = \overline{\mathcal{Dom}}(\hat{q}) \cup \left\{ \bigcup_{(\hat{q}, \hat{q}') \in \mathcal{E}} \mathcal{Dom}(\hat{q}) \cap \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}') \right\} \quad (5.13)$$

Se puede deducir que los autómatas híbridos  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  son **no bloqueantes** demostrando que sus conjuntos  $\mathcal{Reach}$  y  $\mathcal{Trans}$  satisfacen el Lema 4.1. En efecto, las expresiones (5.11) y (5.13) permiten afirmar que para cada  $\hat{q}$  los estados  $\hat{x} \in \mathcal{Reach}(\hat{q}) \cap \mathcal{Trans}(\hat{q})$  pertenecen a  $\mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}')$ . Por tanto todos los estados alcanzables fuerzan una transición discreta allí donde no es posible la evolución continua, impidiendo así el bloqueo de las trayectorias.

Para demostrar que  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  son **deterministas** basta con verificar las tres propiedades requeridas por el Lema 4.2. La propiedad 1 se verifica con la siguiente inclusión, resultante de (5.11) y (5.13):

$$\mathcal{Reach}(\hat{q}) \cap \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}') = \mathcal{Dom}(\hat{q}) \cap \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}') \subseteq \mathcal{Trans}(\hat{q}), \quad (5.14)$$

la cual permite garantizar que todo estado alcanzable  $(\hat{q}, \hat{x})$  tal que para algún  $(\hat{q}, \hat{q}') \in \mathcal{E}$   $\hat{x} \in \mathcal{G}(\hat{q}, \hat{q}')$ , genera una transición discreta en lugar de proseguir su evolución continua, es decir que  $(\hat{q}, \hat{x}) \in \mathcal{Trans}$ . La propiedad 2 del Lema 4.2 se aplica a múltiples transiciones discretas que parten de un mismo estado discreto  $\hat{q}$ . Tal caso no se da en el autómata  $\mathcal{H}_0$ , donde el número de transiciones observadas en cada nodo de la Fig. 5.6 es menor o igual a 1. El autómata  $\mathcal{H}_1$ , por su parte, sí exhibe múltiples transiciones en los nodos  $q_{11}$  y  $q_{13}$  del grafo de la Fig. 5.7. Las intersección de las condiciones de guarda respectivas,  $\mathcal{G}(q_{11}, q_{12}) \cap \mathcal{G}(q_{11}, q_{14})$  y  $\mathcal{G}(q_{13}, q_{11}) \cap \mathcal{G}(q_{13}, q_{12}) \cap \mathcal{G}(q_{13}, q_{14})$ , son conjuntos vacíos. Por consiguiente se puede generar una única transición para cada  $(q_{11}, \hat{x})$  y  $(q_{13}, \hat{x})$ , como postula la propiedad 2. Por último, el cumplimiento de la propiedad 3 es trivial ya que el mapa de reset tiene como único elemento la función identidad.

Además de la existencia y unicidad, otra propiedad de los autómatas híbridos que se desea verificar antes de simular sus ejecuciones es que en un intervalo de tiempo finito las mismas no exhiban infinitas transiciones discretas. Es decir, que ninguna de todas las ejecuciones infinitas y únicas aceptadas por  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  sean de Zenón (definición 4.5). Esta propiedad garantiza que todas ellas sean soluciones en el sentido de Carathéodory. Para que un autómata híbrido sea de Zenón una

condición necesaria de sencilla deducción a partir de la definición 4.8 es que el grafo  $(\mathcal{Q}, \mathcal{E})$  que lo representa contenga un lazo cerrado [19]. La Fig. 5.6 permite observar que la estructura del grafo no satisface tal condición, lo cual garantiza que  $\mathcal{H}_0$  sea no Zenón. No ocurre lo mismo con el grafo que representa a  $\mathcal{H}_1$ , el cual según se observa en la Fig. 5.7 contiene dos lazos formados por las aristas  $\{(q_{11}, q_{12}), (q_{12}, q_{11})\}$  y  $\{(q_{11}, q_{14}), (q_{14}, q_{11})\}$ , respectivamente. Sin embargo, mediante consideraciones energéticas que se aplican a continuación para analizar estabilidad, se puede probar que dichos lazos se producen a lo sumo una vez en todo el conjunto temporal híbrido. Para indicar su transitoriedad las aristas que parten de  $q_{11}$  se trazan en línea de puntos.

En las Figs. 5.8 y 5.9 se representa en el semiplano de estados  $\mathcal{X}$  un conjunto de ejecuciones aceptadas por los autómatas  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$ , respectivamente. Dicho conjunto responde a una selección significativa de estados del conjunto  $\mathcal{Ini}$ . Las diferentes respuestas dinámicas observadas dependen de la región que se encuentre atravesando la trayectoria continua  $x(t)$ . Dichas regiones son particiones del semiplano  $\mathcal{X}$  según la definición de los conjuntos  $\mathcal{Dom}(q)$ . Ambas figuras permiten corroborar la propiedades de existencia, unicidad y conmutación finita analizadas previamente.

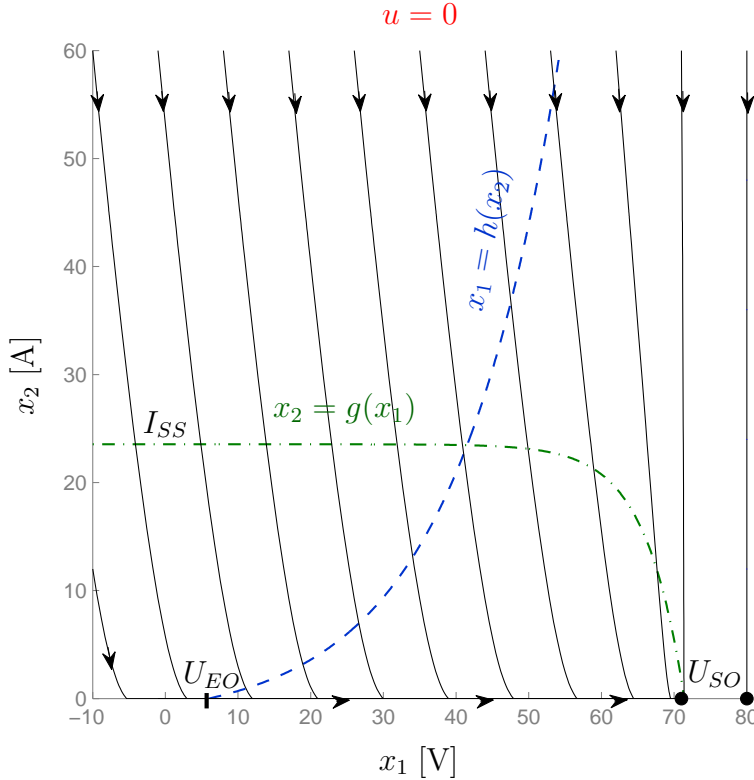
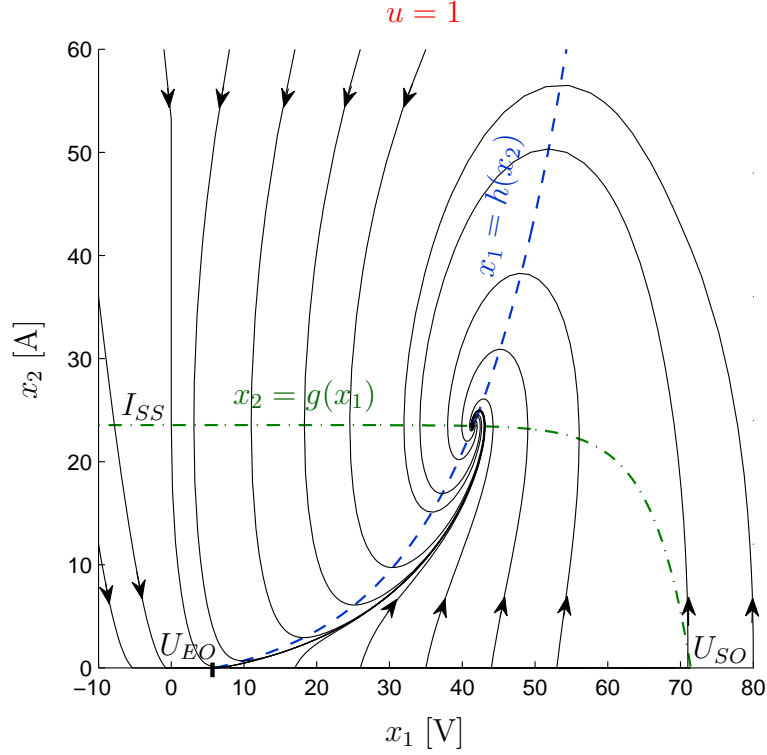


Figura 5.8: Ejecuciones de  $\mathcal{H}_0$  en el semiplano  $\mathcal{X}$

A continuación se efectúa el análisis formal de estabilidad de los autómatas híbridos determinados a fin de conocer el comportamiento dinámico de la totali-

Figura 5.9: Ejecuciones de  $\mathcal{H}_1$  en el semiplano  $\mathcal{X}$ 

dad de ejecuciones aceptadas por ambos. Los mismos serán considerados sistemas conmutados de la forma (4.1) cuya señal de conmutación es dependiente de los estados. Por consiguiente el análisis se basará en conceptos introducidos en la sección 4.2.3 relativos a la estabilidad de sistemas conmutados bajo conmutación restringida.

### Estabilidad de las ejecuciones de $\mathcal{H}_0$

Para determinar la estabilidad de  $\mathcal{H}_0$  es necesario identificar primero el punto de equilibrio al que se refiere tal propiedad en la definición 4.9. El sistema conmutado bajo estudio es tal que a cada estado discreto  $q$  le corresponden múltiples estados de equilibrio asociados a la dinámica continua no lineal  $\dot{x} = f(q, x)$ . En la Tabla 5.2 se muestran los estados  $x^*$  que por definición de equilibrio cumplen  $f(q, x^*) = 0$ . Nótese que  $x^*$  en  $\{q_{02}, q_{03}, q_{04}\}$  representa un conjunto de estados

| $q$      | $x^*$                                      | $x^* \cap \mathcal{D}om(q)$ |
|----------|--|-----------------------------|
| $q_{01}$ | $[U_{SO} \quad -I_{ES}]^T$                 | $\emptyset$                 |
| $q_{02}$ | $\{x \in \mathcal{X} \mid x_1 = U_{SO}\}$  | $[U_{SO} \quad 0]^T$        |
| $q_{03}$ | $\mathcal{X}$                              | $\mathcal{D}om(q_{03})$     |
| $q_{04}$ | $\{x \in \mathcal{X} \mid x_2 = -I_{ES}\}$ | $\emptyset$                 |

Tabla 5.2: Puntos de equilibrio de las dinámicas continuas de  $\mathcal{H}_0$ 

continuos que satisface la propiedad de invariancia. Un conjunto  $\mathcal{M} \subseteq \mathcal{D}om$  se

llama invariante si para cada  $x(0) \in \mathcal{M}$  se cumple que  $x(t) \in \mathcal{M} \forall t \geq 0$  [142]. En particular cada estado del conjunto  $x^*$  es en sí mismo un conjunto invariante de  $\mathcal{D}om$ . Para el análisis de la dinámica de  $\mathcal{H}_0$  se deben considerar los puntos de equilibrio o conjuntos invariantes incluidos en el dominio del estado discreto al que corresponden. Es decir aquellos por los cuales  $x^* \cap \mathcal{D}om(q)$  no es un conjunto vacío, condición que según la Tabla 5.2 ocurre únicamente en  $\{q_{02}, q_{03}\}$ . Entre los estados de la intersección allí indicados, el punto  $x^{*0} = \mathcal{D}om(q_{02}) \cap \mathcal{D}om(q_{03}) = [U_{SO} \ 0]^T$  es de particular interés debido a que todas las trayectorias  $x(t)$  que atraviesan la región activa del panel solar ( $x_1 < U_{SO}$ ) convergen a éste (ver Fig. 5.8). Por tanto tal es el punto al que se referirá el análisis de estabilidad, si bien el mismo se puede extender al resto de los puntos de equilibrio.

Para demostrar que  $\mathcal{H}_0$  es global y asintóticamente estable (GAE) se propone una Función Común de Lyapunov (FCL) que cumple la definición 4.9 con alguna relajación. La FCL elegida es la energía del sistema respecto del punto de equilibrio de interés:

$$V(x) = (x - x^{*0})^T P (x - x^{*0}), \quad x^{*0} = \begin{bmatrix} U_{SO} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}. \quad (5.15)$$

Por tratarse de una función cuadrática, la misma es definida positiva, continuamente diferenciable y radialmente no acotada. Asimismo, su derivada es  $\dot{V}(x) = 2(x - x^{*0})^T P f(q, x)$ . El cálculo correspondiente a cada estado discreto  $q$  devuelve las expresiones mostradas en la Tabla 5.3.

| $q$      | $\dot{V}(x)$                        | $\forall x \in \mathcal{D}om(q)$ |
|----------|-------------------------------------|----------------------------------|
| $q_{01}$ | $-(U_{SO} - x_1)g(x_1) - x_2h(x_2)$ | $< 0$                            |
| $q_{02}$ | $-(U_{SO} - x_1)g(x_1)$             | $\leq 0$                         |
| $q_{03}$ | $0$                                 | $= 0$                            |
| $q_{04}$ | $-x_2h(x_2)$                        | $\leq 0$                         |

Tabla 5.3: Derivadas de la FCL de  $\mathcal{H}_0$

Como se hace notar en dicha tabla, la derivada de la FCL correspondiente a cada  $q$  se garantiza negativa únicamente en el  $\mathcal{D}om(q)$ . Como se aclaró previamente en la sección 4.2.3, esta relajación a la definición 4.2.3 resulta razonable ante conmutación dependiente de los estados. Otra relajación es que en  $q_{02}$  y  $q_{04}$   $\dot{V}$  se anula en  $x \neq x^{*0}$ . Sin embargo en cada caso tales estados pertenecen a  $\mathcal{G}(q_{02}, q_{03})$  y  $\mathcal{G}(q_{02}, q_{03})$ , respectivamente. Por ser  $\mathcal{H}_0$  determinista, ambas condiciones de guarda fuerzan la transición a  $q_{03}$ . En este último estado discreto la derivada de  $V(x)$  se anula en  $x^*$  y el resto de los puntos de equilibrio ubicados en  $\mathcal{D}om(q_{03})$ . Teniendo en cuenta estas salvedades, el Teorema 4.3 permite afirmar que  $\mathcal{H}_0$  es GAE y, por extensión, que  $\mathcal{D}om(q_{03})$  es un conjunto invariante asintóticamente estable. Este resultado se corresponde con la estructura del grafo de la

Fig. 5.6, donde se observa que para cualquier condición inicial las aristas sugieren transiciones discretas que llevan al estado final  $q_{03}$ .

### Estabilidad de las ejecuciones de $\mathcal{H}_1$

La Tabla 5.4 presenta los estados  $x^*$  que satisfacen la definición de punto de equilibrio de la dinámica continua  $\dot{x} = f(q, x)$  asociada a cada estado  $q$  de  $\mathcal{H}_1$ . De

| $q$      | $x^*$                                      | $x^* \cap \mathcal{Dom}(q)$ |
|----------|--|-----------------------------|
| $q_{11}$ | $[U^* \ I^*]^T$                            | $[U^* \ I^*]^T$             |
| $q_{12}$ | $\{x \in \mathcal{X} \mid x_2 = -I_{ES}\}$ | $\emptyset$                 |
| $q_{13}$ | $[U_{SO} \ -I_{ES}]^T$                     | $\emptyset$                 |
| $q_{14}$ | $\{x \in \mathcal{X} \mid x_1 = U_{SO}\}$  | $\emptyset$                 |
| $q_{15}$ | $[U_{EO} \ 0]^T$                           | $\emptyset$                 |

Tabla 5.4: Puntos de equilibrio de las dinámicas continuas de  $\mathcal{H}_1$

la intersección de cada punto de equilibrio o conjunto invariante con su dominio asociado se desprende que el único  $x^*$  que representa el equilibrio del autómata híbrido es el que corresponde a  $q_{11}$ . Este punto de equilibrio se ubica en la intersección entre las características del panel ( $x_1 = h(x_2)$ ) y el electrolizador ( $x_2 = g(x_1)$ ), representadas en el semiplano  $\mathcal{X}$  de la Fig. 5.9 en trazo discontinuo y discontinuo-punteado respectivamente. Las coordenadas  $(U^*, I^*)$  de dicha intersección, garantizada por la condición de diseño  $U_{EO} < U_{SO}$ , satisfacen las igualdades no lineales  $U^* = h \circ g(U^*)$  e  $I^* = g(U^*)$ . Dado que no existe solución explícita, ambas coordenadas se obtienen mediante cálculo numérico.

Con el fin de simplificar el análisis, la estabilidad de  $x^{*1} = [U^* \ I^*]^T$  se demostrará en primer lugar localmente considerando el subgrafo comprendido por los nodos  $\{q_{11}, q_{12}, q_{14}\}$  (ver nodos coloreados de la Fig. 5.7). Las dinámicas continuas asociadas a dichos nodos definen un sistema conmutado al que se puede asignar la siguiente candidata a Función Común de Lyapunov:

$$V(x) = \left( x - \begin{bmatrix} h(x_2) \\ g(x_1) \end{bmatrix} \right)^T P \left( x - \begin{bmatrix} h(x_2) \\ g(x_1) \end{bmatrix} \right), \quad P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix}. \quad (5.16)$$

Se trata de una variante de la energía (5.15) que tiene la ventaja de que su análisis no requiere el conocimiento explícito de  $x^{*1}$  por estar referida a las expresiones no lineales  $g(\cdot)$  y  $h(\cdot)$ . La desventaja es que se pierde la forma cuadrática de la FCL. Sin embargo, dado que  $g$  y  $h$  son funciones monótonas decrecientes y crecientes respectivamente así como diferenciables, se deduce que  $V(x)$  también es definida positiva, continuamente diferenciable y radialmente no acotada. En efecto, dicha candidata satisface:

- (1)  $V(x^{*1}) = 0$ ,
- (2)  $V(x) > 0 \quad \forall x \in (\mathcal{Dom}(q_{11}) \setminus \{x^{*1}\}) \cup \mathcal{Dom}(q_{12}) \cup \mathcal{Dom}(q_{14})$ ,
- (3)  $\frac{\partial V}{\partial x} = 2 \left( x - \begin{bmatrix} h(x_2) \\ g(x_1) \end{bmatrix} \right)^T P \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\partial h}{\partial x_2} \\ -\frac{\partial g}{\partial x_1} & 1 \end{bmatrix},$

(4)  $V(x) \rightarrow \infty$  cuando  $\|x\| \rightarrow \infty$ .

La condición (3) permite obtener la expresión de la derivada  $\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x} f(q, x)$ , la cual depende de la dinámica continua asociada a cada estado discreto  $q$ . En la Tabla 5.5 se muestra dicha dependencia para los estados continuos  $x \in \mathcal{D}om(q)$ .

| $q$      | $\dot{V}(x)$  | $\forall x \in \mathcal{D}om(q)$ |
|----------|---|----------------------------------|
| $q_{11}$ | $\frac{L}{C} \frac{\partial g}{\partial x_1} (x_2 - g(x_1))^2 - \frac{C}{L} \frac{\partial h}{\partial x_2} (x_1 - h(x_2))^2$ | $\leq 0$                         |
| $q_{12}$ | $-(x_2 - I_{SS}) h(x_2) - \frac{C}{L} \frac{\partial h}{\partial x_2} h^2(x_2)$   | $< 0$                            |
| $q_{14}$ | $(x_1 - U_{EO}) g(x_1) - \frac{L}{C} \frac{\partial g}{\partial x_1} g^2(x_1)$  | $< 0$                            |

Tabla 5.5: Derivadas de la FCL del subgrafo  $\{q_{11}, q_{12}, q_{14}\}$

Se hace notar en la Tabla 5.5 que para cada  $q$  del subgrafo la condición de pendiente negativa (4.9) no se cumple en todo  $x \in \mathcal{X}$  sino en aquellos  $x$  pertenecientes a  $\mathcal{D}om(q)$ . En consecuencia se va a considerar a  $V(x)$  como una FCL haciendo la misma relajación a la definición 4.2.3 hecha en el caso del autómata híbrido  $H_0$ . Es decir que el Teorema 4.3, aplicado al sistema conmutado cuya ley de conmutación se restringe según las condiciones de guarda de las transiciones  $(q_{11}, q_{12})$ ,  $(q_{12}, q_{11})$ ,  $(q_{11}, q_{14})$  y  $(q_{14}, q_{11})$  del subgrafo, permite garantizar que el estado de equilibrio  $x^{*1}$  analizado es asintóticamente estable.

Para demostrar la estabilidad global de  $x^{*1}$  debería extenderse el análisis anterior a la totalidad del autómata híbrido  $\mathcal{H}_1$ . Aquí no resulta apropiado proponer la misma función  $V(x)$  como FCL debido a que el cumplimiento de la condición (4.9) en los estados discretos  $q_{13}$  y  $q_{15}$  pierde claridad. La posibilidad de encontrar otra candidata a FCL se dificulta a causa de la marcada naturaleza no lineal de las dinámicas continuas y la disimilitud de los respectivos estados de equilibrio (ver Tabla 5.4). Otra posibilidad más interesante es considerar relajaciones adicionales a la FCL que llevan a la búsqueda de Funciones Múltiples de Lyapunov (FMLs). Las mismas fueron introducidas en la sección 4.2.3 para hacer menos conservativo el análisis de sistemas conmutados bajo conmutación restringida. Aquí se proponen para  $\mathcal{H}_1$  las candidatas a FMLs de la Tabla 5.6:

Según la definición 4.11 las FMLs deben ser funciones definidas positivas continuamente diferenciables. Se observa que la familia de funciones  $\{V_q\}$  de la Tabla 5.6 cumple dicha condición con respecto a distintos estados de equilibrio del sistema conmutado, a saber:  $[U^* \ I^*]^T$  en el subgrafo  $\{q_{11}, q_{12}, q_{14}\}$ ,  $[U_{SO} \ -I_{ES}]^T$  en  $q_{13}$  y  $[U_{EO} \ 0]^T$  en  $q_{15}$ . Por tanto la demostración de estabilidad se aplica a un conjunto invariante que contenga dichos estados según la extensión del Teorema 4.4 de Branicky al caso de diferentes equilibrios. En el presente análisis los dominios y condiciones de guarda restringen la señal de

| $q$                          | $V_q(x)$  |
|------------------------------|---|
| $\{q_{11}, q_{12}, q_{14}\}$ | ver ecuación (5.16)   |
| $q_{13}$                     | $\frac{1}{2}C(x_1 - U_{SO})^2 + \frac{1}{2}L(x_2 + I_{EO})^2$ |
| $q_{15}$                     | $\frac{1}{2}C(x_1 - U_{EO})^2 + \frac{1}{2}Lx_2^2$            |

Tabla 5.6: FMLs de  $\mathcal{H}_1$ 

conmutación de modo que el único conjunto invariante posible es el punto de equilibrio  $x^{*1} = [U^* \ I^*]^T$  del autómata híbrido  $\mathcal{H}_1$ , como lo verifican las trayectorias  $x(t)$  de la Fig. 5.9.

Otro requisito de la definición 4.11 es la condición (4.13) de derivada negativa de las MFL's. La Tabla 5.7 muestra la expresión de  $\dot{V}_q$  para cada estado discreto  $q$ . Se puede comprobar en todos los casos que la condición (4.13) se satisface. En el caso particular de  $V_{q_{15}}$ , su derivada se anula en el conjunto  $\{x \in \text{Dom}(q_{15}) \mid x_2 = 0\}$ . Sin embargo ninguna de las trayectorias  $x(t)$  que parten de dicho conjunto se mantienen en él. En consecuencia no se trata de un conjunto invariante, como lo garantiza el Principio de Invariancia de LaSalle [131].

| $q$                          | $\dot{V}_q(x)$                                 | $\forall x \in \text{Dom}(q)$ |
|------------------------------|--|-------------------------------|
| $\{q_{11}, q_{12}, q_{14}\}$ | ver Tabla 5.5                                  | $\leq 0$                      |
| $q_{13}$                     | $-(x_2 + I_{ES})h(x_2) - (U_{SO} - x_1)g(x_1)$ | $< 0$                         |
| $q_{15}$                     | $-x_2(h(x_2) - U_{EO})$                        | $\leq 0$                      |

Tabla 5.7: Derivadas de las FMLs de  $\mathcal{H}_1$ 

La información de la Tabla 5.7 permite afirmar que las dinámicas continuas que se asocian a las FMLs propuestas son GAE, que es una hipótesis del Teorema 4.4. Por su parte, la condición (4.14) de secuencia decreciente del mismo teorema no requiere verificación. En efecto, dicha condición indica que el valor de  $V_q$  en cada instante de transición al estado  $q$  debe ser decreciente. Esto implica que en  $\mathcal{H}_1$  deben existir transiciones discretas que partan y regresen a alguno de sus estados. Sin embargo tal condición no la cumple el subgrafo  $\{q_{11}, q_{12}, q_{14}\}$  ni los estados  $q_{13}$  y  $q_{15}$ , lo cual se comprueba mediante inspección de las aristas de la Fig. 5.7. Obsérvese que de los nodos  $q_{13}$  y  $q_{15}$  parten aristas hacia el subgrafo, mientras que del subgrafo no parten aristas hacia los mismos.

Como consecuencia del Teorema 4.4 se concluye que el sistema conmutado analizado, cuya ley de conmutación está dada por  $\mathcal{H}_1$ , resulta GAE y por lo tanto el punto de equilibrio  $x^{*1}$  es global y asintóticamente estable.

### 5.3. Diseño del control híbrido

Esta sección se dedica a la síntesis de un controlador que comande la llave electrónica del convertidor DC-DC con el propósito de satisfacer el objetivo de control del SGRH. La naturaleza híbrida del controlador se va a caracterizar mediante la interacción de dos autómatas híbridos abiertos: uno que gobierna la evolución continua y autónoma analizada previamente, y otro que gobierna la evolución discreta y controlada mediante la cual se establece  $\mathcal{H}_0$  o  $\mathcal{H}_1$ . El objetivo de control va a consistir en llevar la operación del SGRH-PV a una región específica de  $\mathcal{X}$  donde se logre máximo aprovechamiento del recurso solar satisfaciendo simultáneamente las especificaciones del electrolizador. Para alcanzar y mantener la operación en dicha región se va a proponer una ley de conmutación dependiente de los estados tal que el sistema realimentado sea GAE.

#### 5.3.1. Modelo con autómatas híbridos del lazo cerrado

La función del controlador a diseñar es gobernar mediante la señal  $u$  la transición entre los autómatas híbridos  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  según la evolución continua observada en sus estados  $x$ . Esta realimentación del SGRH-PV se caracteriza por la interacción entre la variable discreta  $u$  y la variable continua  $x$ , la cual es propia de una dinámica híbrida como la representada en la Fig. 4.1. La misma se distingue aquí de aquellas analizadas en  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  por ser controlada y de mayor nivel de jerarquía. Para los fines de la implementación se va a proponer un modelo que desacople la interacción mencionada mediante la conexión realimentada de dos autómatas híbridos,  $\mathcal{H}$  y  $\mathcal{C}$ . El primero describe la dinámica continua autónoma asociada a  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$ , mientras que el segundo describe la lógica discreta que los selecciona [168]. Para posibilitar la composición de autómatas híbridos se va a aplicar el formalismo abierto mencionado en la sección 4.1.1, el cual adiciona variables externas a la definición 4.1.

El autómata híbrido abierto que gobierna la dinámica continua del SGRH-PV realimentado es la colección  $\mathcal{H} = (\mathcal{Q}, \mathcal{X}, \mathcal{U}, \mathcal{Y}, f, w, \mathcal{Ini}, \mathcal{Dom}, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{R})$  donde:

- $\mathcal{Q} = \{q_0, q_1\}$  ( $q$  : activación de  $\mathcal{H}_0/\mathcal{H}_1$ );
- $\mathcal{X} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  ( $x$  : ídem  $\mathcal{H}_0/\mathcal{H}_1$ );
- $\mathcal{U} = \{0, 1\}$  (posición de la llave electrónica);
- $\mathcal{Y} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  (tensión del capacitor:  $y_1$  y potencia del electrolizador:  $y_2$ );
- $f(q_0, x, u) = f_{\mathcal{H}_0}$ ,  $f(q_1, x, u) = f_{\mathcal{H}_1}$  (campos vectoriales de  $\mathcal{H}_0/\mathcal{H}_1$ );
- $w(q, x) = [x_1 \quad x_2 h(x_2)]^T$  (mapa de salida);
- $\mathcal{Ini}(q) \equiv \mathcal{X}$ ;
- $\mathcal{Dom}(q_0) = \mathcal{X} \times \{0\}$ ,  $\mathcal{Dom}(q_1) = \mathcal{X} \times \{1\}$ ;
- $\mathcal{E} = \{(q_0, q_1), (q_1, q_0)\}$ ;



- $\mathcal{G}(q_0, q_1) = \{x \in \mathcal{X} \wedge u = 1\}$ ,  $\mathcal{G}(q_1, q_0) = \{x \in \mathcal{X} \wedge u = 0\}$ ;
- $\mathcal{R}(e, x) = \{x\} \forall e \in \mathcal{E}$ ;

La variable continua  $y \in \mathcal{Y}$  y la variable discreta  $u \in \mathcal{U}$  de  $\mathcal{H}$  son, respectivamente, la entrada y salida del autómata híbrido abierto  $\mathcal{C}$  que gobierna las transiciones discretas del controlador. Dado que  $\mathcal{C}$  no describe la dinámica continua del sistema sino su lógica de conmutación, el modelo es una máquina de estados finitos pura. Tales estados son coincidentes con los de  $\mathcal{H}$  ( $q \in \mathcal{Q}$ ) y la transición entre ellos depende de las condiciones de guarda en términos de  $y$ .

Para una mejor interpretación de la conexión realimentada entre el SGRH-PV y el controlador discreto, la Fig. 5.10 representa con grafos orientados el lazo cerrado conformado por los autómatas híbridos abiertos  $\mathcal{H}$  y  $\mathcal{C}$ .

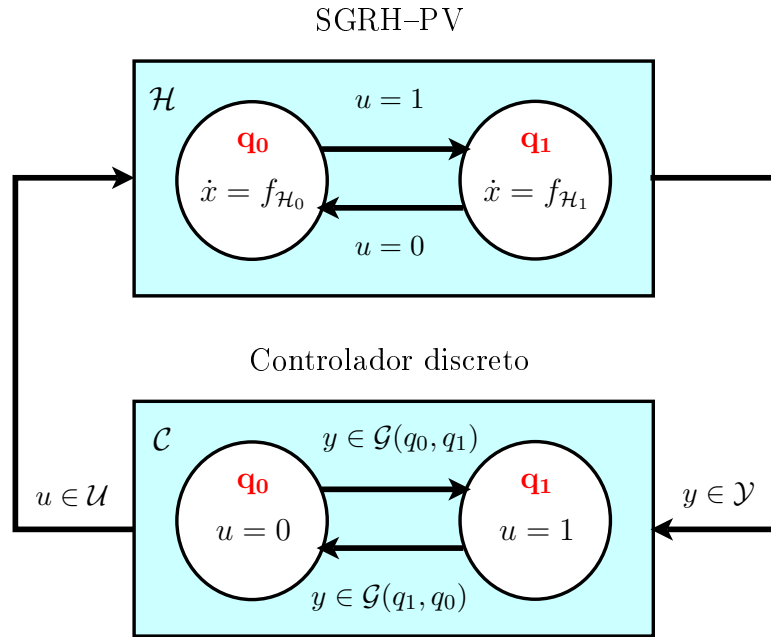


Figura 5.10: Modelo con autómatas híbridos abiertos del sistema realimentado

Nótese que  $\mathcal{G}(q_0, q_1)$  y  $\mathcal{G}(q_1, q_0)$  son los únicos elementos indefinidos del autómata híbrido  $\mathcal{C}$ . La síntesis del controlador discreto consiste precisamente en el diseño de tales condiciones de guarda. Esto es, se debe establecer una dependencia de estos elementos con la salida de  $\mathcal{H}$  que lleve al sistema a una región de operación donde se satisfaga un criterio de desempeño. Dicha región es la que se va a determinar a continuación.

### 5.3.2. Región de operación del objetivo de control

La optimización del SGRH de este capítulo implica ciertamente la maximización de la energía convertida por el panel solar. En efecto, esta especificación del objetivo de control no sólo incrementa la producción de hidrógeno sino que también reduce el número de conexiones/desconexiones de los generadores o

baterías auxiliares. Asimismo, el objetivo de control debe atender algunas restricciones del electrolizador vinculadas a los modos de operación vistos en la sección 3.2.4. Por ejemplo en el modo de operación variable la captura de energía debe limitarse ante condiciones de alta radiación para mantener la potencia del electrolizador por debajo de su valor nominal  $P_E^N$ .

Para maximizar la extracción de energía fotovoltaica se debe implementar alguna técnica de seguimiento del punto de máxima potencia (MPPT: *Maximum Power Point Tracking*). En la literatura se proponen numerosas estrategias MPPT que van desde las más simples y de bajo costo hasta las más complejas y de alto costo computacional. En general todas ellas evitan la medición de la radiación, lo que trae aparejada una relación de compromiso entre simplicidad y efectividad de implementación. Existe una variedad de MPPT's basada en modelo que complementa el conocimiento de las celdas con ajustes individuales y muchas veces con la medida de la temperatura, la cual es sencilla y económica [169]. La mayor ventaja de un MPPT basado en modelo es su rapidez de seguimiento [170]. Un algoritmo simple perteneciente a dicha variedad es el que se va a proponer a continuación. Tiene la ventaja de que requiere baja potencia computacional y exhibe una muy rápida respuesta. Su implementación se va a desarrollar dentro del formalismo híbrido, si bien la misma se puede efectuar utilizando otras herramientas de diseño de control.

El algoritmo propuesto se puede interpretar fácilmente con la ayuda de la Fig. 5.11. Ésta muestra una serie de características potencia-tensión ( $p_S$ - $u_S$ ) de un panel solar correspondientes a distintos valores de radiación y temperatura. La dependencia con los parámetros  $\lambda_S$  y  $T_S$  viene dada por (5.4) en la expresión de potencia entregada por el panel,  $p_S = u_S g(u_S)$ . Se observa que cada característica de la Fig. 5.11 exhibe un máximo en un valor determinado del intervalo de tensiones  $[0, U_{SO}]$ . Dicho valor, al que se llamará  $u_{S_o}$ , satisface la condición de pendiente nula ( $dp_S/du_S(u_{S_o}) = 0$ ). Su dependencia con  $\lambda_S$  y  $T_S$  se desprende de dicha condición:

$$u_{S_o} = \frac{akT_S N_{ss}}{e} \left[ W \left( \left( \frac{I_{pv}(\lambda_S, T_S)}{I_{rs}(T_S)} + 1 \right) \exp(1) \right) - 1 \right] \quad (5.17)$$

Las curvas de trazo discontinuo de la Fig. 5.11 representan el lugar geométrico de puntos de máxima potencia ( $u_{S_o}, p_S(u_{S_o})$ ) correspondiente a dos valores fijos de  $T_S$ . Se puede apreciar que en un amplio rango de radiaciones  $\lambda_S$  tales curvas pueden aproximarse con buena precisión, desde el punto de vista de potencia generada, a las rectas graficadas en trazo continuo. Si se considera la temperatura del panel como un parámetro variable, se genera una familia de rectas dada por la siguiente ecuación:

$$p_S = I_T(u_S - U_T) \quad (5.18)$$

donde la pendiente  $I_T$  y la abscisa  $U_T$  son funciones de  $T_S$ . Para el panel bajo estudio se va a proponer una familia de rectas cuyo error es nulo en los extremos del intervalo de radiaciones  $[400-800]$  W/m<sup>2</sup>. Las expresiones de  $I_T$  y  $U_T$  de esta familia particular se pueden deducir de las Figs. 5.12a) y 5.12b), respectivamente. Allí se muestra la variación de ambos parámetros con incrementos de 2,5 °C. Se puede apreciar que dicha variación es prácticamente lineal en un amplio rango de

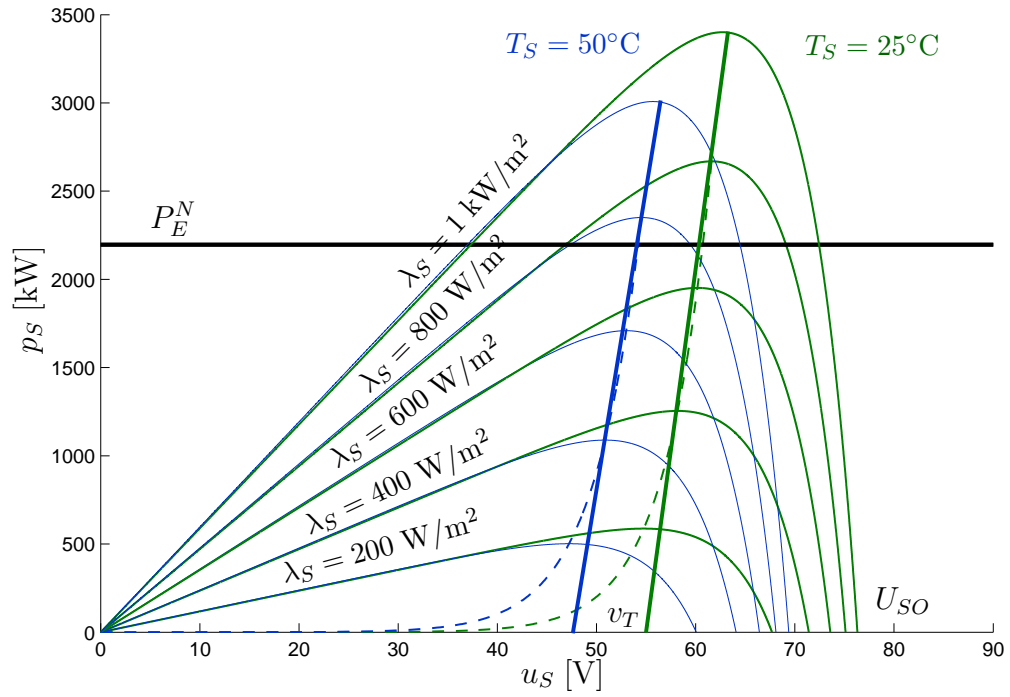


Figura 5.11: Características potencia–tensión típicas de un panel solar (con la radiación y temperatura como parámetros); lugar de máxima potencia exacto (rectas —) y aproximado (curvas ---);

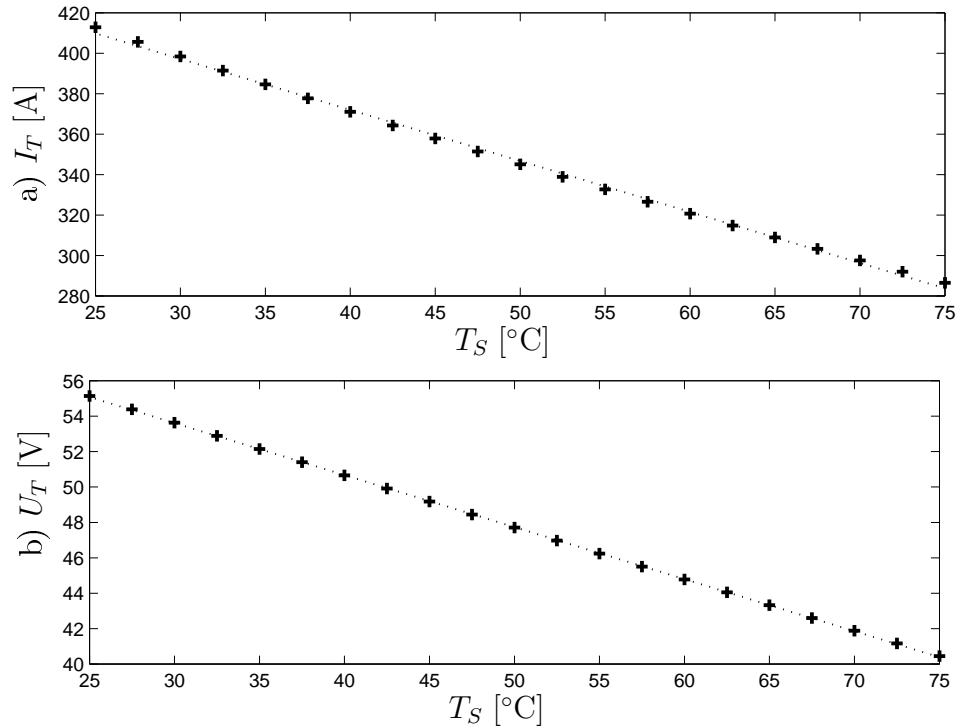


Figura 5.12: Pendiente (a) y abcisa (b) en función de  $T_S$  de la recta que aproxima el lugar de puntos de máxima potencia del panel solar

temperaturas. Es decir que valen las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} I_T &= I_{T_0} - k_I (T_S - T_0), \\ U_T &= U_{T_0} - k_V (T_S - T_0), \end{aligned} \quad (5.19)$$

donde  $T_0 = 25^\circ\text{C}$  y  $\{I_{T_0}, U_{T_0}, k_I, k_V\}$  son constantes basadas en el modelo (5.4) que se pueden ajustar al panel real mediante calibración *on-line*.

En conclusión, la máxima captura de potencia fotovoltaica puede obtenerse estableciendo la operación del panel solar en la región determinada por la ecuación (5.18). Efectivamente, para radiaciones dentro del intervalo  $[200-800]$  W/m<sup>2</sup> la operación sobre la recta implica un error de seguimiento de máxima potencia menor al 0,05 %. A medida que la radiación sobrepasa los límites del intervalo los errores comienzan a ser mayores. Sin embargo, la captura de máxima potencia pierde interés en dichas condiciones. Por ejemplo, cuando la radiación decrece por debajo de 200 W/m<sup>2</sup>, la potencia máxima del panel empieza a ser insuficiente para mantener la operación variable del electrolizador. En tal caso éste se pasa directamente al estado de espera mencionado en la sección 3.2.4, en el cual la fuente auxiliar suministra la corriente de mantenimiento mínima necesaria para no afectar la calidad del gas producido por el electrolizador. En este modo de operación el sistema deja de ser autónomo, por lo que no va a ser tenido en cuenta en el presente capítulo. Cuando la radiación crece por encima de 800 W/m<sup>2</sup>, la potencia máxima del panel comienza a sobrepasar la nominal del electrolizador. Por lo tanto la potencia capturada se debe acotar superiormente para mantener la operación del electrolizador en el modo de operación nominal, es decir:

$$p_S = P_E^N. \quad (5.20)$$

La región del plano potencia–tensión que caracteriza la operación del panel en dicho modo es la recta horizontal de trazo continuo de la Fig. 5.11. Considerando que en estado estacionario las potencias del convertidor se encuentran balanceadas, es decir  $p_S = p_E$ , las especificaciones (5.18) y (5.20) del objetivo de control se pueden referir al siguiente conjunto  $\mathcal{F}$  de puntos de operación expresado en términos de la salida  $y$ , y por tanto del estado continuo  $x$ , del autómata híbrido  $\mathcal{H}$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \{x \in \mathcal{X} \mid \sigma(x) = 0\}, \\ \sigma(x) &= \begin{cases} \sigma_1(x) = x_2 h(x_2) - P_E^N - I_T(x_1 - U_M) & \text{si } x_1 \leq U_M \\ \sigma_2(x) = x_2 h(x_2) - P_E^N & \text{si } x_1 > U_M \end{cases} \end{aligned} \quad (5.21)$$

donde  $U_M = U_T + P_E^N/I_T$  es la abscisa del punto de intersección de las rectas (5.18) y (5.20). Los parámetros  $I_T$  y  $U_T$  se obtienen como resultado de aplicar (5.19) a la salida del sensor de temperatura del panel. Vale la pena destacar que la pérdida de potencia ocasionada por operar a lo largo de las rectas de (5.21) en lugar de hacerlo en las curvas de máxima potencia es despreciable. Por lo tanto dicha pérdida queda compensada por el menor costo computacional del cálculo de  $\sigma(x)$ .

### 5.3.3. Síntesis del control mediante condiciones de guarda

El problema de síntesis del controlador discreto  $\mathcal{C}$  de la Fig. 5.10 consiste en determinar las condiciones de guarda  $\mathcal{G}(q_0, q_1)$  y  $\mathcal{G}(q_1, q_0)$  que garantizan para toda radiación  $\lambda_S$  que el equilibrio  $x^*$  del autómata híbrido  $\mathcal{H}$  pertenece al conjunto  $\mathcal{F}$  definido en (5.21) y es GAE. Para ello se demostrará la alcanzabilidad e invariancia de un subconjunto de  $\mathcal{F}$  que se llamará  $\mathcal{F}_{SM}$ . La alcanzabilidad se refiere a la propiedad del estado continuo de evolucionar hacia un conjunto dado y alcanzarlo en tiempo finito.

#### Alcanzabilidad de $\mathcal{F}$

Para forzar esta propiedad del conjunto  $\mathcal{F}$  se van a aplicar los resultados de estabilidad de lazo abierto obtenidos en la sección 5.2.2. Allí se probó la estabilidad de los estados de equilibrio de  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$ . Aquí se va a determinar la posición de los mismos respecto de  $\mathcal{F}$  en el plano tensión-corriente.

Sea  $x^* \in \mathcal{F}$  el estado de  $\mathcal{H}$  que satisface el objetivo de control para una dada terna  $(\lambda_S, T_S, T_E)$ . Ya sea que se cumpla la especificación (5.18) o la (5.20), la tensión  $x_1^*$  es tal que la potencia del panel solar no se anula con ningún valor previsto de la terna. Esta situación garantiza el cumplimiento de la condición de corriente  $g(x_1^*) > 0$ , la cual verifican los puntos de operación del panel donde  $x_1^* < U_{SO}$  en la curva de trazo discontinuo-punteado de la Fig. 5.8. En consecuencia  $x^{*0}$  y demás estados de equilibrio de  $\mathcal{H}_0$  representados en dicha figura se posicionan a derecha y abajo de  $x^*$ . Esta situación válida para todos los estados del conjunto  $\mathcal{F}$  se puede expresar en términos de la definición (5.21) como:

$$x^{*0} \in \{x \in \mathcal{X} \mid \sigma(x) < 0\}, \quad (5.22)$$

que equivale a decir que  $x^{*0}$  pertenece a la región delimitada a izquierda y arriba por la superficie de conmutación que representa a  $\mathcal{F}$  en el semiplano  $\mathcal{X}$ .

Con respecto al punto de equilibrio de  $\mathcal{H}_1$ , su posición relativa a  $\mathcal{F}$  se va a determinar analizando la característica corriente-tensión del electrolizador representada en trazo discontinuo en la Fig. 5.9. Allí se observa que el equilibrio  $x^{*1}$  pertenece a dicha curva en la intersección con la de trazo discontinuo-punteado del panel. Si se tiene en cuenta que la operación correcta del convertidor reductor implica la relación  $u_S > u_E$  de sus tensiones de entrada y salida en estado estacionario, entonces en el semiplano  $\mathcal{X}$  se debe satisfacer  $x_1 > h(x_2)$ . Esto significa que para que se pueda establecer  $x^*$  en estado estacionario, la superficie  $\mathcal{F}$  a la que pertenece debe ubicarse a la derecha de la curva  $x_1 = h(x_2)$ . Por lo tanto, para todo  $\lambda_S, T_S$  y  $T_E$ , el punto de equilibrio  $x^{*1}$  perteneciente a dicha curva satisface según (5.21):

$$x^{*1} \in \{x \in \mathcal{X} \mid \sigma(x) > 0\}. \quad (5.23)$$

En conclusión se pueden destacar dos propiedades de los puntos de equilibrio de  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  que van a servir para forzar la alcanzabilidad de  $\mathcal{F}$ :

- (1)  $x^{*0}$  y  $x^{*1}$  son GAE, según se demostró en la sección 5.2.2,
- (2)  $x^{*0}$  y  $x^{*1}$  se sitúan en lados opuestos de  $\mathcal{F}$ , según se indica en (5.22) y (5.23).

La propiedad (1) sirve para el diseño de condiciones de guarda globalmente alcanzables. En efecto, sea  $\mathcal{G}(q_0, q_1)$  una guarda asignada al estado discreto  $q_0$  tal que su interior  $\mathcal{G}^o(q_0, q_1)$  contiene al punto de equilibrio de  $\mathcal{H}_0$ . Por ser éste GAE,  $x$  evolucionará asintóticamente desde cualquier condición inicial  $x(0) \notin \mathcal{G}(q_0, q_1)$  hacia  $x^{*0}$ . Transcurrido un tiempo finito,  $x$  cruzará necesariamente la frontera  $\partial\mathcal{G}(q_0, q_1)$ , generándose la transición discreta  $(q_0, q_1)$ . Se puede seguir el mismo razonamiento para el diseño de  $\mathcal{G}(q_1, q_0)$ . Por lo tanto se puede afirmar que cualquier par de guardas que satisfagan

$$\begin{aligned} x^{*0} &\in \mathcal{G}^o(q_0, q_1), \\ x^{*1} &\in \mathcal{G}^o(q_1, q_0), \end{aligned} \quad (5.24)$$

son globalmente alcanzables. Dentro de la variedad de condiciones de guarda que satisfacen la condición de diseño 5.24, existe una clase especial inducida por la propiedad (2) tal que  $\mathcal{F} \subset \mathcal{G}(q_1, q_0) \cap \mathcal{G}(q_0, q_1)$ . En particular la selección de guardas:

$$\begin{aligned} \mathcal{G}(q_0, q_1) &= \{x \in \mathcal{X} \mid \sigma(x) \leq 0\} \\ \mathcal{G}(q_1, q_0) &= \{x \in \mathcal{X} \mid \sigma(x) \geq 0\} \end{aligned} \quad (5.25)$$

es tal que el conjunto  $\mathcal{F}$  coincide con la frontera de los conjuntos de guarda ( $\mathcal{F} = \partial\mathcal{G}(q_0, q_1) = \partial\mathcal{G}(q_1, q_0)$ ). Por tanto  $\mathcal{F}$  pasa a ser un conjunto globalmente alcanzable del sistema realimentado. La Fig. 5.13 representa de manera simplificada, con un autómata híbrido autónomo, el lazo cerrado obtenido mediante las guardas (5.25).

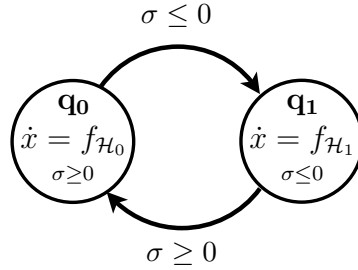


Figura 5.13: Autómata híbrido autónomo del sistema de lazo cerrado

### Invariancia de $\mathcal{F}_{SM} \subset \mathcal{F}$

El autómata híbrido de la Fig. 5.13 posee una estructura similar a la del termostato del ejemplo 4.3. Significa que se pueden equiparar los resultados del análisis de existencia y unicidad de las ejecuciones de ambos. En efecto, los conjuntos de estados alcanzables y de transición que permiten verificar los Lemmas 4.1 y 4.2 guardan estrecha semejanza. Se concluye entonces que al igual que el autómata híbrido del termostato, el modelo híbrido del sistema realimentado es no bloqueante y determinístico. Es decir que para todos los estados iniciales este último también acepta una única ejecución infinita, la cual alcanza el conjunto  $\mathcal{F}$  según se vio en la sección anterior. Respecto al comportamiento de la ejecuciones dentro de  $\mathcal{F}$ , se puede identificar un subconjunto  $\mathcal{F}_{SM}$  donde se producen infinitas

transiciones discretas sin evolución del tiempo continuo. Este fenómeno denominado *chattering* era exhibido por todas las ejecuciones infinitas del termostato del Ej. 4.3. Para sortear esta indefinición del modelo realimentado se va a aplicar la misma técnica presentada en la sección 4.1.4 como regularización de Filippov.

A causa de la alcanzabilidad de  $\mathcal{F}$ , existen subconjuntos no vacíos  $\mathcal{F}_0$  y  $\mathcal{F}_1$  tales que los campos vectoriales  $f(q_0, x)$  y  $f(q_1, x)$  se orientan localmente hacia  $\mathcal{F}_0$  y  $\mathcal{F}_1$ , respectivamente. Formalmente los mismos se definen como sigue:

$$\mathcal{F}_0 = \{x \in \mathcal{F} \mid \nabla \sigma \cdot f_{\mathcal{H}_0} < 0\} \quad (5.26)$$

$$\mathcal{F}_1 = \{x \in \mathcal{F} \mid \nabla \sigma \cdot f_{\mathcal{H}_1} > 0\} \quad (5.27)$$

Si se reemplaza en (5.26) la expresión de  $\sigma(x)$  dada en (5.21) y los campos vectoriales dados en la definición de  $\mathcal{H}_0$  que intervienen en el espacio de  $\mathcal{F}$ , la definición de  $\mathcal{F}_0$  implica las siguientes inecuaciones:

$$\begin{aligned} \nabla \sigma_2 \cdot f(q_{01}, x) &\equiv \nabla \sigma_2 \cdot f(q_{04}, x) = -\frac{h(x_2)}{L} \frac{\partial p_E}{\partial x_2} < 0 \\ \nabla \sigma_1 \cdot f(q_{01}, x) &= -\frac{I_T}{C} g(x_1) + \nabla \sigma_2 \cdot f(q_{01}, x) < 0 \end{aligned} \quad (5.28)$$

Dado que  $p_E(\cdot)$  es una función estrictamente creciente en  $x_2$  y que las imágenes de  $g(\cdot)$ ,  $h(\cdot)$  son positivas en los dominios de interés, las inecuaciones (5.28) se cumplen para todo  $x \in \mathcal{F}$ . Por lo tanto se verifica que  $\mathcal{F}_0 \equiv \mathcal{F}$ . El subconjunto  $\mathcal{F}_1$  puede determinarse análogamente mediante las inecuaciones implicadas en (5.27):

$$\begin{aligned} \nabla \sigma_2 \cdot f(q_{11}, x) &\equiv \nabla \sigma_2 \cdot f(q_{15}, x) = \frac{1}{L} \frac{\partial p_E}{\partial x_2} (x_1 - h(x_2)) > 0 \\ \nabla \sigma_1 \cdot f(q_{11}, x) &= \frac{I_T}{C} (x_2 - g(x_1)) + \nabla \sigma_2 \cdot f(q_{11}, x) > 0 \end{aligned} \quad (5.29)$$

Se observa que la primera inecuación es válida para todo  $x \in \mathcal{F}$ , pues por diseño la ubicación de  $\mathcal{F}$  en el semiplano  $\mathcal{X}$  fue fijada para satisfacer  $x_1 > h(x_2)$ . Respecto a la segunda inecuación, se puede demostrar que sólo es válida en los estados de  $\mathcal{F}$  tales que  $x_1 \geq U_{SM}$ . La dependencia de  $U_{SM}$  con  $(\lambda_S, T_S, T_E)$  no se puede obtener explícitamente debido a las no linealidades implicadas en la inecuación, por lo que dicho parámetro se debe calcular numéricamente para cada valor de la terna. Para los fines prácticos se va a considerar que  $\mathcal{F}_1 \supseteq \{x \in \mathcal{F} \mid x_2 > g(x_1)\}$ . Esta cota inferior de  $\mathcal{F}_1$  tiene la propiedad de contener el punto de equilibrio del sistema para todo  $\lambda_S, T_S$  y  $T_E$ . En efecto, la misma satisface la condición  $i_E > i_S$  impuesta por el convertidor reductor operando en estado estacionario.

El subconjunto donde se origina el *chattering* requiere que ambos campos,  $f(q_0, x)$  y  $f(q_1, x)$ , se orienten hacia sí. El mismo se puede determinar entonces como la intersección de  $\mathcal{F}_0$  y  $\mathcal{F}_1$ . Según los resultados previos se obtiene:

$$\mathcal{F}_{SM} = \mathcal{F}_0 \cap \mathcal{F}_1 \equiv \mathcal{F}_1 = \{x \in \mathcal{F} \mid x_1 \geq U_{SM}\}. \quad (5.30)$$

Las ejecuciones del autómata híbrido de la Fig. 5.13 que alcanzan  $\mathcal{F} \setminus \mathcal{F}_{SM}$  se pueden describir como soluciones en el sentido de Carathéodory. No ocurre lo

mismo con las que alcanzan  $\mathcal{F}_{SM}$ , las cuales carecen de sentido físico por ser ejecuciones de Zenón con  $\tau_\infty < \infty$  de acuerdo con la clasificación 4.5. La extensión de dichas ejecuciones más allá del tiempo  $\tau_\infty$ , definida previamente en el sentido de Filippov, no puede describirse con el autómata híbrido de la Fig. 5.13. Tal es así que la dinámica continua asociada, comúnmente llamada deslizante, difiere por completo de las dinámicas de  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$ . Por tanto se vuelve necesaria la regularización del autómata híbrido [171]. Como se indicó en la Fig. 4.14, la regularización de Filippov implica la introducción de un nuevo estado discreto  $q_{SM}$  que contiene la dinámica continua  $\dot{x} = f(q_{SM}, x)$  dada por la ecuación (4.5), que en este caso particular resulta:

$$f(q_{SM}, x) = f_{\mathcal{H}_{SM}} = \alpha f_{\mathcal{H}_0} + (1 - \alpha) f_{\mathcal{H}_1}, \quad (5.31)$$

donde  $\alpha \in [0, 1]$  es tal que  $\nabla\sigma \cdot f(q_{SM}, x) = 0$ . Tal condición de ortogonalidad implica la siguiente expresión del escalar:

$$\alpha = \frac{\nabla\sigma \cdot f_{\mathcal{H}_1}}{\nabla\sigma \cdot f_{\mathcal{H}_1} - \nabla\sigma \cdot f_{\mathcal{H}_0}} \quad (5.32)$$

La Fig. 5.14 representa el grafo orientado del autómata híbrido regularizado. Se observa que el nuevo nodo del grafo es alcanzable a partir de cualquier

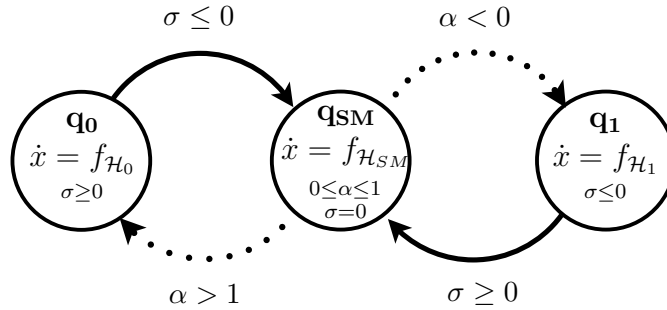


Figura 5.14: Autómata híbrido autónomo regularizado del lazo cerrado

condición inicial del autómata híbrido. Este hecho lo garantizan las condiciones de guarda de las aristas que se dirigen hacia  $q_{SM}$ , las cuales se cumplen siempre por ser  $\mathcal{F}$  globalmente alcanzable. La permanencia en dicho nodo implica que no se cumplan las condiciones de guarda de las aristas que parten de  $q_{SM}$ . Éstas tienen en cuenta los estados por los cuales la combinación de los campos de  $f_{\mathcal{H}_0}$  y  $f_{\mathcal{H}_1}$  (5.31) deja de ser convexa si se mantiene ortogonal a  $\nabla\sigma$ . Esta situación lleva a que  $\alpha$  se salga del rango  $[0, 1]$ . Las condiciones (5.28) y (5.30) permiten determinar que  $\alpha$  se sale del rango únicamente cuando la expresión (5.32) involucra a  $\nabla\sigma_1$ ,  $f(q_{01}, x)$  y  $f(q_{11}, x)$ . Reemplazando dichos campos se puede probar que (5.32) pertenece a  $[0, 1]$  siempre que  $x_1 \geq U_{SM}$ . En consecuencia  $\text{Dom}(q_{SM})$  coincide con  $\mathcal{F}_{SM}$ . Por lo tanto para demostrar la invariancia del subconjunto de  $\mathcal{F}$  resta probar la estabilidad de la dinámica continua asociada a  $q_{SM}$ .



**Estabilidad de  $x^* \in \mathcal{F}_{SM}$** 

Para el análisis de la dinámica deslizante  $\dot{x} = f_{SM}$  se deben considerar los múltiples campos vectoriales que resultan de la expresión de Filippov (5.31), los cuales se indican en la Tabla 5.8 según su ubicación en el conjunto  $\mathcal{F}_{SM}$ .

| $Dom(q)$   | $f_{\mathcal{H}_{SM}}$                           | $q$        |
|--|--|------------|
| $\{x \in \mathcal{F}_{SM} \mid (\sigma_1 = 0) \wedge (U_{SM} \leq x_1 \leq U_M)\}$ | $\alpha f(q_{01}, x) + (1 - \alpha)f(q_{11}, x)$ | $q_{SM_1}$ |
| $\{x \in \mathcal{F}_{SM} \mid (\sigma_2 = 0) \wedge (U_M \leq x_1 \leq U_{SO})\}$ | $\alpha f(q_{01}, x) + (1 - \alpha)f(q_{11}, x)$ | $q_{SM_2}$ |
| $\{x \in \mathcal{F}_{SM} \mid (\sigma_2 = 0) \wedge (x_1 \geq U_{SO})\}$          | $\alpha f(q_{04}, x) + (1 - \alpha)f(q_{15}, x)$ | $q_{SM_3}$ |

Tabla 5.8: Campo  $f_{\mathcal{H}_{SM}}$  según el dominio de  $q$ 

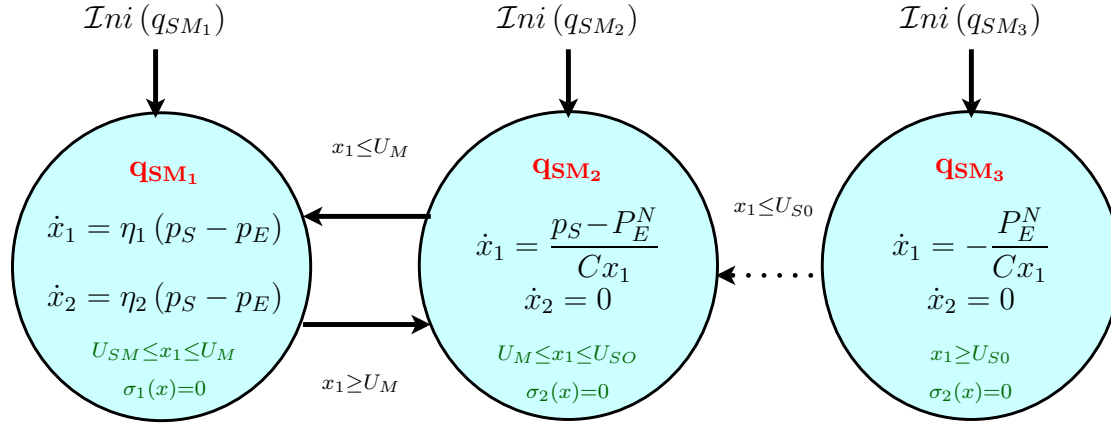
Siguiendo el mismo criterio de la sección 5.2.1 se puede asignar a cada uno de los campos vectoriales dados un estado discreto  $q$  al cual se transita de manera autónoma cuando el estado continuo  $x$  ingresa al dominio  $Dom(q)$  de validez. Es decir que se está frente a la presencia de una dinámica híbrida que se puede modelizar con el automata híbrido  $\mathcal{H}_{SM} = (\mathcal{Q}, \mathcal{X}, f, Ini, Dom, \mathcal{E}, \mathcal{G}, \mathcal{R})$  tal que:

- $\mathcal{Q} = \{q_{SM_1}, q_{SM_2}, q_{SM_3}\}$  ( $q$  : selección de campos indicados en la Tabla 5.8);
- $\mathcal{X} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  ( $x$  : ídem  $\mathcal{H}_0/\mathcal{H}_1$ );
- $f(q_{SM_1}, x) = \begin{bmatrix} \eta_1(x)(p_S - p_E) \\ \eta_2(x)(p_S - p_E) \end{bmatrix}$ ,  $f(q_{SM_2}, x) = \begin{bmatrix} (p_S - P_E^N)/Cx_1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  
 $f(q_{SM_3}, x) = \begin{bmatrix} -P_E^N/Cx_1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ;
- $Ini(q) \equiv Dom(q)$  (ver Tabla 5.8);
- $\mathcal{E} = \{(q_{SM_1}, q_{SM_2}), (q_{SM_2}, q_{SM_1}), (q_{SM_3}, q_{SM_2})\}$ ;
- $\mathcal{G}(q_{SM_1}, q_{SM_2}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \geq U_M\}$ ,  $\mathcal{G}(q_{SM_2}, q_{SM_1}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \leq U_M\}$ ,  
 $\mathcal{G}(q_{SM_3}, q_{SM_2}) = \{x \in \mathcal{X} \mid x_1 \leq U_{SO}\}$ ;
- $\mathcal{R}(e, x) = \{x\} \forall e \in \mathcal{E}$ ;

siendo  $\eta_1(\cdot)$  y  $\eta_2(\cdot)$  funciones estrictamente positivas  $\forall x \in Dom(q_{SM_1})$  tales que:

$$[-\eta_2(x) \quad \eta_1(x)] = \frac{\nabla \sigma_1 / LC}{\nabla \sigma_1 \cdot f(q_{11}, x) - \nabla \sigma_1 f(q_{01}, x)} \quad (5.33)$$

La representación gráfica del autómata híbrido  $\mathcal{H}_{SM}$  se muestra en la Fig. 5.15. Los nodos correspondientes a las tres regiones en que se divide el dominio  $\mathcal{F}_{SM}$  exhiben diferentes dinámicas continuas no lineales. Las dinámicas de los nodos  $q_{SM_1}$  y  $q_{SM_2}$  se anulan con el balance de potencias del electrolizador y el panel ( $p_S = p_E$ ). Éste se da en estado estacionario y se puede representar como la intersección de la característica  $p_S - u_S$  con la superficie  $\sigma = 0$  que fija el valor de  $p_E$ . En la Fig. 5.11 se observa que dicha intersección es el punto de equilibrio  $x^*$  que, según el valor que tomen  $\lambda_S$ ,  $T_S$  y  $T_E$ , pertenece a uno u otro dominio de las

Figura 5.15: Representación gráfica del autómata híbrido  $H_{SM}$ 

dinámicas mencionadas. Por su parte la dinámica del nodo  $q_{SM_3}$  es no nula para todo  $x \in \mathcal{F}_{SM}$ . Por lo tanto  $x^*$  es el único punto de equilibrio de  $\mathcal{H}_{SM}$ .

Para demostrar que  $x^*$  es asintóticamente estable se puede efectuar un análisis similar al desarrollado para las ejecuciones de  $\mathcal{H}_0$ . Como FCL se propone  $V(x) = (p_S - p_E)^2$ , función que en  $\mathcal{F}_{SM}$  es definida positiva, continuamente diferenciable y radialmente no acotada respecto de  $x^*$ . Según el dominio de  $q$  atravesado por  $x$ , la derivada de la FCL corresponde a cada una de la expresiones indicadas en la Tabla 5.9. La condición de derivada negativa se cumple estrictamente en cada

| $q$        | $\dot{V}(x)$   | $\forall x \in \text{Dom}(q)$ |
|------------|--|-------------------------------|
| $q_{SM_1}$ | $-2\eta_1(p_S - p_E)^2 \left( I_T - \frac{\partial p_S}{\partial x_1} \right)$ | $\leq 0$                      |
| $q_{SM_2}$ | $\frac{2}{Cx_1} (p_S - P_E^N)^2 \frac{\partial p_S}{\partial x_1}$             | $\leq 0$                      |
| $q_{SM_3}$ | $-\frac{2P_E^N}{Cx_1} (p_S - P_E^N) \frac{\partial p_S}{\partial x_1}$         | $< 0$                         |

Tabla 5.9: Derivadas de la FCL de  $\mathcal{H}_{SM}$ 

dominio particular. En efecto, por inspección de la Fig. 5.11 se puede verificar que  $I_T > |\partial p_S / \partial x_1|$  se cumple en  $\mathcal{F}_{SM}$ , mientras que  $\partial p_S / \partial x_1 < 0$  se cumple en  $\text{Dom}(q_{SM_2})$  y  $\text{Dom}(q_{SM_3})$  y  $p_S < 0$  sólo en  $\text{Dom}(q_{SM_3})$ . Por lo tanto para demostrar la estabilidad de  $x^*$  se considera  $\mathcal{H}_{SM}$  como un sistema conmutado con conmutación dependiente de los estados al que se aplica el Teorema 4.3 con la definición 4.9 relajada de la FCL.

El grafo de la Fig. 5.15 permite analizar las transiciones discretas implicadas en la estabilidad de  $\mathcal{H}_{SM}$ . La transición  $(q_{SM_3}, q_{SM_2})$  se fuerza en tiempo finito para todo  $x \in \text{Dom}(q_{SM_3})$ . En efecto, en dicho nodo se tiene  $\dot{V} < 0$  por lo que

$\|x - x^*\|$  decrece continuamente hasta cumplirse la condición de guarda  $x_1 \leq U_{SO}$ . Con respecto a las demás transiciones, éstas se van a producir según la ubicación de  $x^*$ . Dependiendo de los valores de  $\lambda_S$ ,  $T_S$  y  $T_E$  pueden surgir básicamente dos situaciones:

1.  $x^* \in \mathcal{Dom}(q_{SM_1})$ . En este caso  $\dot{V} < 0$  en  $x \in \mathcal{Dom}(q_{SM_2})$ . Por tanto, allí  $\|x - x^*\|$  decrece hasta que ocurre en tiempo finito la transición discreta  $(q_{SM_2}, q_{SM_1})$  generada por la condición  $x_1 \leq U_M$ .
2.  $x^* \in \mathcal{Dom}(q_{SM_2})$ . Ahora  $\dot{V} < 0$  se cumple en  $x \in \mathcal{Dom}(q_{SM_1})$  y el decrecimiento de  $\|x - x^*\|$  implica que  $x_1$  supere en tiempo finito el valor  $U_M$ , condición que genera la transición discreta  $(q_{SM_1}, q_{SM_2})$ . Nótese que este caso no se considera en el supuesto que  $U_{SM} > U_M$  debido a que  $\mathcal{Dom}(q_{SM_1}) = \emptyset$ .

En consecuencia, independientemente de la ubicación del punto de equilibrio en  $q_{SM_1}$  o  $q_{SM_2}$ , la dinámica deslizante  $\dot{x} = f_{SM}$  se estabiliza alrededor de  $x^* \in \mathcal{F}_{SM}$ . Por lo tanto queda demostrado que  $\mathcal{F}_{SM}$  es un conjunto invariante. Más aún, dado que dicho dominio deslizante es globalmente alcanzable,  $x^*$  es un punto de equilibrio global y asintóticamente estable del sistema de lazo cerrado de la Fig. 5.14.

Según lo establecido en la sección 5.3.2 la operación en  $x^*$  satisface en estado estacionario el objetivo de control de capturar la mayor potencia solar posible sin exceder la potencia nominal del electrolizador. Por lo tanto el controlador híbrido propuesto estabiliza globalmente la dinámica del sistema no lineal alrededor del punto de operación deseado.

## 5.4. Resultados de simulación

En esta sección se presentan algunos resultados de las simulaciones llevadas a cabo para evaluar el comportamiento del SGRH-PV autónomo operando en lazo cerrado y corroborar las propiedades de convergencia del controlador híbrido propuesto. Como se dijo, el propósito del controlador es seguir el punto de máxima potencia del panel sin sobrepasar las condiciones nominales del electrolizador. Como potencia nominal del panel solar se toma  $P_S^N = 3,4 \text{ kW}$ , la cual corresponde a  $\lambda_S = 1 \text{ kW/m}^2$  y  $T_S = 25^\circ\text{C}$ . Esta máxima captura se obtiene con  $u_S = 62,7 \text{ V}$ . Asimismo se considera como potencia y corriente nominal del electrolizador  $P_E^N = 2,25 \text{ kW}$  y  $I_E^N = 45 \text{ A}$ , respectivamente. Su temperatura se mantiene fija a  $T_E = 54^\circ\text{C}$ .

Las Figs. 5.16 y 5.17 permiten corroborar las propiedades de convergencia del controlador. Éstas muestran en el espacio de estados continuos un conjunto de ejecuciones aceptadas por el sistema de lazo cerrado ante dos condiciones extremas de radiación solar. En ambos casos se observa que partiendo de cualquier condición inicial perteneciente al semiplano  $\mathcal{X}$  las trayectorias continuas alcanzan el conjunto invariante  $\mathcal{F}_{SM}$  gracias a las conmutaciones comandadas por las condiciones de guarda. Una vez sobre  $\mathcal{F}_{SM}$ , el estado  $x$  evoluciona en régimen deslizante hacia el punto de equilibrio  $x^*$ . El mismo se ubica donde  $\mathcal{F}_{SM}$  corta el

lugar de puntos de operación que satisfacen la condición de balance de potencia del estado estacionario ( $p_S = p_E$ , curva en trazo discontinuo).

Las trayectorias de la Fig. 5.16 corresponden al valor de radiación solar  $\lambda_S = 400 \text{ W/m}^2$ . La potencia máxima que puede capturarse mediante el panel solar a este nivel de radiación es  $p_S = 1,25 \text{ kW}$ , el cual está por debajo de la potencia nominal del electrolizador. El controlador ajusta entonces la tensión en los terminales del panel solar para capturar tanta potencia como sea posible y así maximizar la producción del hidrógeno. El electrolizador aquí se mantiene en el modo de operación variable.

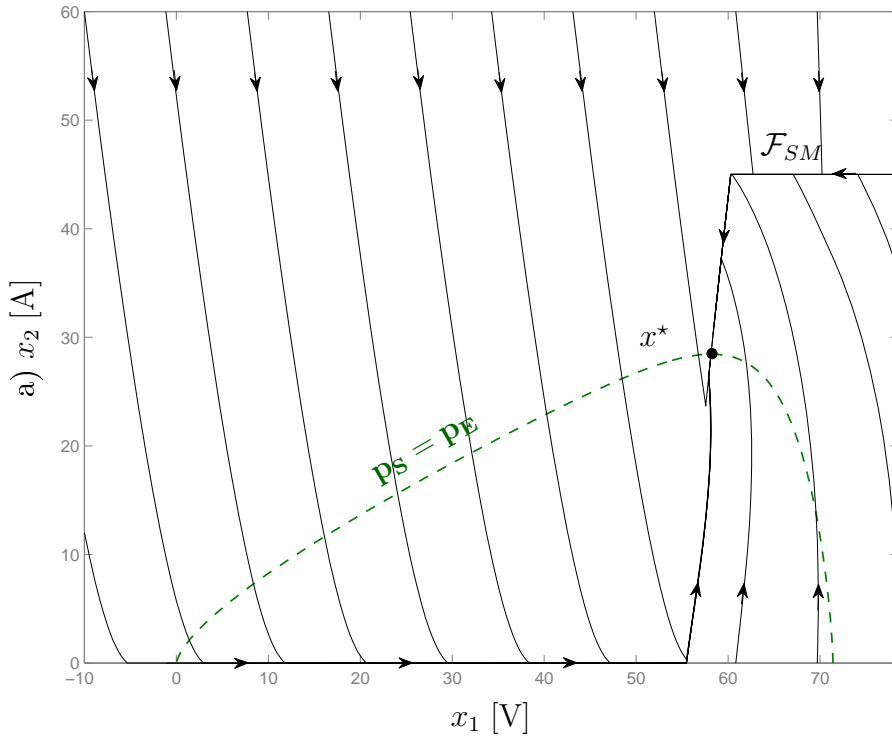


Figura 5.16: Trayectorias del sistema de lazo cerrado para  $T_S = 25^\circ\text{C}$ ,  $T_E = 54^\circ\text{C}$  y  $\lambda_S = 400 \text{ W/m}^2$

Por otra parte las trayectorias de la Fig. 5.17 fueron obtenidas para  $\lambda_S = 1000 \text{ W/m}^2$ , de manera que la máxima potencia disponible supera  $P_E^N$ . Ante tal nivel de radiación la estrategia de control limita la generación de potencia para garantizar el modo de operación nominal del electrolizador.

Los resultados de simulación del sistema controlado que se analizan a continuación responden al perfil de radiación presentado en la Fig. 5.18a. La respuesta temporal de la potencia entregada al electrolizador y la máxima extraíble mediante el panel solar se muestran en la Fig. 5.18b en trazos grueso y fino, respectivamente. Las mismas corroboran el cumplimiento del objetivo de control. En efecto, la operación variable del electrolizador sigue con buena aproximación la máxima potencia disponible en el panel mientras no excede  $P_E^N$ . Cuando éste es el caso, la potencia del electrolizador se limita a dicho valor de operación nominal. Por último la Fig. 5.19 muestra la trayectoria correspondiente en el plano de estados. Se observa que, superado el transitorio inicial, el estado del sistema

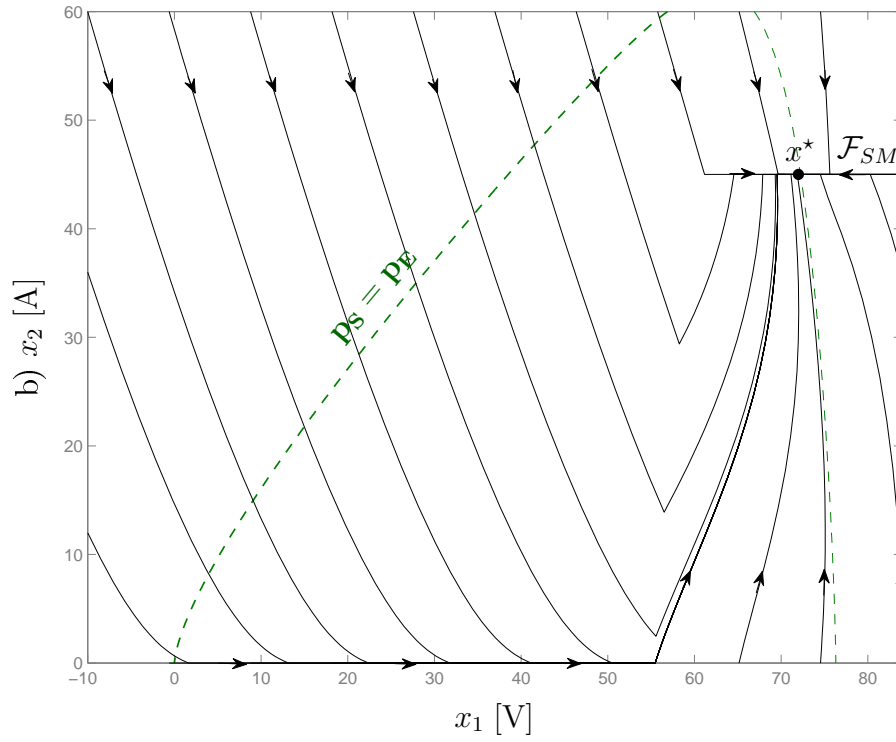


Figura 5.17: Trayectorias del sistema de lazo cerrado para  $T_S = 25^\circ\text{C}$ ,  $T_E = 54^\circ\text{C}$  y  $\lambda_S = 1 \text{ kW/m}^2$

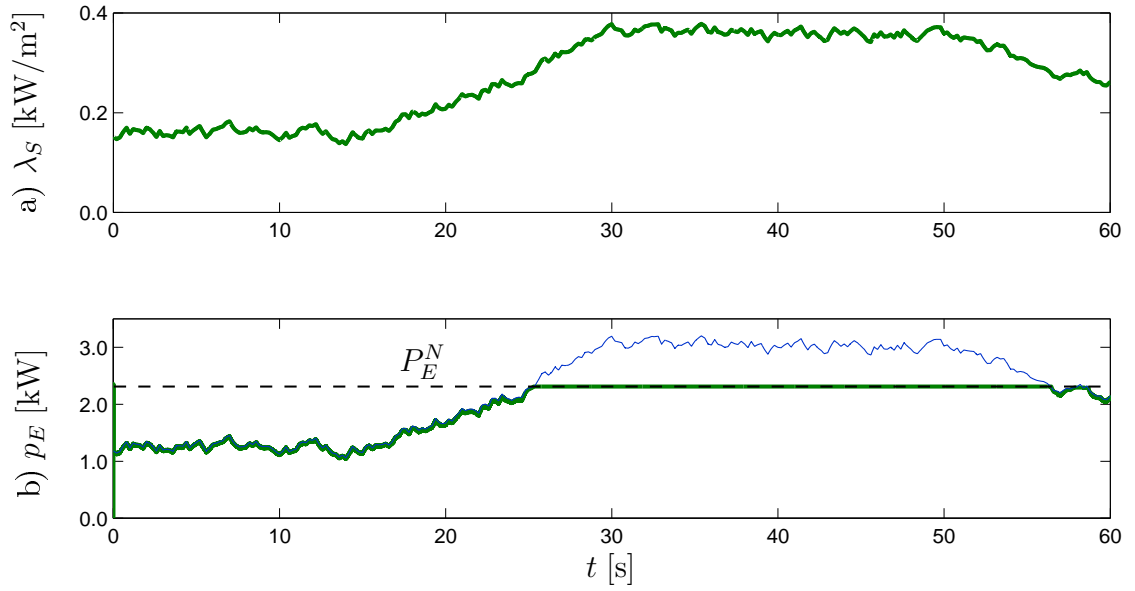


Figura 5.18: a) Perfil de radiación; b) Potencia del electrolizador (trazo grueso) y máxima potencia disponible en el panel solar (trazo fino)

evoluciona a lo largo de conjunto invariante  $\mathcal{F}_{SM}$  según la variación de radiación solar representada en la Fig. 5.18a.

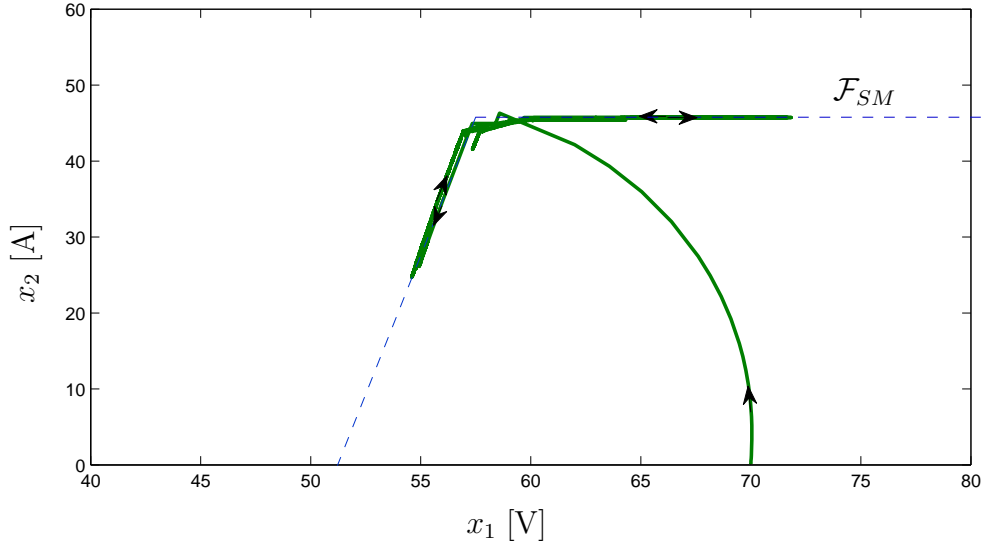


Figura 5.19: Trayectoria en el plano de estados ante posible perfil de radiación

## 5.5. Resumen del capítulo

En este capítulo se propuso el diseño, análisis y control de un SGRH basado en energía solar PV aplicando diversos conceptos de la teoría de sistemas híbridos. En el diseño se consideró la aplicación independiente de red, la cual hace mejor aprovechamiento del potencial y disponibilidad del recurso energético para la producción sustentable de hidrógeno a partir de la electrólisis del agua. Para favorecer la viabilidad económica se optó por eliminar la redundancia en la electrónica de la estructura de acoplamiento del SCEPV y el sistema de producción de  $H_2$  que integran el sistema. El único convertidor implementado permite ajustar la tensión del panel solar del SCEPV para maximizar su potencia a la vez de compatibilizarla con la tensión del bus DC al que se acopla directamente el electrolizador a cargo de la generación de  $H_2$ . Para incrementar la eficiencia del electrolizador y reducir el número de operaciones de conexión/desconexión a una fuente auxiliar, el arreglo de sus celdas constitutivas se dimensionó de manera que la potencia nominal de éste sea menor que la del panel.

En esta aplicación se apuntó al desarrollo de técnicas de modelizado que deriven en controladores de alto desempeño. En tal sentido se evidenció la interacción de variables de diferente naturaleza en la dinámica del SGRH-PV: unas continuas que describen mediante ecuaciones diferenciales la tensión del panel y la corriente del electrolizador, y otras discretas que indican el estado de conducción de la llave y diodos del convertidor electrónico. En particular los diodos dan lugar a transiciones discretas autónomas de una suerte de dinámica híbrida de lazo abierto. Esta última se modeliza con el autómata híbrido  $\mathcal{H}_0$  o  $\mathcal{H}_1$  según la apertura o cierre de la llave controlada. La existencia y unicidad de las ejecuciones aceptadas por  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  se probó a partir de sus conjuntos de estados alcanzables y de transición. La estabilidad global de  $\mathcal{H}_0$  se demostró asignando una FCL al sistema conmutado cuya ley de conmutación se restringe según las condiciones de guarda del autómata híbrido. Para demostrar la estabilidad global de  $\mathcal{H}_1$  se propusieron FMLs que se adaptan mejor a la no linealidad y múltiples equilibrios del sistema

conmutado asociado.

El control activo demandado por el SGRH-PV autónomo debe ajustar efectivamente su punto de operación mediante el comando de la llave del convertidor de manera de satisfacer el objetivo de control. Éste consiste en maximizar la conversión energética sin exceder la potencia nominal de los dispositivos. La región de puntos de operación óptima en el espacio de estados continuos se determinó proponiendo una técnica MPPT basada en modelo que evita la medición de radiación. Mediante el análisis de las características tensión-potencia del modelo del panel dicha estrategia aproxima la región óptima a un conjunto  $\mathcal{F}$  formado por rectas que se pueden calibrar *on-line* en el panel real. La síntesis del controlador discreto debe apuntar entonces a la selección de las ejecuciones de  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  que alcancen  $\mathcal{F}$ . El modelo del lazo cerrado obtenido con autómatas híbridos abiertos permite identificar como parámetro de diseño la dependencia con los estados de las condiciones de guarda de la lógica discreta del controlador. En base al análisis de estabilidad de  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  se pudo demostrar que las guardas cuyo interior contienen el punto de equilibrio del lazo abierto y cuya frontera coincide con  $\mathcal{F}$  fuerzan la alcanzabilidad global del mismo conjunto. Para extender las ejecuciones que al ingresar a  $\mathcal{F}$  provocan el fenómeno de Zenón denominado *chattering* se aplicó al modelo del sistema realimentado la regularización de Filippov. La dinámica deslizante no lineal que resulta de la combinación convexa de los múltiples campos de  $\mathcal{H}_0$  y  $\mathcal{H}_1$  se modelizó con el autómata híbrido  $\mathcal{H}_{SM}$ . La estabilidad global y asintótica del único punto de equilibrio de  $\mathcal{H}_{SM}$ , el cual pertenece siempre a un conjunto  $\mathcal{F}_{SM} \subset \mathcal{F}$ , se demostró a partir de una FCL relativa al balance de potencia. En consecuencia el conjunto  $\mathcal{F}_{SM}$  resulta invariante y el controlador sintetizado estabiliza la dinámica continua global y asintóticamente alrededor del punto óptimo del SGRH.

Para verificar las propiedades de convergencia del controlador híbrido propuesto se llevaron a cabo simulaciones de un modelo que considera un panel solar de 3,4kW y un electrolizador alcalino de 2,25kW de potencia nominal. Las respuestas temporales obtenidas para valores significativos de radiación así como para un perfil de variación realista de la misma corroboraron en todos los casos los resultados teóricos discutidos. Los resultados expuestos fueron publicados en un capítulo de libro [45] y en una revista internacional de la especialidad [36]. Algunos aspectos individuales del problema particular tales como el estudio de la estabilidad de la dinámica híbrida del lazo abierto y cerrado, determinación de la región de operación óptima, etc., fueron expuestos con más detalle en otras publicaciones [40, 39, 33, 43].





## Capítulo 6

# Control híbrido de un SGRH eólico autónomo

Prosiguiendo el estudio de generación renovable de hidrógeno en aplicaciones independientes de red, las cuales fueron introducidas en el Cap. 3.1.1, aquí se incorpora el aprovechamiento del recurso eólico. Entre las opciones actuales para la producción limpia de hidrógeno, la electrólisis del agua producida a partir de la potencia capturada al viento es una de las mejores posicionadas en términos de viabilidad técnica y económica. Atendiendo los costos indicados en el Cap. 2.4 se puede afirmar que la misma posee un gran potencial para ser la primera tecnología destinada a producir importantes cantidades de hidrógeno renovable en el futuro [31, 29].

Según se expuso en la subsección 2.3.2, los inconvenientes que presenta el aprovechamiento del recurso eólico están vinculados a la naturaleza variable y estacional del viento. Dichos inconvenientes se contraponen a los requerimientos de los sistemas de producción de hidrógeno enumerados en la subsección 3.2.4. En consecuencia resulta necesario el desarrollo de estrategias de control que tomen en cuenta tanto la captura de potencia eólica como las demandas de los sistemas de generación de  $H_2$ . Algunas estrategias propuestas en la literatura resuelven este problema siguiendo puntos de referencia lo más cercanos posible a la generación óptima [172]. Comúnmente los puntos de referencia se determinan durante la operación *online* mediante una planificación que permite maximizar la captura de la potencia eólica mientras se mantienen las restricciones en la potencia del electrolizador [36].

Existen múltiples algoritmos de control capaces de seguir con precisión la operación deseada. El algoritmo propuesto en el Cap. 5 para la conversión solar PV resulta particularmente atractivo por su simple implementación y alta robustez. Sin embargo su aplicación directa a la conversión eólica puede inducir comportamientos complejos de la dinámica escondida del lazo cerrado conocida como dinámica cero [173]. Por tanto en este capítulo se van a estudiar las propiedades de estabilidad de dicha dinámica con herramientas propias de la teoría de sistemas híbridos. Con este fin se presenta el SGRH eólico autónomo de la Fig. 6.1 inspirado en el sistema demostrativo instalado en Casaccia [92]. Siguiendo la misma filosofía del Cap. 5, la interconexión del generador eólico que constituye el

Sistema de Conversión de Energía Eólica (SCEE) y el electrolizador que implementa el Sistema de Producción de  $H_2$  se realiza a través de un único convertidor electrónico según la estructura de acoplamiento DC simplificada de la subsección 3.3.2.

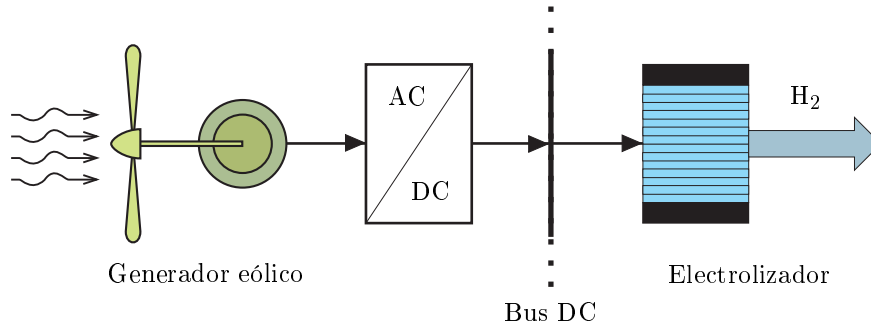


Figura 6.1: SGRH autónomo basado en energía eólica

Los objetivos del presente capítulo son:

- Efectuar una descripción detallada de cada parte del SCEE de manera de obtener un modelo dinámico de bajo orden. A los efectos de poder explicar ciertos fenómenos, dicho modelo debe capturar la no linealidad inherente a la conversión aerodinámica.
- Establecer los puntos de referencia que debe seguir la estrategia de control del SCEE para compatibilizar los dos objetivos principales de operación del SGRH: la maximización de la potencia capturada por el generador eólico y el cumplimiento de las especificaciones del electrolizador.
- Hallar la dinámica cero que resulta de operar el sistema no lineal bajo la estrategia de control establecida previamente, determinar sus puntos de equilibrio y evaluar la existencia de bifurcaciones bajo ciertas condiciones de viento.
- Obtener un modelo con autómatas híbridos que simplifique el análisis de estabilidad de los múltiples equilibrios de la dinámica cero, de manera que se pueda aplicar la generalización de la teoría de Lyapunov para sistemas híbridos, y evaluar el efecto ocasionado por las bifurcaciones en el desempeño del SGRH eólico autónomo.

## 6.1. Sistema de conversión de energía eólica

En esta sección se describe el Sistema de Conversión de Energía Eólica que provee la potencia requerida por el Sistema de Producción de Hidrógeno. Se va a considerar un SCEE de velocidad y paso variables, el cual se compone de cuatro subsistemas principales, a saber: un rotor eólico, un actuador de ángulo de paso, un generador sincrónico y un convertidor electrónico AC-DC. Este último

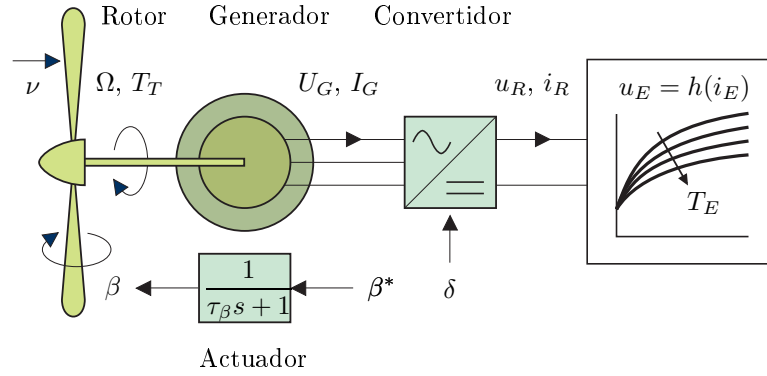


Figura 6.2: Diagrama en bloques del SCEE que alimenta al electrolizador

habilita el acoplamiento del SCEE al Sistema de Producción de  $H_2$ . Los cuatro subsistemas se representan con un diagrama en bloques del SCEE en la Fig. 6.2.

Nótese que, al igual que en el SGRH del Cap. 5, no existen convertidores dedicados que conecten los principales dispositivos a un bus DC sino un único convertidor que acopla el generador al electrolizador. Como se mencionó anteriormente, la tendencia de evitar redundancia en los componentes reduce los costos de instalación y pérdidas de energía. Desde el punto de vista del diseño del controlador el acoplamiento de los dispositivos representa un mayor desafío [107].

A continuación se consideran los modelos individuales de cada subsistema cuya interconexión permitirá describir la dinámica fundamental del SCEE.

### 6.1.1. Modelo del rotor eólico

El rotor es el dispositivo presente en la mayoría de las turbinas eólicas cuyo diseño permite convertir parte de la energía cinética del viento en energía mecánica útil. Por efecto de sustentación y/o de arrastre originados por el viento el rotor gira sobre un eje vertical u horizontal, según el tipo de turbina que se trate. En esta tesis se considera un rotor de eje horizontal de tres palas, que es el caso más común de turbinas comerciales conectadas a redes eléctricas en la actualidad. En esta clase de turbinas el rotor se ubica mediante una torre a alturas donde el viento tiene más energía y es menos turbulento. En el extremo de la torre la turbina cuenta con un mecanismo pasivo o activo, según la potencia nominal del dispositivo, que orienta el rotor en la dirección predominante del viento [174].

Independientemente del diseño de la turbina eólica, la potencia que teóricamente puede extraerse del viento tiene un valor máximo según se establece en la teoría de Betz o del disco actuador [175]. Esta aproximación determina el cambio de velocidad que experimenta una corriente de aire incompresible al pasar a través de un disco sin masa aplicando principios de conservación de materia y energía. Como resultado se desprende que la energía máxima que puede extraer el rotor idealizado es  $16/27$  de la energía cinética del viento. Dicho valor es conocido como límite de Betz e indica que no existe turbina que pueda capturar más que el 59,3 % de la energía eólica disponible. Es decir que si se caracteriza la eficiencia

de la turbina con el coeficiente de potencia:

$$c_P \triangleq \text{Potencia extraída} / \text{Potencia disponible en el viento}, \quad (6.1)$$

éste nunca puede superar el valor de 0,593. En general el coeficiente de potencia es un dato característico de cada turbina y lo suministra el fabricante basado en mediciones realizadas en túneles de viento. En la práctica su máximo suele estar dentro del 75-80 % del límite de Betz.

Comúnmente el coeficiente de potencia se encuentra expresado en función del ángulo de paso de pala o *pitch*  $\beta$  y la relación de punta de pala

$$\lambda = \frac{R\Omega}{\nu}, \quad (6.2)$$

donde  $R$  es la longitud de las palas,  $\Omega$ , la velocidad de rotación y  $\nu$ , la velocidad del viento que incide en el rotor a la altura de su eje. Una aproximación convencional de  $c_P$  se puede extraer de Heier [176]:

$$c_P(\lambda, \beta) = C_1 \left( \frac{C_2}{\lambda_i} - C_3\beta - C_4 \right) \exp \left( -\frac{C_5}{\lambda_i} \right) + C_6\lambda, \quad (6.3)$$

con

$$\lambda_i = \left( \frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{\beta^3 + 1} \right)^{-1}, \quad (6.4)$$

y  $\{C_k\}_{k=1\dots 6}$ , parámetros constantes. Tomando el ángulo de paso  $\beta$  como parámetro en la Fig. 6.3 se genera una familia de curvas típicas de  $c_P$  dependientes de  $\lambda$ . Se observa que el coeficiente representado exhibe un máximo ( $c_{P_o}$ ) en  $\lambda = \lambda_o$  y  $\beta = 0^\circ$ .

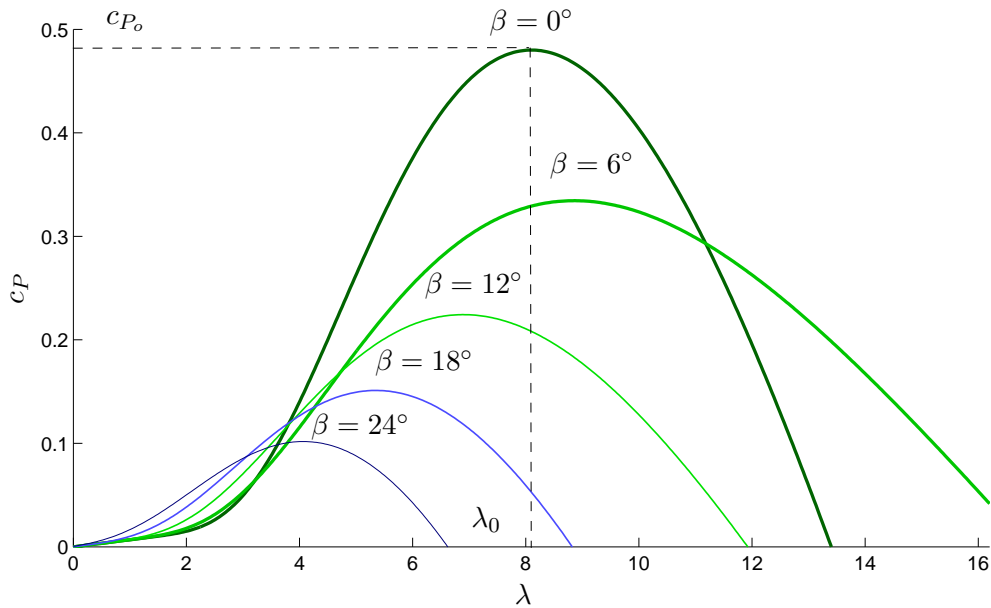


Figura 6.3: Curvas típicas de  $c_P$  con  $\beta$  como parámetro

La potencia del viento disponible en una sección circular de radio  $R$  se obtiene directamente multiplicando dicha área perpendicular a la corriente de aire por la densidad de potencia eólica (2.12):

$$p_{\nu,R} = \frac{1}{2} \rho \pi R^2 \nu^3. \quad (6.5)$$

Por tanto aplicando la definición (6.1) la potencia extraída por la turbina puede expresarse como:

$$p_T = p_{\nu,R} C_P(\lambda, \beta). \quad (6.6)$$

Esta potencia se traduce en un momento angular o par  $T_T = p_T / \Omega$  en el eje del rotor que se opone al ofrecido por el generador,  $T_G$ . Teniendo en cuenta la diferencia de ambos pares según establece la ley de Newton, la dinámica de la turbina queda descrita por la siguiente ecuación diferencial de primer orden:

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} (T_T - T_G), \quad (6.7)$$

siendo  $J$  la inercia del conjunto de partes rotantes del SCEE.

### 6.1.2. Modelo del actuador de ángulo de paso

El control por ángulo de paso es un método muy utilizado especialmente en SCEE de medianas y altas potencias. Por el mismo se pueden implementar estrategias de limitación de potencia o velocidad accionando los dispositivos hidráulicos o electromecánicos capaces de girar, generalmente en simultáneo, todas las palas de la turbina. Estos actuadores son sistemas no lineales que operan en configuración de servomecanismo de posición. En lazo cerrado se puede modelizar como un sistema de primer orden con saturación tanto en la magnitud como en la derivada del ángulo de paso [177]. En la Fig. 6.4 se muestra un esquema en bloques de dicho modelo:

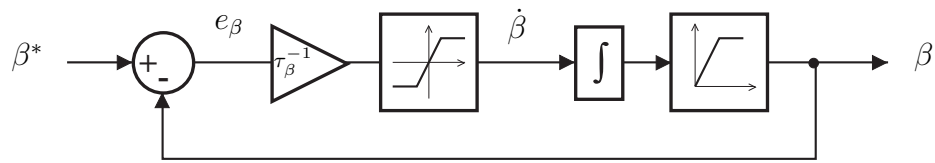


Figura 6.4: Diagrama en bloques de un actuador de ángulo de paso

La operación del actuador en la región lineal se puede describir con la siguiente ecuación de estado:

$$\dot{\beta} = \frac{e_\beta}{\tau_\beta} = \frac{1}{\tau_\beta} (\beta^* - \beta). \quad (6.8)$$

donde  $\tau_\beta$  es la constante de tiempo de la dinámica de primer orden,  $\beta^*$  es el valor del ángulo requerido por la estrategia de control y  $\beta$  es el ángulo con que efectivamente se posicionan las palas. En la Fig. 6.2 se representa tal relación entre  $\beta$  y  $\beta^*$  en el dominio de Laplace.

Esta aproximación típicamente es válida para valores de ángulo de paso en el intervalo  $(-2^\circ, 30^\circ)$  y derivadas dentro del intervalo  $(-10^\circ/\text{s}, 10^\circ/\text{s})$  [177]. Sin

embargo la regulación de potencia puede llegar a demandar variaciones de  $\beta$  superiores. En tal caso los límites impuestos por el actuador sobre la magnitud y la derivada pueden ejercer un efecto notorio sobre la regulación de potencia. Para evitar daños por fatiga y el deterioro del actuador de ángulo de paso, dichos límites no deberían alcanzarse durante la operación normal de la turbina.

### 6.1.3. Modelo del generador sincrónico

El SCEE bajo estudio efectúa la conversión de la energía mecánica en energía eléctrica mediante un generador sincrónico de imanes permanentes (GSIP). En turbinas eólicas de velocidad variable la implementación de máquinas sincrónicas compite seriamente con las asincrónicas. La razón se puede adjudicar a dos propiedades particulares que confieren a las primeras la ventaja de ser más compactas, de menor peso y mayor eficiencia. Una es que el flujo rotórico es provisto por imanes permanentes en lugar de arrollamientos propios de las máquinas de rotor bobinado. La otra es que el eje del generador puede acoplarse directamente al rotor eólico sin necesidad de una caja multiplicadora. La velocidad de sincronismo la establece la frecuencia de la tensión aplicada en bornes del estator, el cual presenta los bobinados convencionales de las máquinas trifásicas. Dado que siempre giran a la velocidad de sincronismo, en este tipo de máquinas no existe inducción en el rotor y por lo tanto la fuerza magnetomotriz rotórica es provista exclusivamente por el imán permanente. [178].

A continuación se presenta el circuito equivalente por fase admitido por el GSIP. Visto desde los terminales del estator el modelo más simple se puede extraer del circuito de la Fig. 6.5. El mismo consta de una fuente de tensión sinusoidal trifásica  $E_f$  en serie con una impedancia sincrónica. Esta última se puede obtener de las características de circuito abierto y cortocircuito de la máquina. Comúnmente la resistencia del estator  $R_f$  resulta despreciable, por lo que de la impedancia sincrónica únicamente se toma en cuenta la inductancia  $L_f$  [179].

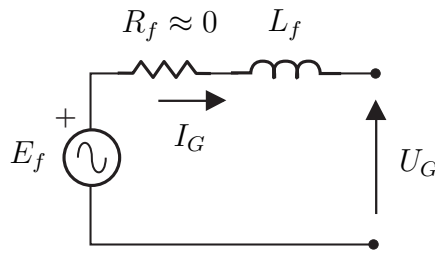


Figura 6.5: Circuito equivalente por fase del GSIP

Por tratarse de un generador sincrónico multipolar de rotor liso directamente acoplado a la turbina, la frecuencia eléctrica del circuito equivalente en régimen permanente es  $\omega_e = p\Omega$ , siendo  $p$  el número de pares de polos magnéticos. Asimismo la velocidad del rotor está relacionada con el valor pico de la fuente de tensión del circuito como sigue:

$$\hat{E}_f = \Phi\omega_e = \Phi p\Omega, \quad (6.9)$$

donde  $\Phi$  es el flujo concatenado por el estator.

Por último la potencia eléctrica entregada por las tres fases del generador sincrónico en conexión estrella es:

$$p_G = 3U_G I_G \cos\phi_f, \quad (6.10)$$

donde  $\phi_f$  es el ángulo entre la tensión por fase  $U_G$  y la corriente por fase  $I_G$ . Si se desprecian las pérdidas mecánicas, dicha potencia se puede relacionar con el par  $T_G$  en el eje mediante la siguiente expresión:

$$p_G = T_G \Omega. \quad (6.11)$$

#### 6.1.4. Modelo del convertidor AC–DC

La interfaz entre el SCEE y el Sistema de Producción de  $H_2$  se implementa con un convertidor trifásico AC–DC. Este dispositivo electrónico permite convertir la tensión alterna trifásica  $U_G$  en una tensión continua apropiada para la alimentación del electrolizador.

A diferencia del Cap. 5, el interés aquí recae en el régimen permanente del convertidor cuya dinámica es mucho más rápida que la de la turbina. Por ello, se va a considerar un modelo promediado de tiempo continuo del mismo. Mediante esta aproximación la acción de control pasa a ser el ciclo de trabajo  $\delta$  de los dispositivos de conmutación electrónica, el cual aparece en la ecuación de estados como una ganancia en el rango de  $[0,1]$  (ver Ref. [168]). Dicha ganancia relaciona linealmente las tensiones (y corrientes) de entrada  $U_G$  ( $I_G$ ) y salida  $u_R$  ( $i_R$ ) del convertidor con base en la igualdad de potencias entrante y saliente,  $p_G = u_R i_R$  [107]:

$$\begin{aligned} \delta U_G &= u_R \\ \delta i_R &= 3I_G \cos\phi, \end{aligned} \quad (6.12)$$

En este estudio se considera  $\cos\phi_f = 1$ , es decir que  $I_G$  y  $U_G$  del generador están siempre en fase. Esta condición es común a muchos convertidores AC–DC, como por ejemplo aquellos que presentan un rectificador no controlado a la entrada [180].

## 6.2. Estrategia de control del SCEE

Las estrategias de control implementadas en los SCEE modernos apuntan no sólo a garantizar su operación segura sino también a incrementar la eficiencia de conversión. Ambos objetivos implican la minimización del costo de la energía generada y están estrechamente vinculados al dimensionamiento de la turbina eólica. Este último a su vez responde a un compromiso entre energía disponible y costos de manufactura.

La energía eólica disponible en el lugar de emplazamiento se caracteriza por la densidad de potencia eólica promedio (2.12), la cual está asociada a la clasificación de vientos de la Tabla 2.2. En la Fig. 6.6a se presenta una función de densidad de potencia típica que se corresponde con la distribución de Weibull (2.11). Para dicha distribución se pueden fijar velocidades de operación de viento en un rango

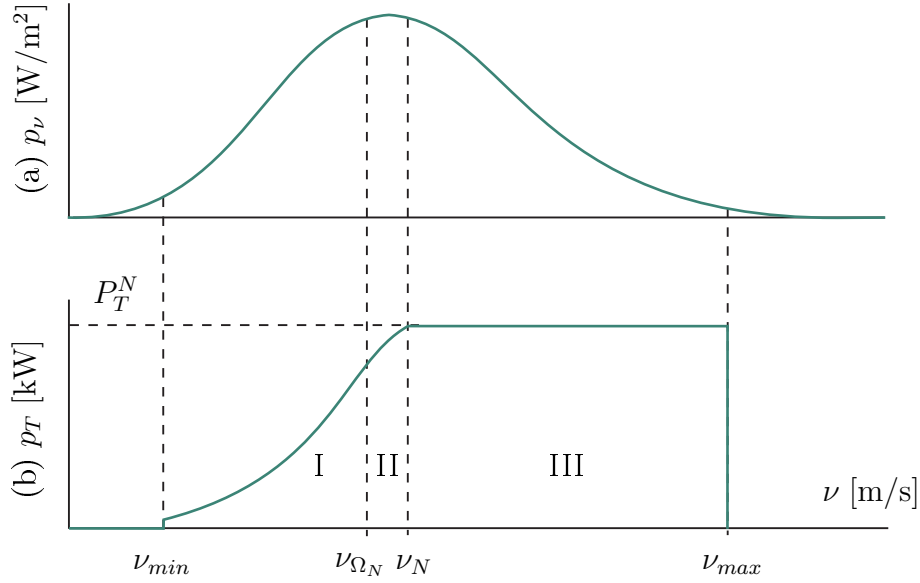


Figura 6.6: (a) Densidad de potencia típica y (b) curva de potencia ideal, en función de la velocidad de viento

delimitado por  $\nu_{min}$  y  $\nu_{max}$ . El dimensionamiento de la turbina para operar más allá de dichos límites podría ser completamente antieconómico. En efecto, por debajo de  $\nu_{min}$  la energía eólica disponible es demasiado baja para compensar los costos de operación y pérdidas. Asimismo, por encima de  $\nu_{max}$  la extracción de energía es considerablemente alta pero de muy baja frecuencia de aparición y requiere una construcción suficientemente robusta de la turbina para que soporte los esfuerzos mecánicos implicados. Por lo tanto es práctica común que la turbina se dimensione para extraer potencia dentro del rango  $[\nu_{min} \ \nu_{max}]$  y se mantenga detenida fuera del mismo.

La capacidad de una turbina eólica de extraer potencia del viento considerando sus restricciones físicas y económicas se suele representar con una curva dentro del rango  $[\nu_{min} \ \nu_{max}]$ . Ésta se conoce como curva de potencia ideal y en turbinas típicas exhibe la forma mostrada en la Fig. 6.6b. En ella se pueden distinguir regiones particulares según los objetivos de control perseguidos [181]:

- La **región I** corresponde a bajas velocidades de viento tales que la potencia disponible es menor que la nominal de la turbina  $P_T^N$ . El objetivo de control aquí es extraer la máxima potencia posible, la cual se obtiene optimizando el coeficiente de potencia (6.3). Reemplazando el valor máximo  $c_{P_o}$  en la expresión de potencia de la turbina (6.6) surge la ley cúbica observada en la curva de potencia ideal.
- La **región III** se ubica en el extremo de altas velocidades de viento. Allí la potencia disponible excede la nominal de la turbina. Por lo tanto es necesario regular la potencia generada en  $P_T^N$  para evitar sobrecarga. Es decir que en esta región la turbina es operada con eficiencia menor que  $c_{P_o}$ .
- La **región II** consiste en la transición entre la curva de potencia máxima de la región I y la de potencia constante de la región III. En esta región



el objetivo es limitar la velocidad del rotor  $\Omega$  para que la emisión de ruido acústico no alcance niveles inadmisibles y las fuerzas centrífugas no superen los valores tolerados por el rotor. Si el límite de velocidad  $\Omega_N$  no se supera bajo ningún aspecto, la región II carece de sentido. En tal caso la curva de potencia máxima se prolonga hasta coincidir con la de potencia nominal.

Los puntos de operación que se desean seguir con la estrategia de control se pueden establecer en función de la curva de potencia ideal del SCEE y de las características particulares del sistema de producción de  $H_2$  alimentado. En general tales puntos se suelen especificar en el plano velocidad de rotación–potencia, si bien cada uno se corresponde con una velocidad de viento particular. Por ejemplo la potencia capturada óptima se puede expresar en función de  $\Omega$  teniendo en cuenta que el coeficiente de potencia óptimo  $c_{P_o}$  implica  $\lambda = \lambda_o$ . Dicho valor permite despejar de (6.2) la expresión del viento  $\nu = R\Omega/\lambda_o$ , que reemplazada en (6.6) resulta:

$$p_{T_o}(\Omega) = K_0\Omega^3, \quad (6.13)$$

donde

$$K_0 = \rho\pi R^5 c_{P_o}/2\lambda_o^3. \quad (6.14)$$

La expresión (6.13) establece los puntos de operación en el plano velocidad de rotación–potencia que satisfacen el objetivo de control de la región I de la curva de potencia ideal del SCEE. Sin embargo no necesariamente todos éstos cumplen con las especificaciones del electrolizador.

Para bajas velocidades de viento puede ocurrir que la potencia eólica disponible sea suficiente para conectar la turbina pero no para garantizar la corriente de mantenimiento  $I_{min}$  del modo de espera del electrolizador (ver subsección 3.2.4). En tal caso la región I se debe acotar a velocidades de rotor superiores a  $\Omega_{min} \geq \lambda_o\nu_{min}/R$ . Dicho límite inferior se deduce por igualación de la expresión (6.13) y la potencia mínima  $P_{min}$ , la cual se obtiene evaluando (5.10) en  $I_{min}$ .

Para velocidades de viento medias dentro de la región I puede ocurrir que la potencia máxima supere el valor nominal del electrolizador. Esta situación común responde al criterio de diseño indicado en el Cap. 5.1, por el cual la potencia nominal del electrolizador se selecciona por debajo de la nominal del SCEE para ganar eficiencia global. Por lo tanto, a partir de la velocidad  $\Omega_{P_E^N}$  donde el rotor alcanza la potencia  $P_E^N$ , el objetivo de la región I pasa a ser el de mantener constante la potencia de la turbina.

Para altas velocidades de viento se puede superar la velocidad nominal del rotor, a partir de la cual aumenta la probabilidad de daños mecánicos. El objetivo es por tanto limitar las excursiones de velocidad del rotor a partir de  $\Omega_N$ . La diferencia con la región II de la Fig. 6.6b está en que aquí dicho objetivo se compatibiliza con el de regulación de la potencia alrededor del valor  $P_E^N$ . Para ello se reduce la eficiencia de la turbina mediante la variación del ángulo de paso. En la Fig. 6.7a se muestra una acción de control proporcional con la velocidad del rotor a partir de  $\Omega_N$ . Se observa que cuando  $\beta^*(\Omega)$  alcanza el valor máximo admisible  $\beta_{max}$ , la velocidad del rotor llega al límite  $\Omega_{max}$ . Dependiendo de la constante de proporcionalidad  $K_P$ , tal sobrevelocidad puede significar un apartamiento de

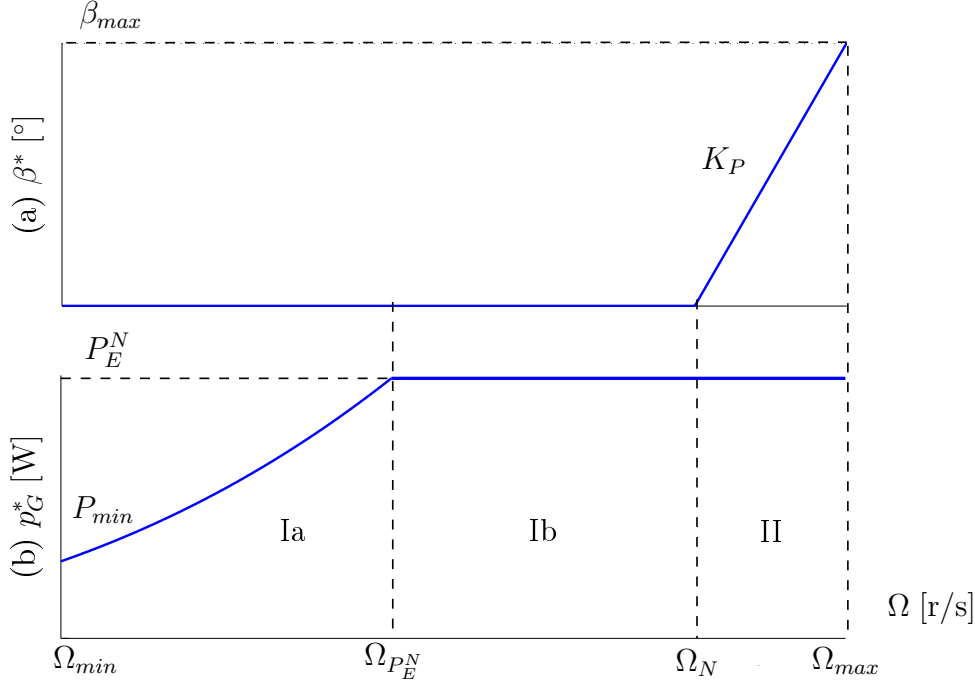


Figura 6.7: (a) Ángulo de paso y (b) potencia deseada en función de la velocidad del rotor del SGRH eólico autónomo

hasta el 20 % de  $\Omega_N$ , lo cual no constituye un riesgo para la construcción de la turbina eólica [182].

En la Fig. 6.7b se muestra la curva de potencia ideal del SCEE adaptada según las observaciones anteriores, considerando que el electrolizador implementado en el sistema de producción de  $H_2$  posee iguales características que el del Capítulo 5. En la región I se distinguen los dos objetivos de control mencionados: maximización de la potencia capturada (región Ia) y cumplimiento de la especificación del electrolizador (región Ib). Se hace notar que éste último se cumple también en la región II, si bien el objetivo que define a ésta es el de limitar la velocidad del rotor mediante incrementos del ángulo de paso según la referencia  $\beta^*(\Omega)$  presentada en la Fig. 6.7a.

La estrategia de control del SCEE debe garantizar por tanto el seguimiento de los puntos de la curva de potencia adaptada. La acción de control disponible para su implementación es el ciclo de trabajo del convertidor electrónico (sección 6.1.4), dado que la entrada del actuador de ángulo de paso (sección 6.1.2) ya se encuentra dedicada al seguimiento de la referencia  $\beta^*(\Omega)$ . En la Fig. 6.8 se muestra esquemáticamente el control del convertidor. La entrada  $e_P$  es el error de seguimiento de la referencia de potencia del generador  $p_G^*(\Omega)$ , la cual depende de la velocidad según la curva definida en la Fig. 6.7b. Nótese que el esquema de control no requiere la medición de  $\nu$ , lo cual implicaría una mayor dificultad. La salida  $\delta$  comanda el ciclo de trabajo del convertidor AC-DC. El controlador  $\mathcal{C}$  es uno genérico capaz de anular el error de seguimiento. Para su diseño se puede considerar el comportamiento híbrido del convertidor. Siguiendo criterios similares a los adoptados en el Cap. 5 se puede proponer un algoritmo de control de simple implementación y alta robustez.

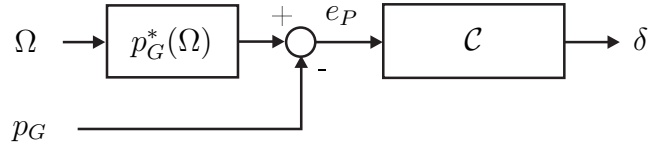


Figura 6.8: Esquema en bloques de un control genérico para el convertidor

### 6.3. Dinámica cero del SGRH eólico autónomo

Las variables de estado del SGRH eólico autónomo a considerar son el ángulo de paso  $\beta$  y la velocidad del rotor  $\Omega$ . La evolución de dichos estados continuos se modeliza con las ecuaciones diferenciales descriptas en la sección 6.1. La dinámica de  $\beta$  queda definida por la ecuación (6.8) y la de  $\Omega$ , por (6.7). La primera ecuación depende del estado  $\beta$  y la entrada  $\beta^*$ . La segunda, de los estados  $\{\Omega, \beta\}$  y las entradas  $\{\nu, \delta\}$  a través de la ecuaciones (6.2)-(6.6) de la turbina, (6.9)-(6.12) del generador/convertidor y la ecuación (5.7) del electrolizador.

Suponiendo que se aplica la estrategia de control propuesta en la sección 6.2, las acciones de control del actuador de *pitch* y el convertidor electrónico deben llevar el ángulo de paso de la turbina y la potencia del generador hacia las referencias dadas en las curvas de las Figs. 6.7a y b, respectivamente. Es decir que las entradas  $\beta^*$  y  $\delta$  deben ser tales que para todo  $\nu$  se cancelen los errores  $e_\beta = \beta^*(\Omega) - \beta$  y  $e_P = p_G^*(\Omega) - p_G$  de los esquemas de lazo cerrado de las Figs. 6.4 y 6.8. Introduciendo las condiciones  $e_\beta \equiv 0$  y  $e_P \equiv 0$  en la dinámica de los estados continuos la ecuación diferencial (6.8) se anula y la (6.7) resulta:

$$\dot{\Omega} \triangleq f(\Omega, \nu) = \frac{1}{J\Omega} [p_{\nu, RC_P}(\frac{R\Omega}{\nu}, \beta^*(\Omega)) - p_G^*(\Omega)]. \quad (6.15)$$

La dinámica residual (6.15), asociada a la anulación de las salidas  $e_\beta$  y  $e_P$  del SGRH eólico autónomo, se conoce como dinámica cero del sistema controlado [173]. Se observa que la ecuación diferencial que la representa depende del estado continuo  $\Omega$  y la entrada  $\nu$  según la región de operación del SCEE. Para analizar el comportamiento autónomo de la dinámica cero la entrada  $\nu$  puede tratarse como un parámetro constante sin pérdida de generalidad. Por su parte, las regiones de operación se consideran estados discretos  $q$  del sistema. Si bien la dinámica cero (6.15) describe la evolución de un único estado continuo  $\Omega$ , se encontrará que la misma puede exhibir comportamientos disímiles ante cambios del parámetro  $\nu$  o del estado discreto  $q$ . Se mostrará que tales diferencias son más notorias donde más fuerte es la no linealidad aportada por el coeficiente de potencia  $c_P$ . Algunas de las características del sistema dinámico que pueden mutar son la cantidad de puntos de equilibrio y su estabilidad.

#### 6.3.1. Puntos de equilibrio y autómatas híbridos

Dado que la evolución del estado continuo  $\Omega$  depende del estado discreto activo  $q$  (el cual representa una región de operación del SCEE particular), así como la transición hacia el estado discreto  $q$  depende de una condición sobre el estado continuo  $\Omega$ , la dinámica cero (6.15) se puede estudiar con un sistema

híbrido autónomo como los vistos en el Cap. 4. La herramienta elegida para el modelizado, al igual que en el Cap. 5, es el autómata híbrido. En la Fig. 6.9 se muestra el grafo orientado que representa el autómata híbrido correspondiente a la dinámica cero, el cual contiene todos los elementos de la definición 4.1.

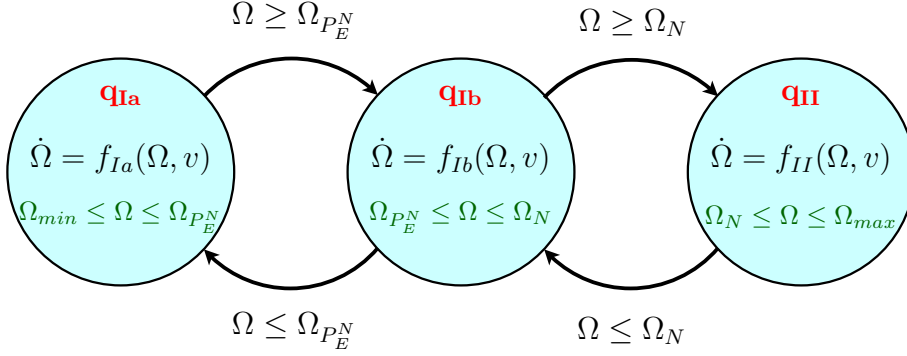


Figura 6.9: Autómata híbrido autónomo de la dinámica cero

Se observa que los dominios indicados en los nodos del grafo, así como las condiciones de guarda en las aristas que los conectan, responden a la definición de regiones de operación del SCEE en la curva de potencia ideal de la Fig. 6.7. Asimismo los campos  $f$  que caracterizan la dinámica continua contenida en cada nodo satisfacen la estrategia de control aplicada en la región correspondiente. A continuación se va a determinar el equilibrio de la dinámica continua de cada estado discreto según el valor fijo que adquiere el parámetro  $\nu$ .

### Equilibrio del estado $q_{Ia}$

El campo vectorial del estado  $q_{Ia}$  se obtiene reemplazando en la dinámica cero (6.15), las referencias  $\beta^*$  y  $p_T^*$  por  $0^\circ$  y (6.13), respectivamente, según se establece en la definición de la región Ia:

$$f_{Ia}(\Omega, \nu) = \frac{p_{\nu,R}}{J\Omega} [c_P(\lambda, 0^\circ) - c_{Po}\lambda^3/\lambda_o^3]. \quad (6.16)$$

El equilibrio de  $q_{Ia}$  se obtiene resolviendo  $\{f_{Ia} = 0\}$ . Se observa que la anulación de (6.16) devuelve una ecuación trascendente con incógnita  $\lambda$ . En la Fig. 6.10 se representa la solución gráfica dada por la intersección de la curva de  $c_P$  en trazo continuo y la curva cúbica en trazo discontinuo.

Se observa que las curvas de la figura se intersecan en dos puntos, a saber:  $(0,0)$  y  $(\lambda_o, c_{Po})$ . Sin embargo el primero de ellos se descarta teniendo en cuenta que el valor mínimo al que puede descender el estado continuo es  $\Omega_{min} > 0$ , lo cual se traduce mediante la relación (6.2) en una cota mínima para  $\lambda$ . La misma relación aplicada al segundo punto de intersección, el cual satisface el objetivo de control de la región Ia, devuelve el siguiente estado de equilibrio de  $\Omega$  en función de  $\nu$ , así como su rango de validez:

$$\Omega_{Ia}^*(\nu) = \frac{\lambda_o \nu}{R}, \quad \nu_{min} \leq \nu \leq \nu_{P_E^N} \quad (6.17)$$

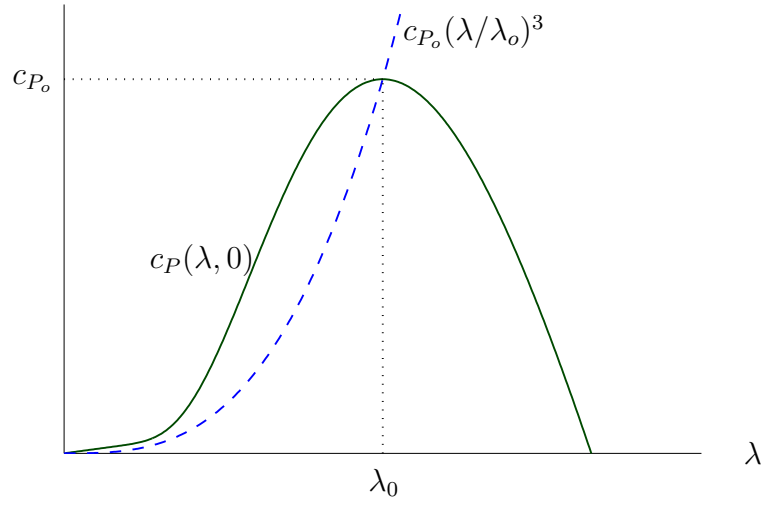


Figura 6.10: Solución gráfica del estado de equilibrio de  $q_{Ia}$

La dependencia del estado de equilibrio con el parámetro  $\nu$  se puede representar en el plano  $\nu$ – $\Omega$  como una rama de equilibrio. En la Fig. 6.11 se observa la recta que representa la rama de equilibrio de  $q_{Ia}$  en el intervalo  $(\nu_{min}, \nu_{P_E^N})$ .

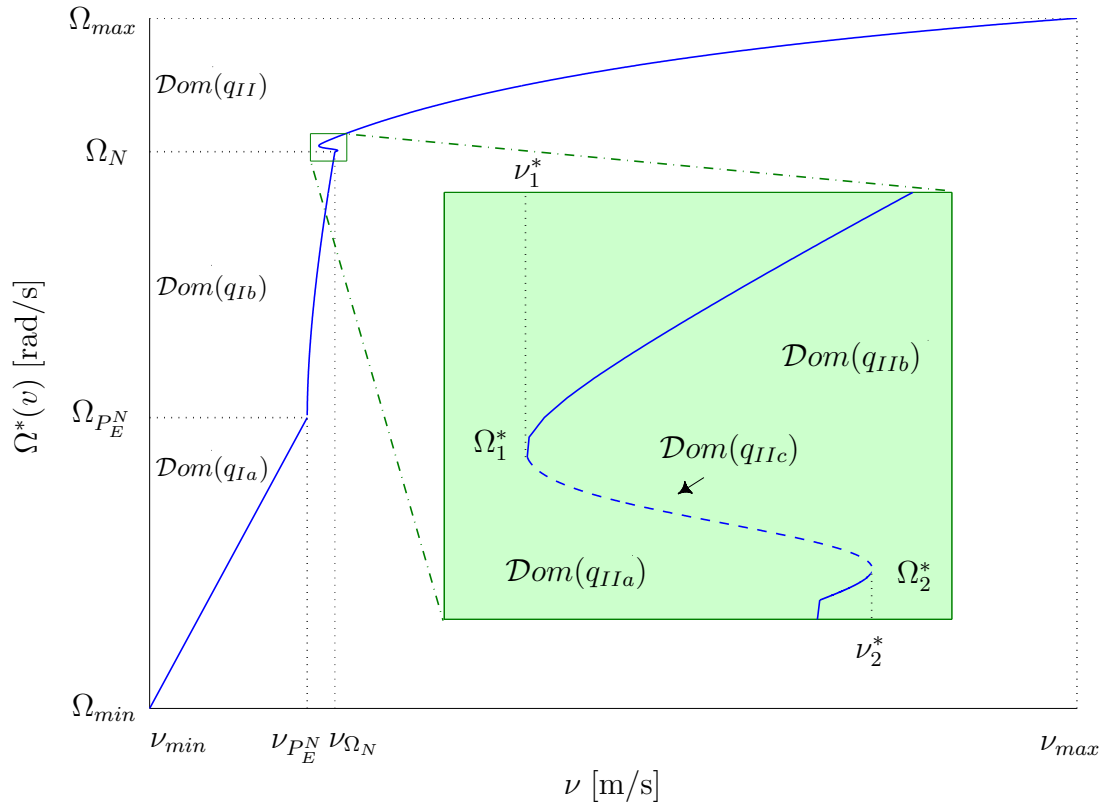


Figura 6.11: Ramas de equilibrio y puntos de bifurcación de la dinámica cero

**Equilibrio del estado  $q_{Ib}$** 

El campo  $f_{Ib}$  se obtiene fijando la referencia  $p_T^*$  de la dinámica cero (6.15) al valor  $P_E^N$ , que junto con el valor  $0^\circ$  de la referencia  $\beta^*$ , caracteriza a la región  $Ib$ :

$$f_{Ib}(\Omega, \nu) = \frac{p_{\nu,R}}{J\Omega} [c_P(\lambda, 0^\circ) - P_E^N/p_{\nu,R}]. \quad (6.18)$$

La ecuación de equilibrio  $\{f_{Ib} = 0\}$  del estado  $q_{Ib}$  es trascendente, como ocurría en el estado  $q_{Ia}$ , y la incógnita  $\lambda$  que la satisface depende del parámetro  $\nu$ . En función de dicho parámetro la solución puede degenerar en variadas situaciones. En efecto, la Fig. 6.12 muestra tres casos de equilibrio diferentes que pueden resultar de la intersección de la curva  $c_P$  (trazo continuo) y la constante  $P_E^N/p_{\nu,R}$  (trazo discontinuo) según el valor de  $\nu$ .

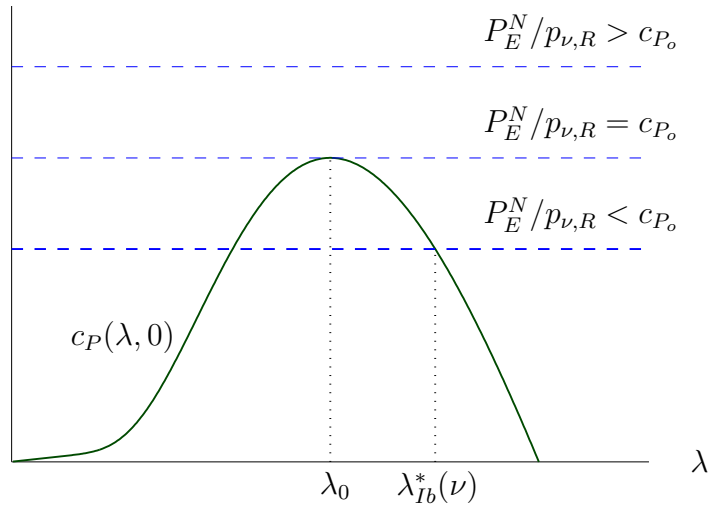


Figura 6.12: Solución gráfica del estado de equilibrio de  $q_{Ib}$

En el caso que  $\nu < \nu_{P_E^N}$ , la potencia eólica máxima disponible no supera la nominal del electrolizador y, como puede observarse en la figura, la recta horizontal no interseca la curva. La ausencia de equilibrio no representa inconveniente debido a que para esta condición de viento la estrategia de control fue diseñada para llevar la operación del sistema a la región Ia, según lo establecido en la sección 6.2. Si  $\nu$  coincide con el valor  $\nu_{P_E^N}$ , la potencia eólica máxima disponible es igual a la nominal del electrolizador. Gráficamente dicha condición corresponde a la recta horizontal tangente a la curva, lo que devuelve un único punto de equilibrio  $(\lambda_o, c_{P_o})$ . A partir de vientos mayores a  $\nu_{P_E^N}$  la recta interseca la curva en dos puntos ubicados a ambos lados de  $\lambda_o$ . El que se encuentra a la izquierda se descarta por no pertenecer a  $\mathcal{Dom}(q_{Ib})$ . El de la derecha, que se identifica como  $\lambda_{Ib}^*$  en la Fig. 6.12, se considera el único equilibrio de  $q_{Ib}$ . Su crecimiento con el viento puede deducirse por observación de la misma figura. En efecto, la pendiente negativa de la curva de  $c_P$  hace que  $\lambda_{Ib}^*$  crezca a medida que la recta horizontal desciende. El estado de equilibrio de  $q_{Ib}$  en función de  $\Omega$  y su rango de validez se

puede obtener a partir de  $\lambda_{Ib}^*(\nu)$  aplicando la relación (6.2):

$$\Omega_{Ib}^*(\nu) = \frac{\nu \lambda_{Ib}^*(\nu)}{R}, \quad \nu_{P_E^N} \leq \nu \leq \nu_{\Omega_N}, \quad (6.19)$$

donde  $\lambda_{Ib}^*(\nu)$  es el valor del viento por el cual el equilibrio de  $\Omega$  alcanza la velocidad nominal del generador sincrónico. La evaluación de (6.19) para cada  $\nu$  mediante cálculo numérico permite trazar la rama de equilibrio de  $q_{Ib}$  en el intervalo  $(\nu_{P_E^N}, \nu_{\Omega_N})$  de la Fig. 6.11.

### Equilibrio del estado $q_{II}$

En la región II la referencia  $\beta^*$  pasa a depender linealmente del estado  $\Omega$ , mientras que la referencia  $p_G^*$  sigue fija en el valor  $P_E^N$ . Reemplazado tales referencias en (6.15) resulta el siguiente campo de  $q_{II}$ :

$$f_{II}(\Omega, \nu) = \frac{p_{\nu,R}}{J\Omega} [c_P(\lambda, K_P(\Omega - \Omega_N)) - P_E^N/p_{\nu,R}]. \quad (6.20)$$

Se observa en (6.20) que el coeficiente de potencia ya no depende exclusivamente de  $\lambda$ . Por lo tanto el análisis de la ecuación de equilibrio  $\{f_{II} = 0\}$  resulta más conveniente en el plano  $\Omega$ - $\beta$ . Allí la solución de la ecuación trascendente se puede interpretar gráficamente como la intersección de las siguientes curvas:

$$\begin{cases} \beta - K_P(\Omega - \Omega_N) = 0 \\ c_P\left(\frac{R\Omega}{\nu}, \beta\right) - \frac{P_E^N}{p_{\nu,R}} = 0 \end{cases} \quad (6.21)$$

La curva que responde a la referencia  $\beta^*$  tiene la ventaja de no depender de  $\nu$ , situación que sí ocurre con la curva que satisface  $p_G^*$ . En la Fig. 6.13 se representan las intersecciones de ambas para valores de  $\nu$  que permiten identificar diferentes variantes del equilibrio de  $q_{II}$ . Se observa que la representación de la ecuación (6.21) superior coincide con la recta de la Fig. 6.7a, mientras que la inferior consiste en una familia de curvas que de diversa manera intersecan la recta según el parámetro  $\nu$ . El modo en que se modifica el perfil de dichas curvas a medida que  $\nu$  aumenta depende fuertemente del modelo empleado para describir el coeficiente de potencia. En particular el modelo (6.3)-(6.4) de  $c_P$  genera para  $\nu = \nu_1^*, \nu_2^*$  un par de curvas tangentes a la recta  $K_P(\Omega - \Omega_N)$ . A continuación se muestra lo que ello implica en el estado de equilibrio de  $q_{II}$ .

Obsérvese la curva de trazo discontinuo correspondiente a  $\nu = \nu_1^*$ . Localmente es el único viento por el cual la intersección con la recta devuelve un único punto de equilibrio, ya que para vientos cercanos inferiores (curva de trazo fino) no existe ninguno y para los cercanos superiores (curva de trazo grueso) resultan dos. En tal sentido el comportamiento del equilibrio se puede equiparar aquí al del estado discreto  $q_{Ib}$  alrededor de  $\nu_{P_E^N}$ , el cual fue ilustrado oportunamente en la Fig. 6.12. Si ahora se observa la curva de trazo discontinuo de  $\nu = \nu_2^*$ , se puede verificar localmente que dicho comportamiento ocurre a la inversa. Es decir que para  $\nu < \nu_2^*$  (curva de trazo fino) la intersección devuelve dos puntos

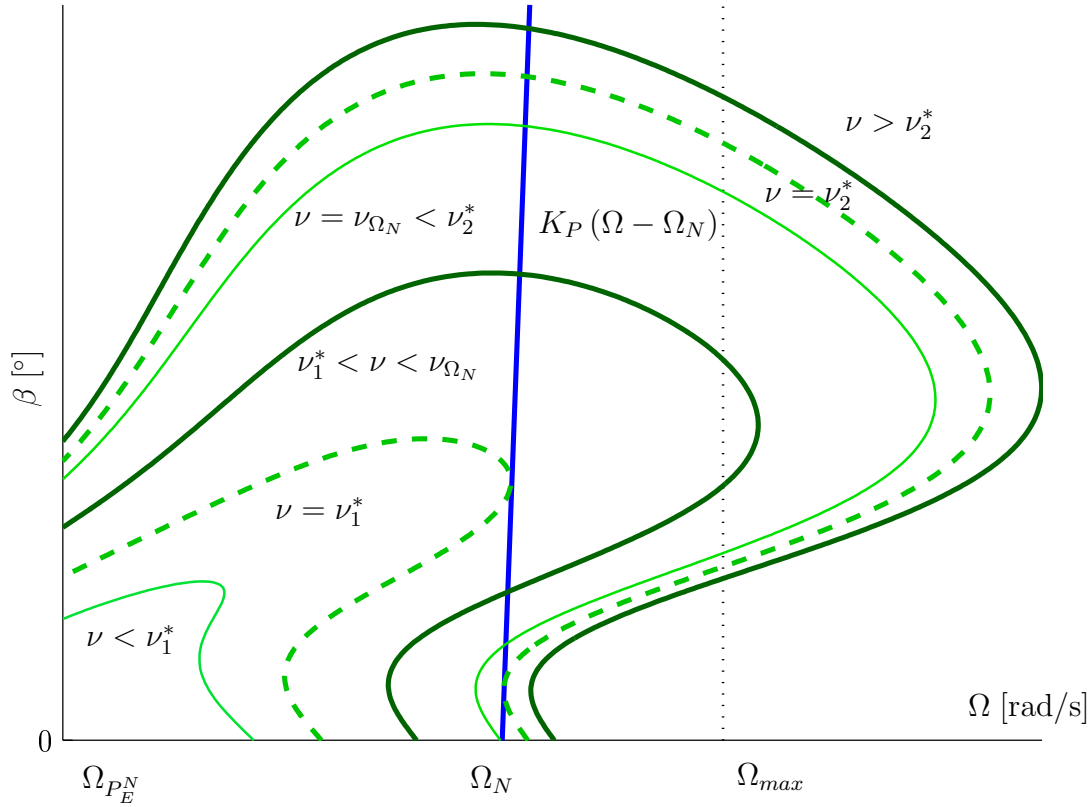


Figura 6.13: Solución de la ecuación de equilibrio de  $q_{II}$  en el plano  $\beta$ - $\Omega$

de equilibrio cercanos entre sí y para  $\nu > \nu_2^*$  (curva de trazo grueso) los mismos desaparecen. Asimismo aquí se suma un punto de intersección correspondiente a valores superiores de  $\beta$  que no degenera en ninguno de los casos. Es decir que como máximo se va a contar con tres puntos de equilibrio.

Al comportamiento descrito le cabe una representación en el plano  $\nu$ - $\Omega$  mediante tres ramas de equilibrio, como se observa en el recuadro de la Fig. 6.11. En el área ampliada se destacan los puntos de equilibrio  $(\nu_1^*, \Omega_1^*)$  y  $(\nu_2^*, \Omega_2^*)$  a partir de los cuales de una rama de equilibrio se pasa a tener tres y viceversa. Estas ramificaciones de los puntos de equilibrio reciben el nombre de bifurcaciones [183]. Los puntos de bifurcación son soluciones de:

$$\frac{\partial f_{II}}{\partial \Omega} = 0 \iff \partial c_p(R\Omega/\nu, K_P(\Omega - \Omega_N)) / \partial \Omega = 0. \quad (6.22)$$

La segunda igualdad se puede interpretar geométricamente en el plano  $\Omega$ - $\beta$  como aquellos puntos donde las curvas del coeficiente de potencia son tangentes a la recta. En la Fig. 6.13 se indica con trazo discontinuo el par de curvas que satisfacen dicha condición. Teniendo en cuenta que en los mismos puntos también se cumplen las siguientes condiciones (de no degeneramiento):

$$\left. \frac{\partial f_{II}}{\partial \nu} \right|_{(\nu^*, \Omega^*)} = K_{\nu^*} \neq 0, \quad \left. \frac{\partial^2 f_{II}}{\partial \Omega^2} \right|_{(\nu^*, \Omega^*)} = K_{\Omega^*} \neq 0, \quad (6.23)$$



entonces la expresión local del campo se puede aproximar en un entorno de  $(\nu^*, \Omega^*)$  como:

$$f_{II}(\Omega, \nu) \approx K_{\nu^*} (\nu - \nu^*) + K_{\Omega^*} (\Omega - \Omega^*)^2. \quad (6.24)$$

Tal expresión describe a los sistemas dinámicos con bifurcaciones denominadas tangenciales o silla-nodo. Éstas se caracterizan precisamente por la aparición ( $K_{\Omega^*} < 0$ ) o desaparición ( $K_{\Omega^*} > 0$ ) de un par de equilibrios a partir del parámetro  $\nu^*$  ( $K_{\nu^*} > 0$ ): uno inestable (silla) y otro estable (nodo).

En la Fig. 6.11 se destaca la aparición del par de equilibrios a partir de  $\nu_1^*$ . La rama superior de trazo continuo indica la ubicación del equilibrio estable y la rama intermedia de trazo discontinuo, la del inestable. Este último se funde en  $\nu_2^*$  con el equilibrio estable de la rama inferior de trazo continuo y a partir de allí ambas desaparecen, por lo que el único equilibrio que subsiste es el estable de la rama superior. Por lo tanto el equilibrio de  $q_{II}$  se puede interpretar como la unión de dos bifurcaciones silla-nodo canónicas de comportamiento opuesto [183].

Con el propósito de facilitar el análisis de estabilidad a tratar en la próxima sección, se propone una partición de  $\mathcal{Dom}(q_{II})$  tal que cada subdominio contenga uno de los tres puntos de equilibrio identificados para cada viento  $\nu$ . En la misma Fig. 6.11 se marcan los tres subdominios considerados: uno es la propia rama de equilibrio inestable, que se indica como  $\mathcal{Dom}(q_{IIc})$ ; éste a su vez define los límites superior e inferior de  $\mathcal{Dom}(q_{IIa})$  y  $\mathcal{Dom}(q_{IIb})$  respectivamente, que son los subdominios que contienen las ramas de equilibrio estables. La pertenencia del estado continuo  $\Omega$  a cada una de estas regiones se puede interpretar como estados discretos de un autómata híbrido cuya representación gráfica se muestra en la Fig. 6.14. Las transiciones discretas posibles entre dichos estados dependen del parámetro  $\nu$ , según se indicará más adelante.

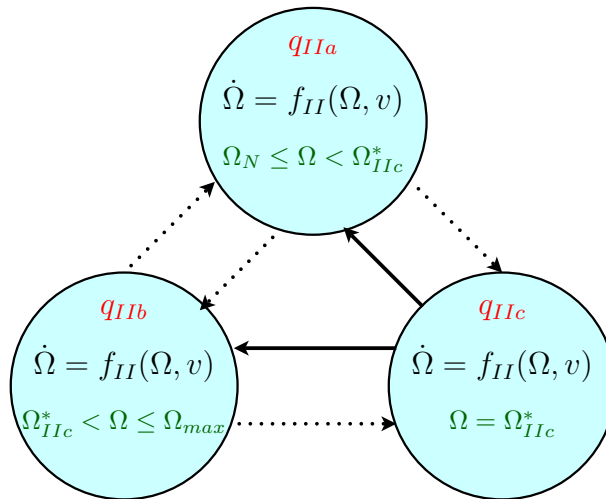


Figura 6.14: Autómata híbrido que discrimina los tres equilibrios de  $q_{II}$

### 6.3.2. Análisis de estabilidad y FMLs

Como resultado del estudio del equilibrio de la dinámica cero se obtuvo un modelo híbrido por el cual cada estado discreto posee una dinámica continua particular cuyo punto de equilibrio es único en el dominio de validez. El siguiente paso consiste en determinar la estabilidad de los mismos y cómo se transita por ellos según el valor adquirido por el viento. Para ello se va a recurrir al método de las Funciones Múltiples de Lyapunov implementado en el Cap. 5. Conforme a lo allí indicado, esta herramienta de análisis tiene la ventaja de incorporar restricciones (impuestas aquí por las regiones de operación) a la conmutación entre los distintos estados discretos y se puede generalizar a múltiples equilibrios (que es la situación observada en la región II).

El planteo de candidatas a FMLs se efectúa considerando la energía cinética de la turbina referida al estado de equilibrio para cada valor del viento. Por tanto la familia de funciones definidas positivas  $\{V_q\}$  parametrizadas en  $\nu$  y continuamente diferenciables en  $\Omega$  se puede expresar como:

$$V_q(\Omega, \nu) = \frac{1}{2} J [\Omega - \Omega_q^*(\nu)]^2. \quad (6.25)$$

Por definición 4.11 éstas deben cumplir la siguiente condición de derivada para cada valor fijo del parámetro  $\nu$ :

$$\dot{V}_q(\Omega, \nu) = J [\Omega - \Omega_q^*(\nu)] f_q(\Omega, \nu) \leq 0 \quad \forall \Omega \in \mathcal{Dom}(q), \forall q \in Q. \quad (6.26)$$

#### Estabilidad de la región Ia

Reemplazando (6.16) y (6.17) en la expresión de la derivada de la condición (6.26) se obtiene:

$$\dot{V}_{Ia}(\Omega, \nu) = \frac{p_{\nu,R}}{\lambda} (\lambda - \lambda_o) [c_P(\lambda, 0^o) - c_{Po} \lambda^3 / \lambda_o^3]. \quad (6.27)$$

Puede concluirse por observación de la Fig. 6.10 que la condición  $\dot{V}_{Ia} \leq 0$  se cumple  $\forall \Omega > 0$ . En efecto, la diferencia entre el coeficiente de potencia y la expresión cúbica es negativa cuando  $\lambda > \lambda_o$  (la curva de trazo continuo se ubica por debajo de la de trazo discontinuo), y que la misma es positiva cuando  $0 < \lambda < \lambda_o$  (la curva de trazo continuo se ubica por encima de la de trazo discontinuo).

#### Estabilidad de la región Ib

Reemplazando (6.18) y (6.19) en (6.26) se obtiene la siguiente derivada:

$$\dot{V}_{Ib}(\Omega, \nu) = \frac{P_{\nu,R}}{\lambda} (\lambda - \lambda_{Ib}^*) [c_P(\lambda, 0^o) - P_E^N / p_{\nu,R}]. \quad (6.28)$$

Aquí puede concluirse el cumplimiento de la condición  $\dot{V}_{Ib} \leq 0$  en  $\mathcal{Dom}(q_{Ib})$  por observación de la Fig. 6.12. Puede apreciarse que la diferencia entre el coeficiente de potencia y la constante  $P_E^N / p_{\nu,R} < c_{Po}$  es negativa para  $\lambda > \lambda_{Ib}^*$  (la curva de trazo continuo se ubica por debajo de la de trazo discontinuo), y es positiva cuando  $\lambda_o < \lambda < \lambda_{Ib}^*$  (la curva de trazo continuo se ubica por encima de la de trazo discontinuo).

### Estabilidad de la región II

El cumplimiento de la condición de derivada negativa que resulta de reemplazar en (6.26) el campo (6.20) que describe la dinámica de la región II se va a determinar inicialmente entre los puntos de bifurcación. Es decir que el viento va a fijarse en valores dentro del intervalo  $(\nu_1^*, \nu_2^*)$ . En tal caso coexisten tres puntos de equilibrio asociados a los estados discretos  $q_{IIa}$ ,  $q_{IIb}$  y  $q_{IIc}$  del autómata de la Fig. 6.14. Por lo tanto se debe asignar una función  $V_q$  a cada uno de ellos según (6.25) y su derivada se debe analizar en el dominio correspondiente.

En las Figs. 6.15a y 6.15b se representan con trazo continuo las derivadas de  $V_{IIa}$  y  $V_{IIb}$  respectivamente para un  $\nu \in (\nu_1^*, \nu_2^*)$ . Se observa que ambas satisfacen (6.26) en un entorno del equilibrio dentro de los dominios respectivos. Este resultado confirma el hecho de que los puntos de equilibrio en cuestión pertenecen a la rama estable de un esquema de bifurcación silla-nodo. Por su parte la curva de trazo continuo de la Fig. 6.15(c) muestra que para el mismo  $\nu$  la derivada de  $V_{IIc}$  es cero en el dominio de  $q_{IIc}$  y positiva fuera de él. Esta violación de (6.26) es propia del equilibrio de la rama inestable del esquema de bifurcación descrito. Un apartamiento cualquiera de  $\Omega$  del estado de equilibrio  $\Omega_{IIc}^*(\nu)$  implica el abandono del estado  $q_{IIc}$  mediante transiciones discretas, por lo que el comportamiento inestable no es apreciable desde el punto de vista del autómata híbrido. Según el sentido del apartamiento se activa una u otra transición de las indicadas con aristas continuas en el grafo de la Fig. 6.14. Asimismo las aristas discontinuas indican las transiciones discretas que no son ejecutadas debido al carácter estable de los puntos de equilibrio de los estados  $\{q_{IIa}, q_{IIb}\}$  de donde parten.

En la Fig. 6.15 también se muestra que el carácter estable de los puntos de equilibrio de  $q_{IIa}$  y  $q_{IIb}$  persiste fuera del intervalo  $(\nu_1^*, \nu_2^*)$  por pertenecer éstos a ramas estables de bifurcaciones tangenciales. En efecto, para un dado  $\nu < \nu_1^*$  se observa en la Fig. 6.15a que la curva discontinua que representa  $\dot{V}_{IIa}$  satisface (6.26). Lo mismo ocurre con la curva de  $\dot{V}_{IIb}$  en trazo discontinuo de la Fig. 6.15b correspondiente a un viento  $\nu > \nu_2^*$ .

Hasta aquí las FMLs permiten probar que la dinámica continua de cada  $q$  del SGRH controlado es GAE en  $\text{Dom}(q)$ . Este hecho satisface una de las hipótesis del Teorema 4.4, el cual establece la estabilidad de un sistema conmutado bajo conmutación restringida. Como se fundamentó oportunamente en la subsección 4.2.3, dicho teorema también requiere que la ley de conmutación del sistema satisfaga la condición de secuencia decreciente (4.14). Para mostrar que aquí no es necesario verificar tal condición se va a proceder de igual modo que en el Cap. 5. Esto es, se va a probar la imposibilidad de reincidencia en cada estado discreto mediante observación de los dominios y condiciones de guarda que restringen los saltos discretos del modelo con autómatas híbridos.

El autómata de la Fig. 6.9 muestra dicha situación cuando existe un único punto de equilibrio para un valor dado del parámetro  $\nu$ . En efecto, sea  $\nu$  tal que  $\Omega^*(\nu)$  es equilibrio del estado discreto  $q$  (sea éste  $q_{Ia}$ ,  $q_{Ib}$  o  $q_{II}$  indistintamente), entonces las transiciones discretas representadas por las aristas que parten de  $q$  no se producen por ser  $\dot{\Omega} = f_q(\Omega, \nu)$  GAE en  $\text{Dom}(q)$ . Por lo tanto queda eliminada toda posibilidad de repetición de la transición discreta responsable de llevar el

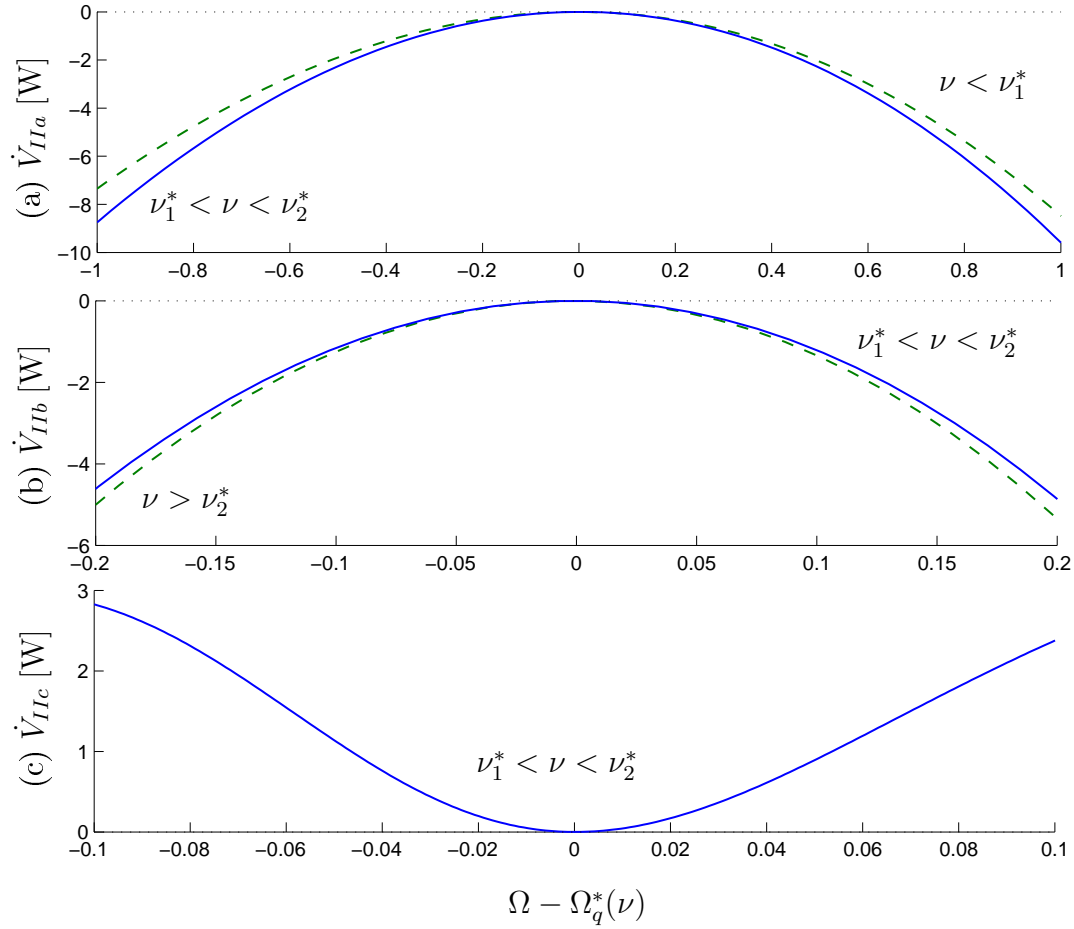


Figura 6.15: Derivadas de las FMLs (a)  $V_{IIa}$ , (b)  $V_{IIb}$  y (c)  $V_{IIc}$  en un entorno del equilibrio para vientos a ambos lados de los puntos de bifurcación

sistema al estado  $q$ .

La situación de múltiples equilibrios correspondiente a un valor de  $\nu$  dentro de  $(\nu_1^*, \nu_2^*)$  se observa en el autómata de la Fig. 6.14. Como ya se indicó en el estudio de la estabilidad de la región II, las únicas transiciones que pueden producirse si se perturba el estado de equilibrio son las que parten de  $q_{IIc}$ , cuyo dominio es un punto. Ya sea que se produzca la transición  $(q_{IIc}, q_{IIa})$  ó  $(q_{IIc}, q_{IIb})$ , la permanencia en el estado discreto resultante es definitiva debido a que las dinámicas de  $q_{IIa}$  y  $q_{IIb}$  son GAE. Por lo tanto toda conmutación sostenida a lo largo del tiempo queda descartada.

En conclusión se puede afirmar que el sistema conmutado, y por tanto la dinámica cero que éste modeliza, es estable para toda condición inicial perteneciente al intervalo  $(\Omega_{min}, \Omega_{max})$  y todo valor fijo del parámetro  $\nu$  dentro del rango de validez  $[\nu_{min}, \nu_{max}]$ . Si  $\nu$  varía más lentamente que la dinámica cero este resultado se puede mantener con base en la teoría de perturbación singular [131]. A continuación se analizan las implicancias que tales variaciones del viento pueden tener en la evolución discreta y por tanto en la dinámica del sistema bajo estudio.

### 6.3.3. Evolución discreta ante variaciones del viento

Una vez que la dinámica cero alcanza su estado de equilibrio la única posibilidad de que en el autómata híbrido de la Fig. 6.9 ocurran transiciones discretas es por medio de variaciones del parámetro  $\nu$ . Si se consideran en todo momento variaciones de viento lentas respecto de la dinámica de  $\Omega$ , se puede garantizar por lo expuesto en la sección 6.3.2 que dicho estado continuo seguirá asintóticamente las variaciones del equilibrio  $\Omega^*(\nu)$ . Según lo visto en la sección 6.3.1, a cada estado discreto le corresponde una dependencia particular del equilibrio con el viento. En consecuencia las transiciones discretas se pueden interpretar como saltos entre distintas ramas de equilibrio cuyos límites son los valores de  $\nu$  indicados en el diagrama de la Fig. 6.11. Tales valores límites se expresan en la Fig. 6.16 como condiciones de guarda de transiciones entre los estados discretos del sistema.

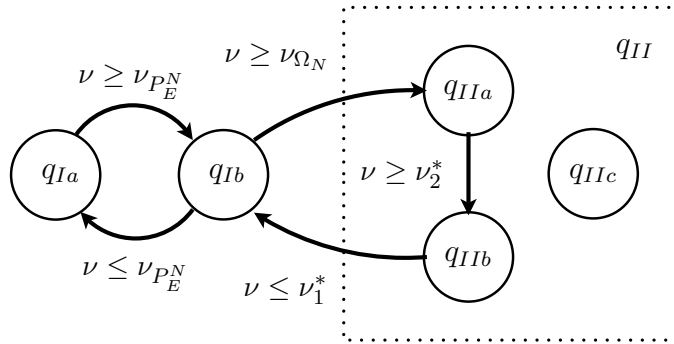


Figura 6.16: Efecto del viento en las transiciones discretas de la dinámica cero

El grafo de la Fig. 6.16 permite hacer las siguientes observaciones respecto de las principales condiciones de guarda:

- $G(q_{Ia}, q_{Ib}) \cap G(q_{Ib}, q_{Ia}) = \{\nu_{P_E^N}\}$ : Para esta condición de viento los estados discretos  $\{q_{Ia}, q_{Ib}\}$  son igualmente factibles. Asimismo pequeñas oscilaciones de  $\nu$  alrededor de dicha condición pueden inducir conmutaciones rápidas con efectos similares al *chattering* del Ej. 4.3. Para limitar tales efectos se puede forzar en cada estado un tiempo de residencia mínimo a través de un supervisor. Las circunstancias particulares a tener en cuenta para determinar dicho tiempo se expondrán a continuación;
- $G(q_{Ib}, q_{II}) \cap G(q_{II}, q_{Ib}) = \{\nu_1^* \leq \nu \leq \nu_{\Omega_N}\}$ : En este rango puede seguirse el equilibrio de  $q_{Ib}$  o  $q_{II}$  según el sentido de crecimiento del viento. Esta especie de histéresis puede entenderse considerando las transiciones entre los tres equilibrios de  $q_{II}$ . Se observa que los estados estables  $q_{IIa}$  y  $q_{IIb}$  se transitan en un solo sentido, mientras que  $q_{IIc}$  queda aislado por ser inestable. Los efectos de la histéresis se analizarán en los resultados de simulación;

### Supervisor de tiempo de residencia

Para limitar la frecuencia de conmutación entre  $q_{Ia}$  y  $q_{Ib}$  debida a perturbaciones alrededor de  $\nu = \nu_{P_E^N}$  se puede introducir un control supervisor que actúe en el entorno del equilibrio

$$\|\Omega - \Omega_{P_E^N}\| < \epsilon \Omega_{P_E^N}. \quad (6.29)$$

Para que su acción de control tenga un efecto similar a la regularización temporal vista en la sección 4.1.4 se propone un supervisor de tiempo de residencia del estilo indicado en la Fig. 4.19. Su principal ventaja es que el parámetro  $\tau_d$  en que se basa el diseño se obtiene a partir de las FMLs del sistema conmutado preexistentes. En el sistema de interés se da el caso particular de que las FMLs son cuadráticas y coincidentes en  $\nu_{P_E^N}$ , es decir:

$$V_{Ia}(\Omega, \nu_{P_E^N}) \equiv V_{Ib}(\Omega, \nu_{P_E^N}) = \frac{1}{2}J\|x\|^2, \quad (6.30)$$

donde  $x = \Omega - \Omega_{P_E^N}$ . Por lo tanto en el procedimiento descrito en la sección 4.3.1 las cotas de la expresión (4.18) satisfacen  $a_{Ia} = b_{Ia} = a_{Ib} = b_{Ib} = \frac{1}{2}J$ , que reemplazadas en (4.25) devuelven la condición de tiempo de residencia  $\tau_d > 0$ . Sin embargo esta condición es válida para los estados continuos donde las derivadas de las FMLs son negativas. Se puede verificar que la condición (4.19) no se satisface para  $q_{Ib}$  cuando  $x < 0$ . Sin embargo, ésta es una de las hipótesis del Teorema 4.4 que se pueden relajar siempre y cuando se cumpla la condición de secuencia decreciente (4.14). A continuación se buscará qué implicancias tiene el cumplimiento de dicha condición en el tiempo de residencia  $\tau$ .

Sea  $V_{Ia}(t_0)$  el valor de la función de Lyapunov cuando el sistema conmuta a  $q_{Ia}$  en el instante  $t_0$ . Sea el estado inicial  $\|x(t_0)\| < \epsilon \Omega_{P_E^N}$  tal que  $\epsilon \rightarrow 0$ , la evolución continua se puede deducir aproximando la expresión (6.27) evaluada en el parámetro  $\nu_{P_E^N}$  y reemplazando (6.30):

$$\dot{V}_{Ia} \approx -c_{Ia}\|x\|^2 = -\frac{c_{Ia}}{b_{Ia}}V_{Ia} = -\lambda_{Ia}V_{Ia}, \quad (6.31)$$

siendo  $c_{Ia} = 3P_E^N/\Omega_{P_E^N}^2$ . Es decir que la condición (4.20) se satisface con el signo igual y la cota (4.21) pasa a ser el valor aproximado de  $V_{Ia}$  transcurrido el tiempo de residencia  $\tau_d$ . Esto es:

$$V_{Ia}(t_0 + \tau_d) \approx e^{-\lambda_{Ia}\tau_d}V_{Ia}(t_0). \quad (6.32)$$

Por su parte la evolución continua inestable de  $q_{Ib}$  se analiza a partir de  $-\epsilon \Omega_{P_E^N} < x < 0$  acotando inferiormente la función  $V_{Ib}$  por la norma al cubo como se indica a continuación:

$$V_{Ib}(x) \geq a_{Ib}\|x\|^3, \quad (6.33)$$

donde  $a_{Ib} = \frac{1}{2}J/\epsilon \Omega_{P_E^N}$ . Esta desigualdad se va a poder combinar con la siguiente cota de la derivada, deducida de la expresión (6.28) para  $\nu = \nu_{P_E^N}$  y  $x < 0$ :

$$\dot{V}_{Ib}(x) \leq c_{Ib}\|x\|^3, \quad (6.34)$$

donde  $c_{Ib} = \frac{P_E^N \lambda_o^2}{2c_{P_o} \Omega_{P_E^N}^3} \left| \frac{\partial^2 c_P}{\partial \lambda^2} \right|_{(\lambda_o, 0)}$ . Como resultado de (6.33) y (6.34) se obtiene:

$$\dot{V}_{Ib} \leq \frac{c_{Ib}}{a_{Ib}} V_{Ib} = \lambda_{Ib} V_{Ib}, \quad (6.35)$$

la cual permite obtener la cota (6.36) en el crecimiento del valor de la función de Lyapunov transcurrido  $\tau_d$  desde el instante  $t_1$  de conmutación a  $q_{Ib}$ .

$$V_{Ib}(t_1 + \tau_d) \leq e^{\lambda_{Ib} \tau_d} V_{Ib}(t_1). \quad (6.36)$$

Teniendo en cuenta la equivalencia (6.30) de MFLs y los instantes de conmutación  $t_1 = t_0 + \tau_d$  y  $t_2 = t_1 + \tau_d$ , reemplazando (6.32) y (6.36) se deduce:

$$V_{Ia}(t_2) \leq e^{\lambda_{Ib} \tau_d} V_{Ib}(t_1) = e^{\lambda_{Ib} \tau_d} e^{-\lambda_{Ia} \tau_d} V_{Ia}(t_0). \quad (6.37)$$

Es decir que la diferencia de valores que toma la FML en dos instantes consecutivos de activación del estado  $q_{Ia}$  queda acotada por:

$$V_{Ia}(t_2) - V_{Ia}(t_0) \leq (e^{\tau_d(\lambda_{Ib} - \lambda_{Ia})} - 1) V_{Ia}(t_0). \quad (6.38)$$

Por lo tanto la condición de secuencia decreciente del Teorema de Branicky se sigue satisfaciendo en  $x < 0$  para todo  $\tau > 0$  siempre que  $\lambda_{Ia} > \lambda_{Ib}$ , lo cual implica la siguiente cota:

$$\epsilon \left| \frac{\partial^2 c_P}{\partial \lambda^2} \right|_{(\lambda_o, 0^\circ)} < 6 \frac{c_{P_o}}{\lambda_o^2}. \quad (6.39)$$

La condición de estabilidad hallada depende exclusivamente del coeficiente de potencia, por lo que su cumplimiento queda supeditado a las características constructivas de la turbina particular. Sin embargo se puede probar que (6.39) implica un factor de forma general de  $c_P$  que normalmente verifican todos los SCEE's comerciales con  $\epsilon \ll 1$ . Para el caso del coeficiente de potencia representado en la Fig. 6.3 se puede probar que basta con un  $\epsilon < 0,48$  para que la conmutación sea estable. Precisamente en la Fig. 6.17a se muestra que un estado inicial  $x(t_0)$  tendiente a dicho límite por izquierda ( $\epsilon=0,46$ ) devuelve una secuencia discreta decreciente. La secuencia creciente de la Fig. 6.17b por su parte corresponde a un estado  $x(t_0)$  tendiente al mismo límite por derecha ( $\epsilon=0,49$ ). En ambos casos se consideró un tiempo de residencia del orden de  $3/\lambda_{Ia}$ .

## 6.4. Resultados de simulación

En esta sección se presentan resultados de simulación del SGRH eólico autónomo controlado. Para la producción de hidrógeno se considera el electrolizador von Hoerner del Cap. 5, del cual se extraen los parámetros  $P_E^N = 2,25$  kW e  $I_{min} = 15$  A. Para la captura de energía renovable se considera el SCEE dimensionado según [107]. Los parámetros de la turbina eólica de 5 kW son  $R = 1,85$  m y  $J = 7,8$  kg · m<sup>2</sup> y la densidad del aire es  $\rho = 1,22$  kg/m<sup>3</sup>.

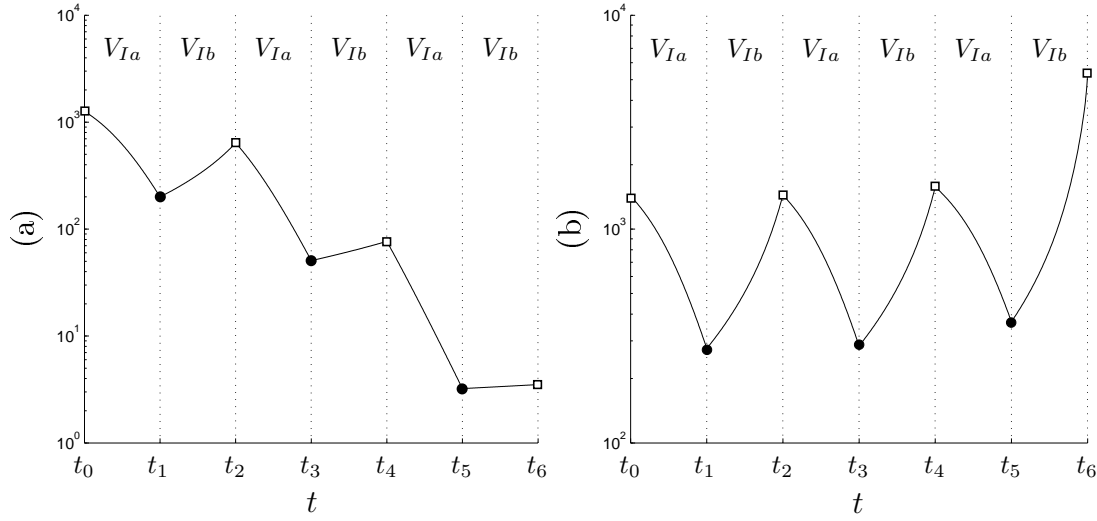


Figura 6.17: Evolución temporal de las FMLs ante conmutación por tiempo de residencia y (a)  $x(t_0) = -0,46 \cdot \Omega_{P_E^N}$ ; (b)  $x(t_0) = -0,49 \cdot \Omega_{P_E^N}$ ;

A los parámetros del modelo (6.3) del coeficiente de potencia se le asignan valores típicos encontrados frecuentemente en la bibliografía. Entre otros trabajos recientes que hacen uso de los mismos se pueden citar [184, 185]. Tales valores son:  $C_1 = 0,5176$ ;  $C_2 = 116$ ;  $C_3 = 0,4$ ;  $C_4 = 5$ ;  $C_5 = 21$  y  $C_6 = 0,0068$ . El óptimo de  $c_P$  resulta entonces  $c_{P_o} = 0,48$ , el cual se obtiene con  $\lambda_o = 8,1$ . El ajuste del control proporcional que manipula el ángulo de paso es  $K_P = 5^\circ\text{s/rad}$  y el ángulo máximo permitido por el actuador es  $\beta_{max} = 30^\circ$ . Del generador sincrónico de imanes permanentes se tiene en cuenta la velocidad nominal  $\Omega_N = 51,1\text{ rad/s}$ . A partir de esta especificación, la del actuador de ángulo de paso y las del electrolizador quedan definidos los límites de las ramas de equilibrio representados en el plano  $\nu - \Omega$  de la Fig. 6.11. Los valores correspondientes a dichos límites se presentan en la Tabla 6.1 en función de la condición de operación que satisfacen, la cual se relaciona con el subíndice característico.

| Subíndices:      | $I_E \equiv I_{min}$ | $P_T \equiv P_E^N$ | $\Omega \equiv \Omega_N$ | $\beta \equiv \beta_{max}$ |
|------------------|----------------------|--------------------|--------------------------|----------------------------|
| $\nu$ [m/s]      | 5,96                 | 8,94               | 9,46                     | 23,5                       |
| $\Omega$ [rad/s] | 26,1                 | 39,1               | 51,1                     | 57,1                       |

Tabla 6.1: Valores límites de las ramas de equilibrio de la simulación

El propósito de la simulación es corroborar la existencia de bifurcaciones y evaluar su efecto en la dinámica. Dado que la condición de bifurcación (6.22) se satisface para  $(\nu_1^*, \Omega_1^*)$  y  $(\nu_2^*, \Omega_2^*)$ , las variaciones de viento se consideran en un entorno tal que  $\nu_1^*$  y  $\nu_2^*$  sean atravesadas en ambos sentidos. Para el sistema bajo estudio los puntos de bifurcación resultan  $(9,16\text{ m/s}, 51,34\text{ rad/s})$  y



(9,52 m/s, 51,13 rad/s) respectivamente, por lo que la simulación se efectúa excitando el modelo (6.15) con el perfil de velocidad de viento  $\nu$  presentado en la Fig. 6.18a. La evolución temporal de la velocidad de rotación obtenida se muestra en la Fig. 6.18b. La evolución temporal del ángulo de paso se muestra en la Fig. 6.18c. Por último la potencia del electrolizador obtenida en función del tiempo se muestra en la Fig. 6.18d.

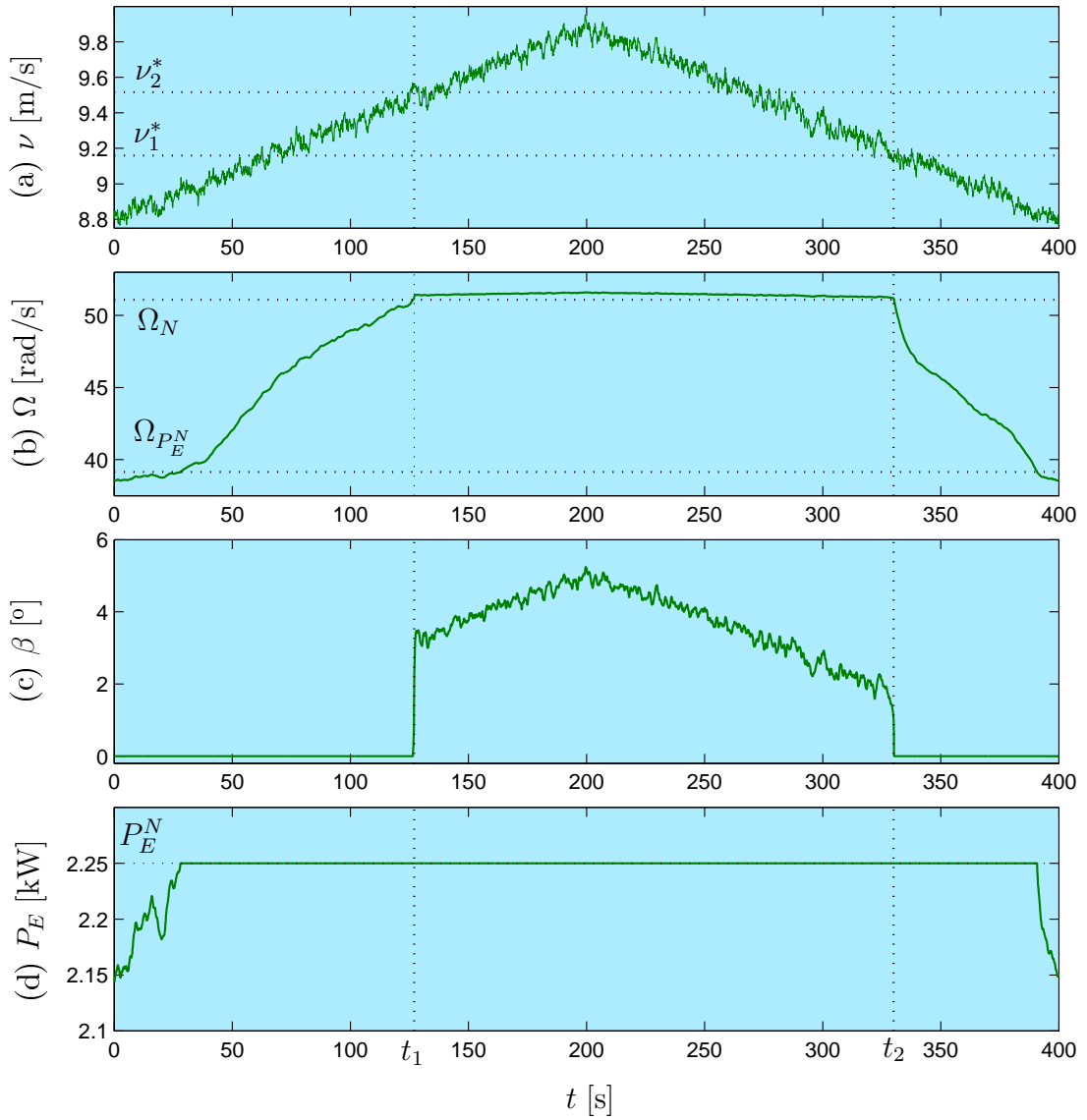


Figura 6.18: (b) Velocidad rotacional, (c) ángulo de paso y (d) potencia del electrolizador obtenidas por simulación de la dinámica cero del SGRH eólico autónomo excitado con el perfil de viento (a)

En la Fig. 6.18a se observa que el perfil de viento atraviesa los valores límites  $\nu_{P_E^N}$  y  $\nu_{\Omega_N}$  de la Tabla 6.1, tanto en la etapa de crecimiento como de decrecimiento de su valor medio. Dado que dichos límites definen condiciones de guarda del autómata de la Fig. 6.16, en torno a los mismos se deben verificar las transiciones discretas correspondientes. Para ello se analiza el equilibrio  $\Omega_q^*(\nu)$ , al cual converge

asintóticamente el estado continuo  $\Omega$  para todo  $\nu$ . Este seguimiento en valor medio, consecuencia de la estabilidad de la dinámica (6.15), se puede comprobar en particular en los cruces de la velocidad rotacional con las rectas horizontales de trazo punteado de la Fig. 6.18b. En efecto, las ordenadas  $\Omega_{P_E^N}$  y  $\Omega_N$  indicadas por éstas se corresponden con los valores de  $\nu$  especificados en la Tabla 6.1. Asimismo definen las guardas del autómata híbrido de la Fig. 6.9. Obsérvese que la ocurrencia de la transición  $(q_{Ia}, q_{Ib})$  se puede verificar por el cambio operado en la curva de potencia del electrolizador de la Fig. 6.18d cuando  $\Omega$  sobrepasa  $\Omega_{P_E^N}$ . Ésta pasa de seguir la potencia eólica óptima a mantenerse fija en su valor nominal. Tales condiciones de operación satisfacen los objetivos de control de la región Ia y Ib, respectivamente. La situación inversa se puede observar en la misma figura cuando  $\Omega$  decrece por debajo de  $\Omega_{P_E^N}$ , lo cual es efecto de la transición  $(q_{Ib}, q_{Ia})$ .

Con respecto al estado discreto  $q_{II}$ , se puede identificar su activación cuando la velocidad rotacional se ubica por encima de la recta  $\Omega_N$  de la Fig. 6.18b. Ciertamente a partir de allí la limitación del crecimiento de  $\Omega$  con la velocidad del viento es notable y manifiesta el cumplimiento del objetivo de control de la región II. Efectivamente la sobrevelocidad exhibida se encuentra dentro de los niveles especificados, por lo que no representa un riesgo para la máquina sincrónica. Sin embargo la identificación del seguimiento de los múltiples equilibrios dentro de dicha región según lo indicado en el autómata de la Fig. 6.16 no resulta tan evidente. Esto es precisamente debido a que la baja sobrevelocidad alcanzada no permite distinguir cambios en la evolución de  $\Omega$  ocasionados por bifurcaciones (Nótese que  $\Omega_N \approx \Omega_1^* \approx \Omega_2^*$ ). Por lo tanto conviene analizar el ángulo de paso  $\beta$ , cuya evolución se produce sólo en la región II y representa justamente una amplificación de las pequeñas variaciones de  $\Omega$  efectuada por la ganancia  $K_P$  del control de *pitch*. En la Fig. 6.18c pueden reconocerse claramente dos instantes en los cuales se producen saltos notorios de  $\beta$ , en  $t_1 \approx 127$  s y  $t_2 \approx 330$  s. En el instante  $t_1$  la velocidad del viento crece por encima de  $\nu_2^*$ , por lo que el salto positivo de  $\beta$  es consecuencia de que el seguimiento del equilibrio de  $q_{IIa}$  cambia al de  $q_{IIb}$ . Más adelante en el instante  $t_2$  la velocidad del viento cae por debajo de  $\nu_1^*$ , por lo que el salto negativo de menor amplitud de  $\beta$  es causa de que el seguimiento del equilibrio de  $q_{IIb}$  cambia al seguimiento de equilibrio de  $q_{Ib}$ .

La asimetría observada en el perfil de  $\beta$ , el cual difiere notoriamente de la simetría de la excitación  $\nu$ , da cuenta del comportamiento del tipo histéresis anticipado en la subsección 6.3.3. El salto abrupto del equilibrio de  $\beta$  en  $t_1 \approx 127$  s es de casi  $4^\circ$ , lo cual representa el 15 % de la excursión completa admisible para el ángulo de paso. Este salto podría ser aún más significativo para velocidades nominales superiores, como se puede inferir de la familia de curvas de la Fig. 6.13. Esta especie de dinámica rápida puede ser perjudicial para el actuador del ángulo de paso y por tanto debería tenerse en cuenta en el diseño del sistema total, en particular en lo que respecta a valores nominales de velocidad y potencia de la turbina eólica.

## 6.5. Resumen del capítulo

El presente capítulo se dedicó al análisis y control de un SGRH eólico autónomo empleando herramientas propias de los sistemas dinámicos híbridos. El gran potencial de la electrólisis del agua en esta aplicación se atribuye principalmente a la mayor viabilidad técnica y económica. Para el aprovechamiento del recurso primario se propone un SCEE de velocidad y paso variables. El mismo consta de un rotor tri-pala de eje horizontal acoplado directamente al eje de un generador sincrónico de imanes permanentes. Se adiciona el actuador que posibilita la regulación del ángulo de paso o *pitch*. De este parámetro y de la relación de punta de pala depende el coeficiente de potencia  $c_P$  que caracteriza la eficiencia de la turbina eólica. La interconexión del SCEE y el Sistema de Producción de  $H_2$ , implementado con un electrolizador alcalino, se realiza a través de un único convertidor AC-DC. Nuevamente, la ventaja frente al acoplamiento DC con convertidores dedicados es que reduce los costos de instalación y presenta un mayor desafío desde el punto de vista del diseño del controlador.

Uno de los desafíos del controlador es garantizar la operación segura del SGRH independientemente de la variabilidad de la fuente de energía renovable, la cual constituye una de las barreras que se interponen en el camino hacia una economía del hidrógeno costo-competitiva. En ese sentido otro desafío es incrementar la eficiencia del SCEE maximizando la extracción de energía eólica. Para afrontar ambos desafíos se propuso una estrategia de operación que adapta la curva de potencia ideal de la turbina a las especificaciones del electrolizador. Dicha estrategia fue definida en tres regiones del plano  $\Omega$ - $P_T$  (velocidad rotacional-potencia extraída de la turbina). La región Ia corresponde a velocidades de viento  $\nu$  bajas donde el objetivo de control es optimizar  $P_T$  mientras ésta se encuentre por encima de la mínima de mantenimiento y por debajo de la nominal del electrolizador. La región Ib corresponde a  $\nu$  medias donde el objetivo es fijar  $P_T$  al valor nominal del electrolizador. Finalmente la región II corresponde a altas  $\nu$  donde al objetivo anterior se adiciona el de limitar los sobrepasos de  $\Omega$  respecto de la velocidad nominal del generador. Para satisfacer este último objetivo se propuso un control proporcional de  $\Omega$  que opera sobre el actuador de ángulo de paso  $\beta$ . Para satisfacer los otros dos objetivos se propuso una adaptación del control híbrido del Cap. 5, de simple implementación y alta robustez, tal que se siga con exactitud la  $P_T$  deseada regulando el ciclo de trabajo del convertidor electrónico.

El seguimiento de las referencias de  $\beta$  y  $P_T$  impuestas por la estrategia de control presenta una dinámica residual del sistema conocida como dinámica escondida o cero. Ésta fue obtenida a partir de la descripción de cada subsistema del SCEE y consiste en una ecuación diferencial ordinaria con dependencia no lineal del estado  $\Omega$  y el parámetro  $\nu$ . El estado de equilibrio y su dependencia con  $\nu$  fue representada con ramas en el plano  $\nu$ - $\Omega$ , una por cada región de operación. Se prestó especial atención a la rama de la región II por contener tres puntos de equilibrio: dos de ellos estables y uno inestable. Éstos resultan de la unión de dos bifurcaciones silla-nodo canónicas de comportamiento opuesto. Se hizo una interpretación geométrica de ambas bifurcaciones como puntos del plano  $\Omega$ - $\beta$  donde las curvas de nivel de  $c_P$  son tangentes a la recta que representa el control

de *pitch*. Allí se puso de relieve la no linealidad del coeficiente de potencia como factor determinante de este interesante fenómeno. Para facilitar la evaluación de su efecto en la operación del SGRH se propuso el tratamiento de la dinámica cero como un sistema híbrido. Se presentó un modelo con autómatas híbridos donde a cada estado discreto  $q$  le corresponde uno de los múltiples equilibrios. La estabilidad se determinó con base en el método de las FMLs. Las candidatas de Lyapunov se propusieron considerando la energía cinética de la turbina referida al equilibrio de cada  $q$ . Con éstas también se pudo determinar un tiempo de residencia  $\tau_d$  con el fin de limitar la frecuencia de conmutación. El tiempo  $\tau_d$ , fijado por un supervisor similar al presentado en el Cap. 4, evita que el sistema se inestabilice ante variaciones de  $\nu$  que llevan su operación a un entorno de la frontera entre las regiones Ia y Ib.

Por último se efectuaron simulaciones de la operación del SGRH autónomo considerando una turbina eólica de 5 kW y un electrolizador alcalino de 2,25 kW. Tal dimensionamiento responde al mismo criterio seguido en el Cap. 5. Las simulaciones permitieron verificar que el cumplimiento de los objetivos de la estrategia de control ocasiona variaciones abruptas en la respuesta de  $\beta$ , dentro del rango de variación de  $\nu$  donde se producen las bifurcaciones, que tienen un comportamiento similar a una histéresis. Este comportamiento puede resultar indeseado y por tanto debe ser tenido en cuenta en el diseño de la estrategia de control. Los resultados de simulación obtenidos fueron publicados en un congreso internacional de la especialidad [44].

## Capítulo 7

# Control híbrido de un SGRH asistido por red

El concepto de asistencia prestada por la red eléctrica a los SGRHs fue introducido en el Cap. 3.1.2. Allí se mencionaron los principales beneficios de esta aplicación, a saber: la eliminación de los problemas asociados a la operación variable y/o intermitente del electrolizador y la mejora de su factor de capacidad. La primera ventaja quiere significar que los efectos de la variabilidad de la energía renovable en la calidad de la potencia de suministro del electrolizador pueden mitigarse mediante un intercambio adecuado de potencia con la red. La segunda ventaja implica que el aporte de potencia de la red puede garantizar la operación constante del electrolizador, en el mejor de los casos bajo condiciones nominales. En otras palabras la red podría suavizar las fluctuaciones de la potencia extraída y garantizar la operación segura del electrolizador a la manera de un dispositivo de almacenamiento eléctrico de corto plazo como bancos de baterías [89] o ultracapacitores [90].

Las estrategias de asistencia que pueden establecerse son variadas y dependen de la aplicación particular. Interesa clasificar éstas según el objetivo de control perseguido e identificar cómo se afecta la proporción de  $H_2$  libre de las emisiones asociadas a la conexión a red. Con este propósito aquí se evalúa el esquema de asistencia a un SGRH eólico de la Fig. 7.1.

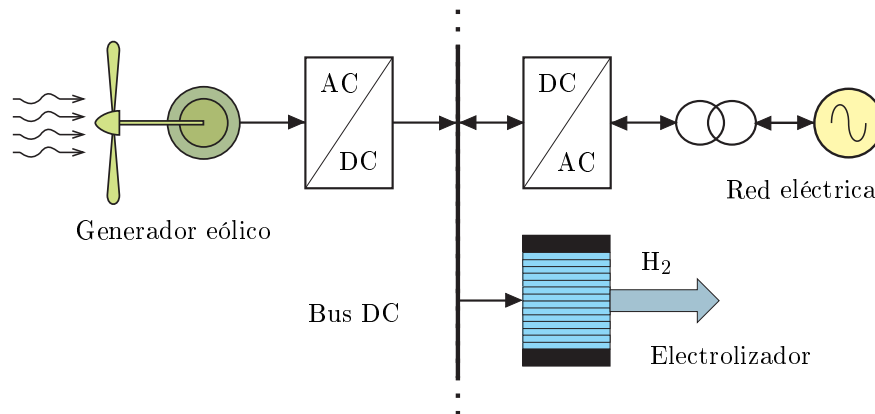


Figura 7.1: SGRH eólico asistido por red

Los tres subsistemas principales representados en la Fig. 7.1 son el generador eólico (SCEE), el electrolizador y la conexión a red. El acondicionamiento de potencia y control de éstos se implementa en una estructura de acoplamiento DC. Según se mencionó en la sección 3.3.2, tal estructura tiene la ventaja de no requerir sincronismo de los dispositivos de acoplamiento con la frecuencia de la red eléctrica. Esta última se acopla al bus DC a través de un convertidor de potencia de flujo bidireccional. El electrolizador se acopla directamente al bus con el objetivo de eliminar la duplicación de la electrónica de potencia. Dicho objetivo responde a la misma filosofía de las aplicaciones de los Caps. 5 y 6.

Respecto al acoplamiento del generador eólico al bus DC, éste difiere del presentado en el Cap. 6 en que se efectúa a través de un rectificador a diodos. Esta configuración de SCEE constituye una de las más simples y robustas [186]. Sus principales ventajas son el bajo mantenimiento y costos de operación de la electrónica. Su principal desventaja es la falta de controlabilidad del rectificador a diodos. Esta circunstancia vuelve más oportuna la presencia de la red eléctrica, ya que su asistencia puede compensar tal ausencia de control. Asimismo dicha asistencia puede complementar el control del ángulo de paso o *pitch* que actúa ante velocidades altas del viento.

Los objetivos del presente capítulo son:

- Describir los dispositivos que acoplan los subsistemas del SGRH eólico al bus DC y proponer un modelo como sistema afín conmutado basado en el convertidor electrónico que comanda la asistencia de la red eléctrica.
- Analizar las estrategias de asistencia que pueden implementarse para optimizar la operación de cada subsistema, comparando la capacidad de producción de H<sub>2</sub> limpio.
- Diseñar un control de asistencia que mantenga la producción nominal de H<sub>2</sub> independientemente de la variabilidad del viento y la temperatura, aplicando criterios de estabilidad propios de los sistemas conmutados.

## 7.1. Dispositivos de acoplamiento al bus DC

La Fig. 7.2 muestra un esquema de implementación electrónica del acoplamiento del SGRH eólico asistido por la red eléctrica [187]. Allí pueden distinguirse los dispositivos que conectan los subsistemas principales a un bus común de tensión continua  $u_{dc}$ . A izquierda del bus se tiene el rectificador a diodos que conecta el SCEE, el cual consta de una turbina eólica de *pitch* variable acoplada a un GSIP mediante una caja multiplicadora en el caso más general. A derecha del bus se tiene el convertidor electrónico bidireccional que implementa la conexión a la red. Por último en el centro se observa el acoplamiento directo al bus del electrolizador alcalino. En consecuencia la corriente  $i_E$  queda determinada por la característica eléctrica del arreglo de  $N_{se} \times N_{pe}$  celdas del electrolizador. El modelo empírico de dicha característica es el expresado en la ecuación (5.7) del Cap. 5. Para la determinación de las corrientes  $i_R$  e  $i_C$  suministradas al bus por la

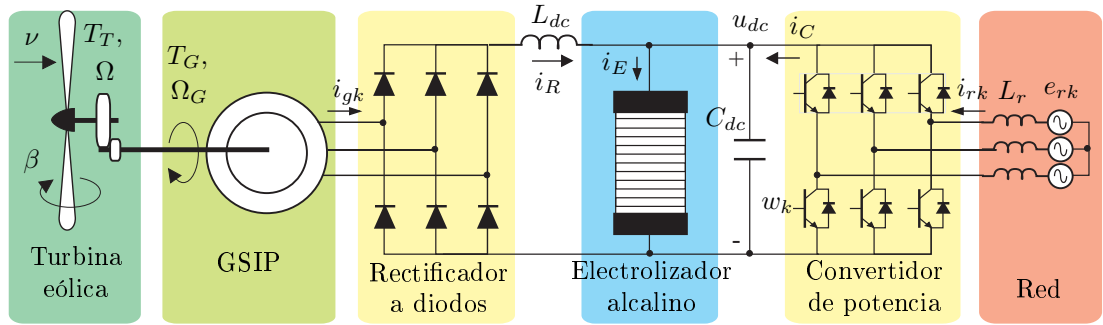


Figura 7.2: Esquema del acoplamiento del SGRH eólico asistido por red

turbina eólica y la red eléctrica, respectivamente, es necesario plantear modelos de los dispositivos de acoplamiento mencionados. A continuación se describe un modelo promediado asociado al rectificador a diodos y uno híbrido asociado al convertidor electrónico. El modelo promediado resulta suficiente para captar el comportamiento de  $i_R$  a causa de su mayor dependencia con las variaciones de la entrada continua no controlada  $\nu$ , mientras que el comportamiento de  $i_C$  requiere un modelo híbrido debido a la acción de control ejercida por las entradas discretas  $w_k$  del convertidor.

### 7.1.1. Rectificador a diodos del lado del generador

El modelo de la salida del rectificador que se propone en esta sección se puede obtener por análisis del circuito eléctrico de la Fig. 7.3. Allí se representa el GSIP desde los terminales de estator con el sistema trifásico presentado en el Cap. 6.1.3. Obsérvese que las tensiones sinusoidales en conexión estrella  $\{e_{fk}\}_{k=\{0,1,2\}}$  se en-

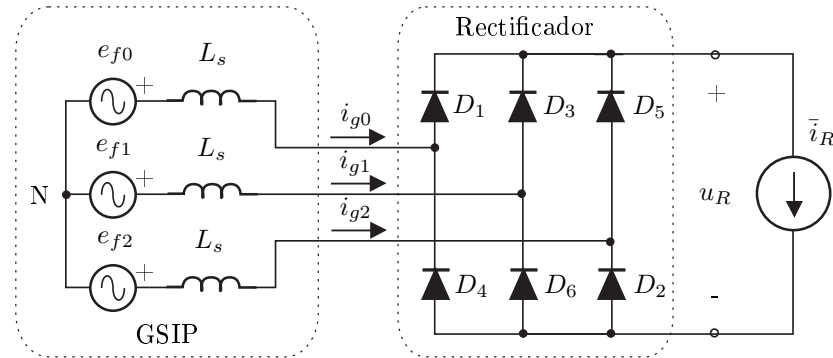


Figura 7.3: Circuito eléctrico del GSIP y el rectificador a diodos

cuentran en serie con inductancias sincrónicas  $L_s$ . Su tensión pico por fase  $\hat{E}_f$  y frecuencia angular  $\omega_e$  están dadas por la expresión (6.9). Las corrientes estatóricas  $\{i_{gk}\}_{k=\{0,1,2\}}$  se inyectan al bus de tensión continua a través de las ramas del rectificador a diodos trifásico. Cada corriente se deriva al terminal (+) del bus cuando conduce el diodo superior de la rama correspondiente, mientras que la misma proviene del terminal (-) cuando conduce el diodo inferior de esa rama.

La carga vista a la salida del rectificador se representa con una fuente de corriente de valor medio  $\bar{i}_R$ . Esta aproximación usualmente empleada en el análisis de rectificadores trifásicos considera que el valor de  $L_{dc}$  es suficientemente alto para filtrar el *ripple* de la corriente  $i_R$  suministrada al bus [162].

Si se desprecian las inductancias sincrónicas ( $L_s \approx 0$ ) se puede probar que para cada instante de tiempo conducen únicamente dos diodos: uno del grupo  $\{D_1, D_3, D_5\}$  que conmuta al terminal (+) y uno del grupo  $\{D_2, D_4, D_6\}$  que conmuta al terminal (-). En tal caso la tensión de salida  $u_R$  se calcula como:

$$u_{Ro} = e_{f(+)} - e_{f(-)}, \quad (7.1)$$

donde  $e_{f(+)}$  y  $e_{f(-)}$  se corresponden con  $e_{f\{k\}}$  según el estado de conducción del grupo de diodos de los terminales (+) y (-), respectivamente. Tal correspondencia se infiere de las curvas de tensiones y corrientes trifásicas del GSIP de la Fig. 7.4. La periodicidad de  $u_{Ro}$  observada en la figura permite obtener el valor medio con la siguiente integral:

$$\bar{u}_{Ro} = 6 \times \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/6}^{5\pi/6} \hat{E}_f \sin(\omega_e t) d(\omega_e t) = \frac{3}{\pi} \sqrt{3} \hat{E}_f. \quad (7.2)$$

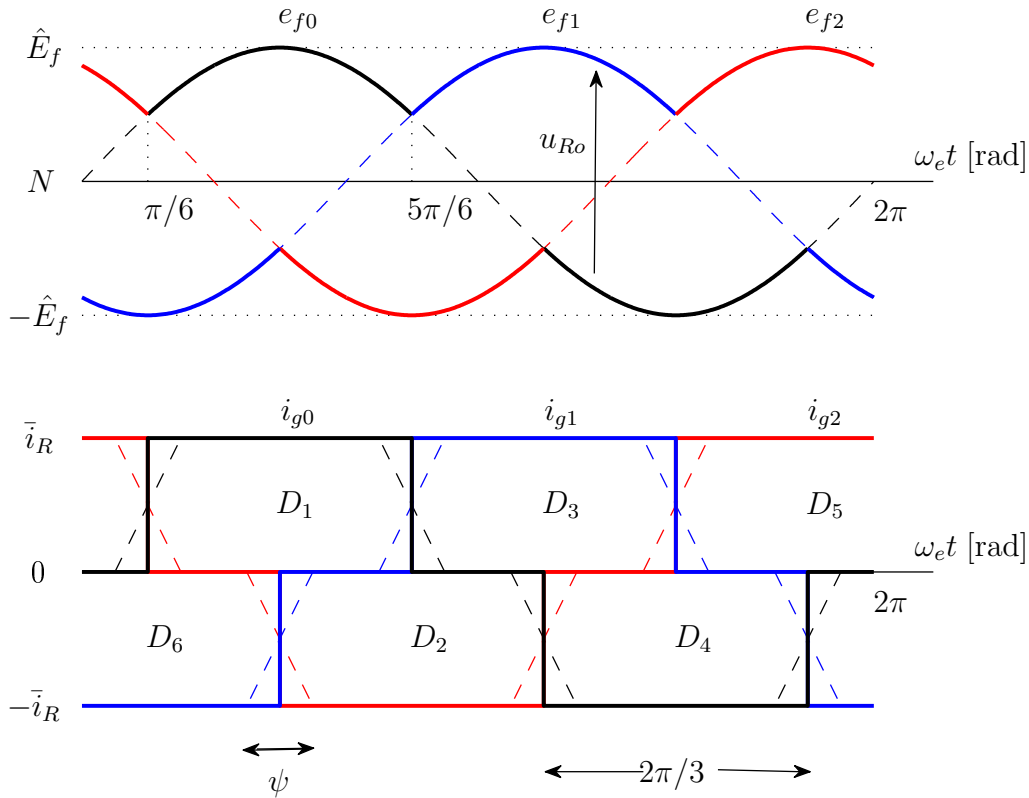


Figura 7.4: Tensiones y corrientes trifásicas del GSIP

Dado que en la práctica  $L_s \neq 0$ , los saltos observados en las corrientes  $\{i_{gk}\}$  tienden a suavizarse. Esto produce un lapso de tiempo durante el cual conducen dos diodos de los grupos (+) o (-): uno que gradualmente pasa al estado de conducción frente a otro que gradualmente se abre. En la Fig. 7.4 se destaca



como ejemplo el ángulo de solapamiento  $\psi$  entre los diodos  $D_6$  y  $D_2$  del grupo (-). Si  $\psi$  es menor a  $60^\circ$ , su efecto en la salida del rectificador se puede expresar con la siguiente caída de tensión media [188]:

$$\bar{u}_R = \bar{u}_{Ro} - \frac{3}{\pi} \omega_e L_s \bar{i}_R. \quad (7.3)$$

Reemplazando (7.1) y (6.9) en (7.3) se obtiene la siguiente característica eléctrica de salida:

$$\bar{u}_R = \frac{3}{\pi} p \Omega_G \left( \sqrt{3} \Phi - L_s \bar{i}_R \right), \quad (7.4)$$

donde la velocidad  $\Omega_G$  del generador actúa como parámetro. Este último también vincula las variables de salida del rectificador con el par  $T_G$  en el eje del generador mediante la siguiente equivalencia que resulta de despreciar las pérdidas en la conversión electromecánica:

$$\Omega_G T_G \equiv \bar{p}_G = \bar{u}_R \bar{i}_R. \quad (7.5)$$

Las variables mecánicas  $\Omega_G$  y  $T_G$  del GSIP permiten acoplar la ecuación de salida (7.4) al modelo de turbina eólica de *pitch* variable dado en las secciones 6.1.1 y 6.1.2. Teniendo en cuenta la adaptación de velocidades efectuada por la caja multiplicadora:

$$\Omega_G = k_{cm} \Omega, \quad (7.6)$$

la dinámica (6.7) de la velocidad rotórica  $\Omega$  resulta:

$$\dot{\Omega} = \frac{1}{J} (T_T - k_{cm} T_G), \quad (7.7)$$

donde  $T_T$  es la cupla producida en el eje de la turbina a causa del viento incidente de velocidad  $\nu$  y  $J$  es la inercia referida al lado izquierdo de la caja multiplicadora (ver Fig. 7.2).

Como modelo del coeficiente  $c_P$  que caracteriza la potencia  $p_T$  capturada por el rotor eólico se consideran las expresiones (6.3) y (6.4). Como modelo de actuador del ángulo de paso  $\beta$  que permite limitar  $p_T$  se considera la dinámica (6.8).

Dado que la dinámica eléctrica es considerablemente más rápida que la mecánica (7.7) y (6.8) del SCEE, basta considerar (7.4) como modelo cuasi-estático del comportamiento eléctrico.

### 7.1.2. Convertidor bidireccional del lado de la red

El intercambio de potencia eléctrica con la red se implementa mediante un convertidor trifásico alimentado por tensión [162]. Según se muestra en la Fig. 7.2, el mismo consta de tres ramas conformadas por dos llaves bidireccionales cada una. El control de éstas se diseña de modo que en cualquier instante de tiempo conduce una sola llave de cada rama. Por tanto el convertidor se puede modelizar con tres llaves selectoras representadas en el circuito eléctrico de la Fig. 7.5. Por su parte la red eléctrica se modeliza con un sistema sinusoidal trifásico en conexión estrella. Cada fase  $k \in \{0, 1, 2\}$  compuesta por un generador  $e_{rk}$ , de tensión pico  $\hat{E}_r$  y frecuencia angular  $\omega_r$ , en serie con una inductancia  $L_r$  entrega una corriente  $i_{rk}$ . La carga vista a la salida del convertidor se representa con una fuente de tensión de valor  $u_G$ .

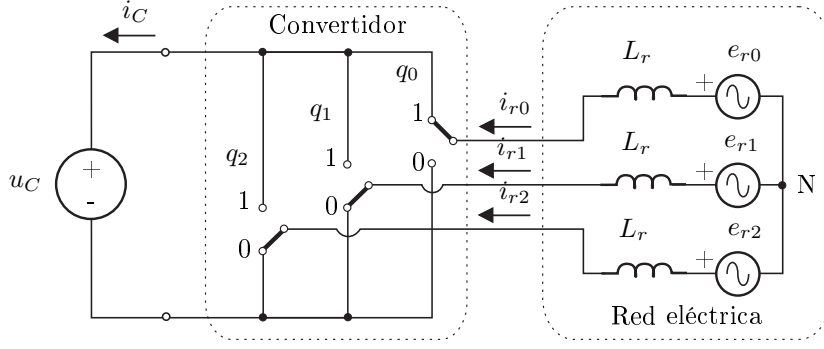


Figura 7.5: Circuito eléctrico simplificado del convertidor de potencia de red

### Modelo en el marco de coordenadas de fase

La posición de la llave selectora de la rama  $k$  se comanda mediante la señal de conmutación  $q_k \in \{0,1\}$  indicada en la Fig. 7.5. Se observa que para el valor  $q_k = 1$  la llave conecta la fase  $k$  al terminal (+) de la salida, mientras que para  $q_k = 0$  la misma queda conectada al terminal (-). La combinación de posiciones de las tres llaves se asocia a un estado discreto que toma valores según la siguiente conversión binaria a decimal:

$$q = 2^2 q_2 + 2^1 q_1 + 2^0 q_0, \quad (7.8)$$

es decir que  $q \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ . En la Fig. 7.5 se representa la combinación correspondiente a  $q = 1$ . Las siete combinaciones restantes se corresponden con otras tantas variantes de estructura circuital.

Para facilitar el análisis dinámico de cada estructura circuital, se va a considerar la topología patrón de la Fig. 7.6. Para que ésta represente un estado de  $q$  dado se debe asignar correctamente a la tensión  $U$  un determinado valor  $\{u_C, 0, -u_C\}$ , y se debe hacer corresponder apropiadamente los subíndices  $\{a, b, c\}$  con los valores  $\{0, 1, 2\}$ . Por ejemplo el estado  $q = 1$  representado en la Fig. 7.5 resulta de hacer los siguientes asignaciones en la topología patrón:  $U = -u_C$  y  $\{a = 1, b = 2, c = 0\}$  ó  $\{a = 2, b = 1, c = 0\}$ . Como casos particulares se pueden distinguir los estados  $q = 0$  y  $q = 7$ , los cuales se obtienen haciendo  $U = 0$  en el patrón. Claramente la asignación de valores de  $\{a, b, c\}$  es indistinta en ambos casos.

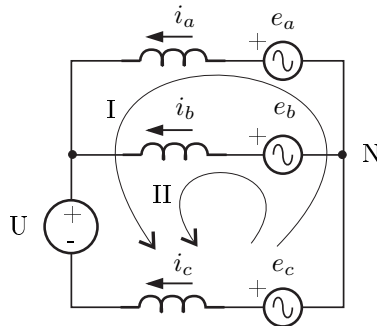


Figura 7.6: Topología circuital patrón del estado de las llaves del convertidor

Las ecuaciones de estados continuos de la topología patrón se obtienen aplicando las leyes de Kirchhoff a las mallas I y II y el nodo N como se indica a continuación:

$$\text{malla I} : L_r \frac{di_a}{dt} - L_r \frac{di_c}{dt} = e_a - e_c - U, \quad (7.9)$$

$$\text{malla II} : L_r \frac{di_b}{dt} - L_r \frac{di_c}{dt} = e_b - e_c - U, \quad (7.10)$$

$$\text{nodo N} : L_r \frac{d}{dt} (i_a + i_b + i_c) = 0. \quad (7.11)$$

La ecuación matricial de la que se desprenden (7.9), (7.10) y (7.11) es:

$$L_r \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_a - e_c - U \\ e_b - e_c - U \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (7.12)$$

La siguiente expresión de la derivada del vector de estados se extrae de (7.12) sustituyendo la condición de balance del sistema trifásico ( $e_a + e_b + e_c = 0$ ):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = \frac{1}{L_r} \begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} + \frac{2U}{3L_r} \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (7.13)$$

La dinámica continua del circuito asociado a cada valor de  $q$  se puede obtener de (7.13) sustituyendo apropiadamente  $U$  y  $\{a, b, c\}$  por  $\{u_C, 0, -u_C\}$  y  $\{0, 1, 2\}$ , respectivamente. Reordenando filas a fin de obtener en todos los casos el vector de estados continuos:

$$i_{r\{k\}} = [i_{r0} \quad i_{r1} \quad i_{r2}]^T, \quad (7.14)$$

se obtienen las siguientes dinámicas en el marco de coordenadas de fase:

$$\frac{di_{r\{k\}}}{dt} = \frac{1}{L_r} e_{r\{k\}} - \frac{2u_C}{3L_r} M q_{\{k\}}, \quad (7.15)$$

donde

$e_{r\{k\}} = [e_{r0} \quad e_{r1} \quad e_{r2}]^T$  es el vector de entradas continuas;

$q_{\{k\}} = [q_0 \quad q_1 \quad q_2]^T$  es la representación binaria del estado discreto  $q$ ; y

$$M = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \\ -1/2 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (7.16)$$

La corriente del convertidor  $i_C$  suministrada a la fuente de tensión  $u_C$  se puede expresar en función de las variables trifásicas como:

$$i_C = q_{\{k\}}^T i_{r\{k\}}. \quad (7.17)$$

**Modelo en el marco de coordenadas d-q**

Desde el punto de vista del control resulta más conveniente representar la señales en un marco de referencia rotante a la frecuencia de red, en lugar de uno estático como el de coordenadas  $k = 0, 1, 2$  implementado previamente. La representación en coordenadas en cuadratura d-q tiene la ventaja de que en régimen permanente las señales sinusoidales se transforman en constantes. También se caracteriza por contener información de la potencia activa y reactiva entregada por el generador trifásico, como se indica más adelante.

La matriz que transforma las variables del marco trifásico en variables del marco d-q es:

$$A_{dq}^k = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (7.18)$$

donde  $\theta = \omega_r t$ . Dicha matriz y su traspuesta satisfacen las siguientes propiedades:

$$A_{dq}^k (A_{dq}^k)^T = \frac{2}{3} I_2, \quad (7.19)$$

$$(A_{dq}^k)^T A_{dq}^k = (\frac{2}{3})^2 M, \quad (7.20)$$

donde  $I_2$  es la matriz identidad y  $M$  es la matriz (7.16). La aplicación de la propiedad (7.20) a la dinámica (7.15) y la propiedad (7.19) a la derivada de la transformación del vector de estados continuos:

$$i_{\{dq\}} = [i_d \quad i_q]^T = A_{dq}^k i_{\{k\}}, \quad (7.21)$$

devuelve la dinámica continua del convertidor en el marco d-q:

$$\frac{di_{\{dq\}}}{dt} = A_\omega i_{\{dq\}} + \frac{1}{L_r} (e_{\{dq\}} - u_C q_{\{dq\}}) \quad (7.22)$$

donde

$e_{\{dq\}} = [e_d \quad e_q]^T = A_{dq}^k e_{r\{k\}}$  es el vector de entradas transformado;

$q_{\{dq\}} = [q_d \quad q_q]^T = A_{dq}^k q_{\{k\}}$  es el vector transformado asociado a  $q$ ; y

$$A_\omega = \omega_r \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (7.23)$$

Las potencias activa y reactiva a través de las líneas de la red se obtienen a partir de las coordenadas d-q como sigue:

$$p_C = \frac{3}{2} (e_d i_d + e_q i_q) \quad (7.24)$$

$$q_C = \frac{3}{2} (e_d i_q - e_q i_d) \quad (7.25)$$

Si el eje  $d$  se alinea con la tensión de fase  $e_{r0}$  de manera que  $e_d = \hat{E}_r$  y  $e_q = 0$ , entonces  $p_C$  y  $q_C$  pasan a depender de  $i_d$  e  $i_q$ , respectivamente.

## 7.2. Análisis de estrategias de asistencia

Gracias a la asistencia de la red eléctrica el SGRH eólico de la Fig. 7.2 puede operar en diversos modos que satisfacen diferentes criterios. En esta sección se evalúan tres modos de operación directamente relacionados con los siguientes objetivos de control: máxima captura de energía eólica, mínimo consumo de potencia de red y máxima producción de  $H_2$ . El análisis se realiza utilizando un modelo de circuito equivalente que representa el régimen permanente del sistema. El lugar de operación de los tres subsistemas del modelo (turbina eólica, electrolizador, convertidor del lado de red) se representa en el mismo plano tensión–corriente. Como resultado de su conexión a un bus común de tensión continua, los puntos de operación de los tres componentes se pueden caracterizar eligiendo una única variable como parámetro. Con base en dicha caracterización se pueden comparar fácilmente las capacidades de los modos de operación, especialmente aquellas vinculadas a la producción de  $H_2$  limpio.

Recuérdese que la aplicación del SGRH considerada en este capítulo no tiene como propósito proveer energía eólica a la red sino cubrir los requerimientos locales de producción de  $H_2$  con la asistencia de la red. De manera que la instalación de 100 kW que se considera a continuación resulta aceptable para los fines del análisis propuesto. Si bien la metodología es aplicable a diferentes dimensionamientos de los dispositivos, por simplicidad se hacen coincidir las potencias nominales del SCEE y el electrolizador. El modelo del electrolizador se dimensiona fijando los parámetros  $n$  y  $A$  de la característica (5.7) a 154 celdas y 0.14 m<sup>2</sup>, respectivamente. En lo que respecta al modelo SCEE, se pretende poner de relieve el efecto de la restricción impuesta por el rectificador en el desempeño integral del sistema operando en cada modo. En consecuencia se consideran los parámetros de la turbina  $k_{cm} = 1$  en (7.6) y  $\beta^* = 0$  en (6.8) con el propósito de eliminar el efecto de la caja multiplicadora y el actuador de ángulo de paso, respectivamente.

### 7.2.1. Lugar de operación en el plano tensión–corriente

El comportamiento eléctrico de los subsistemas del SGRH puede caracterizarse mediante sus corrientes en función de la tensión de sus terminales. Luego, representadas en un plano tensión–corriente, las mismas determinan el lugar de operación de los subsistemas. Debido a que los tres subsistemas se conectan a un bus común de tensión continua, sus potenciales en el punto de conexión quedan fijados por la tensión del bus, esto es:

$$u_R = u_E = u_C = u_{dc}. \quad (7.26)$$

Esto permite modelizar a los subsistemas con ramas eléctricas en paralelo según el esquema circuital de la Fig. 7.7. La conexión a una tensión continua común impone restricciones al flujo de corrientes y potencia de los subsistemas que se analizan a continuación.

**Nota:** Las variables escritas de aquí en adelante en letras mayúsculas indican su estado estacionario.

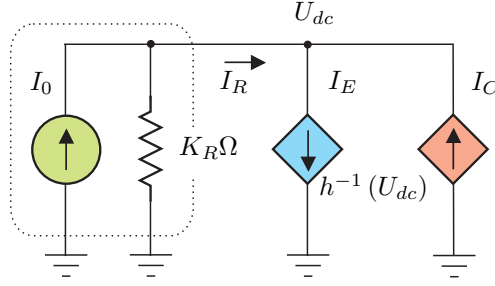


Figura 7.7: Circuito equivalente del modelo del SGRH en estado estacionario

### Lugar geométrico de puntos de operación del SCEE

El subcircuito de la Fig. 7.7 que modeliza el SCEE consta de una fuente de corriente constante:

$$I_0 = \sqrt{3}\Phi/L_s, \quad (7.27)$$

en paralelo con una resistencia proporcional a la velocidad rotórica  $\Omega$ , siendo la constante de proporcionalidad:

$$K_R = \frac{3}{\pi}pL_s. \quad (7.28)$$

La deducción y cálculo de (7.27) y (7.28) surge de la característica eléctrica (7.4). En consecuencia la salida del rectificador como función de la tensión del bus y la velocidad rotórica resulta:

$$I_R(U_{dc}, \Omega) = I_0 - U_{dc}/K_R\Omega. \quad (7.29)$$

Tomando  $\Omega$  como parámetro, la expresión (7.29) genera una familia de rectas con pendiente negativa en el plano tensión-corriente. La recta en trazo punteado de la Fig. 7.8 denominada  $I_R^{\Omega_N}$  representa la operación a velocidad nominal ( $\Omega_N$ ). Por tanto, los puntos de operación admisibles se ubican a la izquierda de dicha recta. La corriente  $I_R$  también se puede representar tomando la cupla  $T_G$  del generador como parámetro. De (7.5), (7.26) y (7.29) resulta la siguiente expresión:

$$T_G = K_R I_R (I_0 - I_R). \quad (7.30)$$

La expresión (7.30) cuadrática en  $I_R$  tiene dos soluciones. Una de ellas puede descartarse por exceder la corriente nominal del generador. Por lo tanto la única solución válida es:

$$I_R(T_G) = \frac{1}{2} \left( I_0 - \sqrt{I_0^2 - 4T_G/K_R} \right). \quad (7.31)$$

Tomando  $T_G$  como parámetro, (7.31) genera en el plano tensión-corriente una familia de rectas horizontales debido a que aquí  $I_R$  no depende de la tensión del bus. La recta horizontal de trazo punteado de la Fig. 7.8 denominada  $I_R^{T_N}$  corresponde a la operación al par nominal ( $T_G^N$ ) y representa el límite superior de la región de operación del generador. Dado que la igualdad  $T_G = T_T$  se mantiene

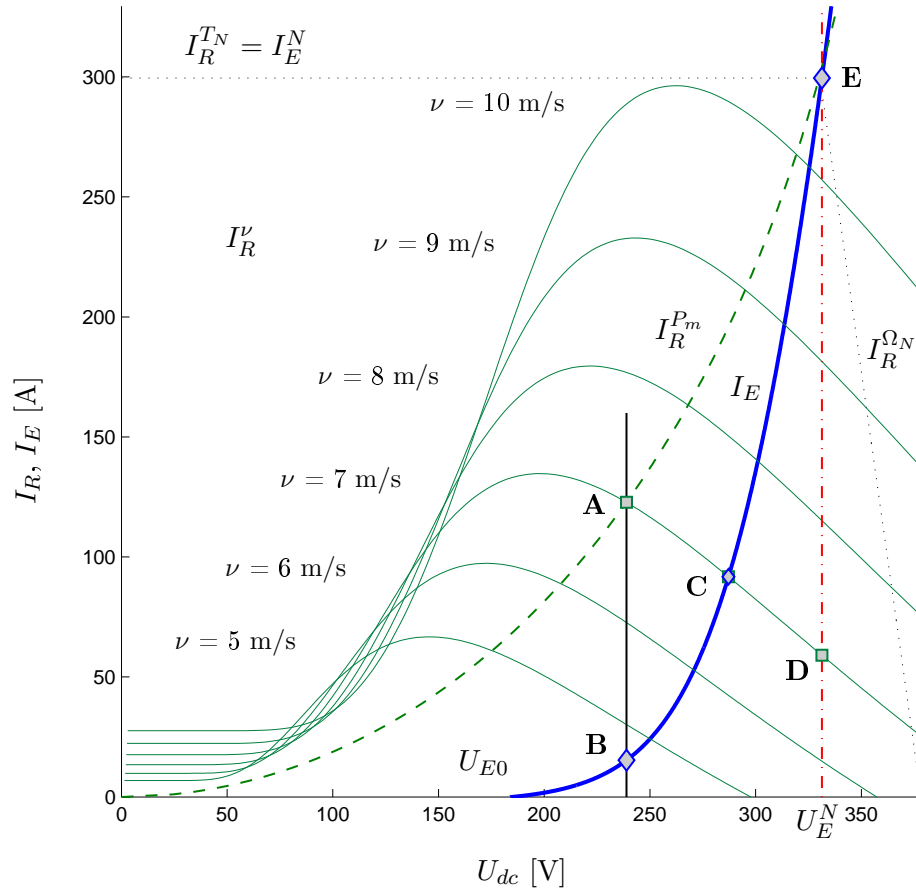


Figura 7.8: Lugar de operación del SCEE (— — potencia máxima; - · - potencia nominal) y el electrolizador (—) en el plano tensión-corriente

en condiciones de estado estacionario, (6.6) y (6.2) pueden reemplazarse en (7.31) para obtener  $I_R$  en función de  $\nu$  y  $\lambda$ :

$$I_R(\nu, \lambda) = \frac{1}{2} \left( I_0 - \sqrt{I_0^2 - \frac{4RP_T(\nu, \lambda)}{K_R \nu \lambda}} \right). \quad (7.32)$$

Para cada par  $(\nu, \lambda)$  el punto de operación en el plano tensión-corriente es  $(U_{dc}, I_R)$ , donde la primera coordenada que resulta de (6.2), (7.29) y (7.32) es:

$$U_{dc}(\nu, \lambda) = \frac{K_R \nu \lambda}{2R} \left( I_0 + \sqrt{I_0^2 - \frac{4RP_T(\nu, \lambda)}{K_R \nu \lambda}} \right). \quad (7.33)$$

La velocidad del viento  $\nu$  puede interpretarse como el parámetro que genera una familia de curvas  $I_R^\nu(U_{dc}^\nu)$  en función de  $\lambda$ . En la Fig. 7.8 se representa en trazo fino una serie de curvas para valores discretos de  $\nu$  dentro del rango de operación de la turbina.

**Nota:** Es importante hacer notar que estas curvas características no son la representación convencional de la aerodinámica de la turbina de viento, comúnmente representada en el plano velocidad-par.

En la Fig. 7.8 se indican tres puntos de operación **A**, **C** y **D** que corresponden a diferentes valores de  $\lambda$  para la misma velocidad de viento  $\nu = 7$  m/s. En particular, **A** corresponde a  $\lambda = \lambda_o$ . Por lo tanto este punto alcanza la máxima captura de potencia eólica (6.13). La misma se puede obtener para cualquier otra velocidad de viento evaluando las coordenadas (7.32) y (7.33) en  $\lambda_o$ . El lugar de máxima potencia eólica es la curva discontinua  $I_R^{P_m}(U_{dc})$  de la Fig. 7.8, la cual puede describirse mediante la función inversa de la siguiente expresión:

$$U_{dc} = \sqrt{K_R^3 I_R^{P_m} (I_0 - I_R^{P_m})^3 / K_0}, \quad (7.34)$$

donde  $K_0$  es la constante definida en (6.14).

### Lugar geométrico de puntos de operación del electrolizador

La rama de la Fig. 7.7 que modeliza el subsistema electrolizador es una fuente de corriente que depende de la tensión del bus de acuerdo con la inversa de la ley (5.7). La expresión matemática que denominamos  $h^{-1}(U_{dc})$  es:

$$I_E = A \left[ \frac{s}{r} W \left( \frac{r}{st} \exp \left( \frac{1}{s} \left( \frac{U_{dc}}{n} - U_{rev} + \frac{r}{t} \right) \right) \right) - \frac{1}{t} \right], \quad (7.35)$$

donde  $W(z)$  es la función W de Lambert aplicada en la sección 5.1.3. En efecto, aquí puede verificarse que la evaluación de (7.35) en su inversa  $h(\cdot)$  devuelve la siguiente identidad:

$$W \left( x(I_E) \exp \left( x(I_E) \right) \right) = x(I_E), \quad (7.36)$$

donde

$$x(I_E) = \frac{r}{s} \left( \frac{I_E}{A} + \frac{1}{t} \right). \quad (7.37)$$

Una de las ventajas de utilizar la función W de Lambert es que evita la aplicación de técnicas aproximadas, tales como la interpolación lineal sugerida en [189]. El lugar de operación del electrolizador se representa con trazo grueso en la Fig. 7.8, donde los puntos de operación **B**, **C** y **E** corresponden a tres tensiones de bus diferentes. En particular, **E** corresponde a la tensión nominal  $U_E^N$  del electrolizador. Los puntos de operación nominal del electrolizador y el SCCE coinciden conforme al presente caso de estudio.

### Lugar geométrico de puntos de operación del convertidor

La fuente de corriente de la Fig. 7.7 que modeliza el subsistema convertidor del lado de la red depende del control conmutado del convertidor de acuerdo con (7.17). Sin embargo, debido a que el nodo del circuito en régimen permanente satisface la primera ley de Kirchhoff independientemente del control conmutado, se debe adicionar la siguiente condición:

$$I_C = I_E - I_R. \quad (7.38)$$



Por lo tanto la corriente  $I_C$  puede interpretarse en el plano tensión–corriente de la Fig. 7.8 como la diferencia entre la curvas de corriente del electrolizador y el SCEE a tensión constante. Por ejemplo, en  $\nu = 7$  m/s la diferencia entre **E** y **D** devuelve  $I_C > 0$ , es decir que  $I_C$  es suministrada por la red. Por el contrario, la diferencia entre **B** y **A** devuelve  $I_C < 0$ , lo que significa que  $I_C$  se inyecta a la red desde el bus a la tensión correspondiente. Finalmente, el punto **C** común a ambas curvas implica que  $I_C = 0$ .

### 7.2.2. Modos de operación y estrategias de control

Los resultados obtenidos en la subsección previa muestran la existencia de una correspondencia biunívoca entre el par  $(\nu, \lambda)$  y los puntos de operación establecidos en cada subsistema. En efecto, a cada par fijo  $(\nu^*, \lambda^*)$  le corresponde un sólo punto de operación  $(U_{dc}^*, I_R^*)$  del SCEE según (7.32) y (7.33). A la tensión del bus  $U_{dc}^*$  le corresponde una corriente del electrolizador  $I_E^*$  de acuerdo con (7.35), y a la diferencia entre esta última e  $I_R^*$  le corresponde únicamente una corriente de convertidor  $I_C^*$  según (7.38). Esta correspondencia biunívoca garantiza por tanto la existencia de una referencia  $I_C^*$  del controlador de corriente del convertidor que lleva al sistema a operar en  $\lambda = \lambda^*$  cuando  $\nu = \nu^*$ . De esta manera los modos de operación pueden caracterizarse mediante el valor deseado de  $\lambda$  ante un valor de  $\nu$  dado.

En esta subsección se determinan valores de  $\lambda$  característicos y se esbozan esquemas de control para tres modos de operación específicos. Los mismos están estrechamente relacionados con estrategias de control que satisfacen distintos requerimientos tales como óptima captura de potencia eólica, mínimo intercambio de potencia con la red y máxima tasa de producción de  $H_2$ .

#### Modo I: Operación a óptima captura de potencia eólica

En este modo el lugar de operación del SCEE corresponde a la curva de máxima potencia  $I_R^{P_m}$  graficada en trazo discontinuo en el plano de la Fig. 7.8. Por ejemplo, a la velocidad de viento  $\nu = 7$  m/s le corresponde el punto de operación **A** del SCEE. A causa del bus común de tensión continua, el punto de operación del electrolizador correspondiente es **B**.

Dado que por definición los puntos de operación (7.34) del SCEE satisfacen

$$\lambda = \lambda_o \quad (7.39)$$

para todo  $\nu$ , claramente dicho valor de  $\lambda$  es el que caracteriza este modo de operación. El mismo se grafica en función de  $\nu$  con un recta horizontal  $\lambda_I$  de trazo discontinuo en la Fig. 7.9.

El cumplimiento de (7.39) implica la optimización de la captura de potencia eólica (6.6), es decir:

$$P_T \equiv P_{T_o}(\nu) = p_\nu c_{P_o}. \quad (7.40)$$

En consecuencia el modo I satisface el objetivo de control de extraer tanta potencia del viento como sea posible. Significa que el controlador de este modo debe llevar la potencia de la turbina  $P_T$  hacia su valor máximo  $P_{T_o}$ . Ésto se puede

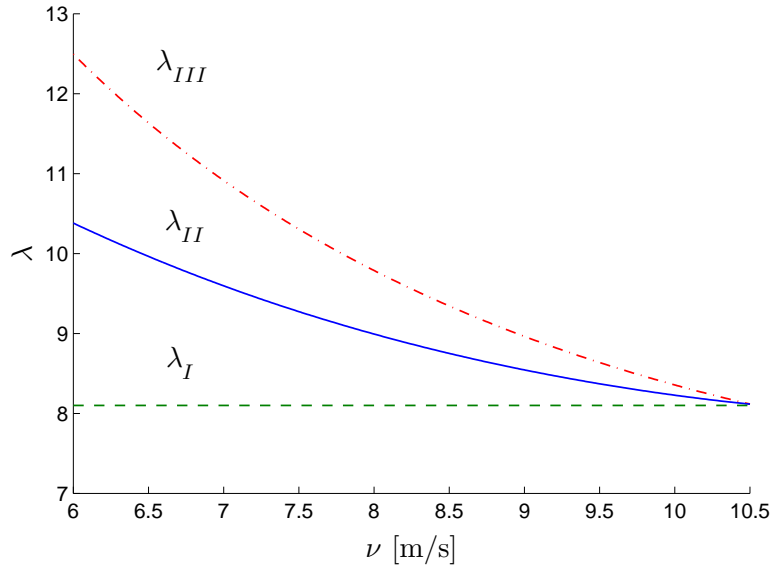


Figura 7.9: Funciones características de cada modo de operación

implementar evitando la medición de  $\nu$  con un esquema de control similar al de la Fig. 6.8. Efectivamente, en el controlador genérico de la Fig. 7.10 la variable de entrada  $e_I$  mide el error entre la referencia  $p_{T_o}$  dependiente de  $\Omega$  según (6.13) y la potencia del generador obtenida como el producto de  $\bar{i}_R$  y  $u_{dc}$ . La coincidencia de  $\bar{p}_G$  con  $p_{T_o}$  asegura el cumplimiento de (7.40) en estado estacionario. Por consiguiente un requerimiento para el diseño de  $\mathcal{C}_I$  es obtener error de estado estacionario nulo. La salida del controlador entrega la referencia de corriente del convertidor  $I_C^*$  que permite operar en el modo I.

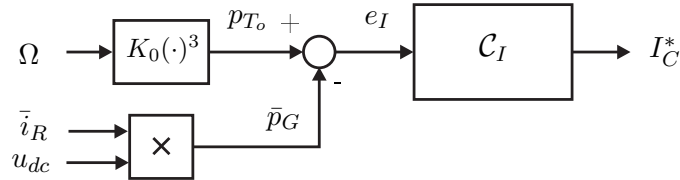


Figura 7.10: Esquema en bloques para un controlador genérico del modo I

Si la tensión del bus  $U_{dc}(\nu, \lambda_I)$  se multiplica por las corrientes  $I_R(\nu, \lambda_I)$  e  $I_E(U_{dc})$  se obtiene la dependencia de las potencias de la turbina  $P_T$  y del electrolizador  $P_E$  con el viento, respectivamente. Ambas se muestran en la Fig. 7.11a para un rango de  $\nu$  dado. Se hace notar que  $P_T$ , representada en trazo discontinuo, coincide con la potencia eólica óptima dada en (7.40). Por su parte,  $P_E$  en trazo continuo es menor que  $P_T$  para todos los  $\nu$  considerados. Es decir que la diferencia entre  $P_E$  y  $P_T$ , que es la potencia  $P_C$  del convertidor, resulta negativa. Este hecho puede verificarse también en la Fig. 7.8 (ver el resultado negativo que surge de la diferencia de ordenadas entre los puntos **B** y **A**). Significa que en este modo de operación el electrolizador aprovecha únicamente una fracción de la potencia eólica generada mientras que el resto es inyectado a la red.

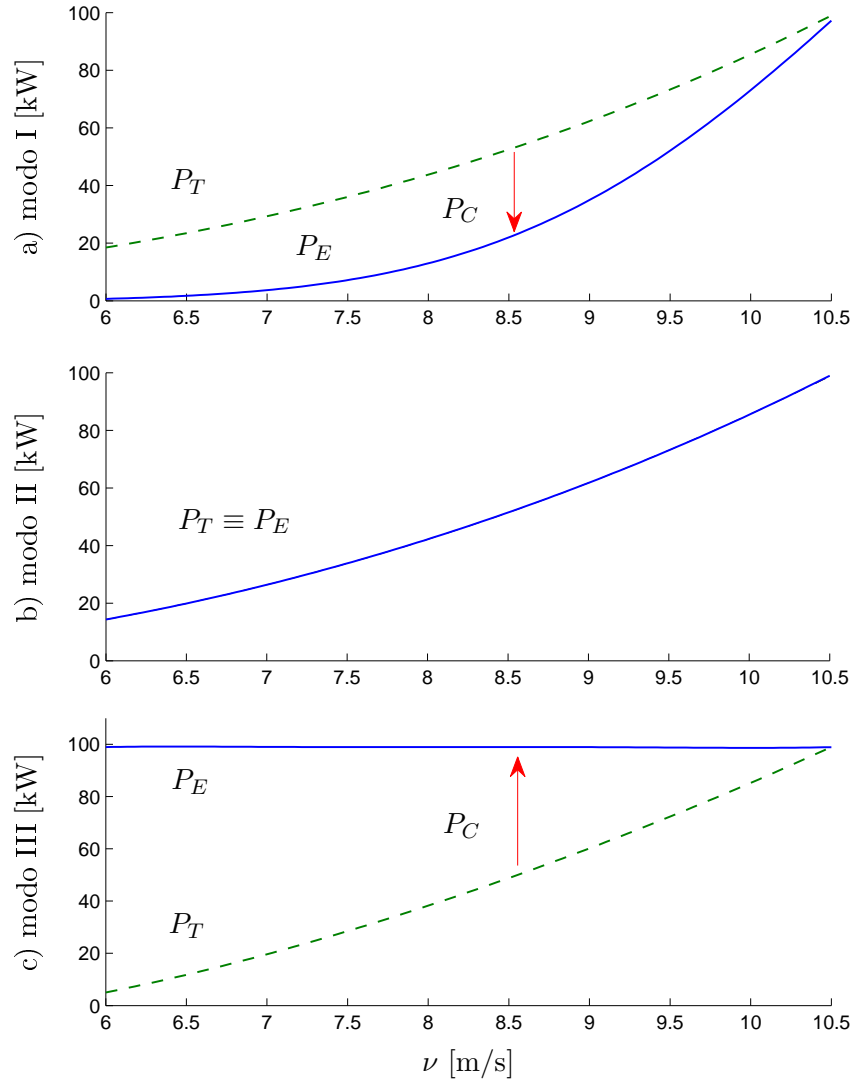


Figura 7.11: Potencias de la turbina, el electrolizador y el convertidor para el modo de operación: a) I, b) II, y c) III;

### Modo II: Operación a estado estacionario autónomo

El lugar de operación del SCEE en el plano de la Fig. 7.8 correspondiente a este modo coincide con la curva  $I_E$  del electrolizador. Es decir que tanto el SCEE como el electrolizador operan en el mismo punto. Por ejemplo a  $\nu = 7$  m/s le corresponde el punto de operación **C** definido por la intersección de  $I_E$  con la curva  $I_R^\nu$  respectiva. Para velocidades de viento genéricas  $\nu$ , dicha intersección implica que (7.32) y (7.33) satisfacen (7.35), lo que implica la siguiente condición en términos de  $\nu$  y  $\lambda$ :

$$U_{dc}(\nu, \lambda) - h(I_R(\nu, \lambda)) = 0. \quad (7.41)$$

El cálculo numérico de la dependencia explícita de  $\lambda$  con  $\nu$ , la cual llamaremos función característica del modo de operación II, se representa en la Fig. 7.9 con la curva continua  $\lambda_{II}$ .

La coincidencia de los puntos de operación del SCEE y el electrolizador implica

por (7.38) la siguiente condición del convertidor electrónico en estado estacionario:

$$I_C \equiv 0. \quad (7.42)$$

Esto significa que en promedio no existe intercambio de potencia con la red. Por tanto, el régimen permanente del sistema exhibirá un comportamiento autónomo, con la ventaja de que el convertidor del lado de la red aún se encuentra disponible para controlar la respuesta transitoria. Aquí el convertidor del lado de la red se controla para que se comporte como un filtro activo de las fluctuaciones de potencia debidas a la turbulencia eólica. Así se evitan altos gradientes en la corriente del electrolizador, que podrían incrementar el desgaste interno, las impurezas y pérdidas energéticas mencionadas en la sección 3.2.4. Por consiguiente en este modo se pueden satisfacer simultáneamente los objetivos de control de minimizar el intercambio de potencia media con la red y suavizar las fluctuaciones del viento.

En la Fig. 7.12 se muestra un esquema de controlador del modo II. La variable de entrada  $e_{II}$  mide el error entre  $i_R$  y  $i_E$ . Para evitar el seguimiento de variaciones rápidas de potencia eólica,  $e_{II}$  se pasa a través de un filtro pasa-bajos. El objetivo de llevar a cero el intercambio de potencia media se alcanza con un controlador estable  $C_{II}$  capaz de anular  $\bar{e}_{II}$  en estado estacionario.

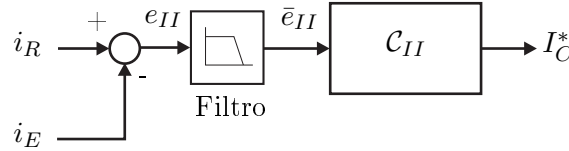


Figura 7.12: Esquema en bloques para un controlador genérico del modo II

Las potencias  $P_T$  y  $P_E$  de este modo pueden obtenerse a partir de  $U_{dc}$ ,  $I_R$  e  $I_E$  procediendo de la misma manera que en el modo I. Ambas se representan en la Fig. 7.11b con una misma curva continua. Esta coincidencia satisface el objetivo de control de minimizar la potencia  $P_C$  en estado estacionario, la cual se anula de acuerdo con la condición (7.42). Nótese que la potencia de la turbina  $P_T$  aquí es menor que en el modo I para todos los valores de  $\nu$  dados.

### Modo III: Operación a potencia nominal del electrolizador

En este modo el lugar de operación del SCEE en el plano de la Fig. 7.8 es la recta vertical  $U_{dc} = U_E^N$  de trazo discontinuo y punteado. Por ejemplo a la condición  $\nu = 7$  m/s corresponde el punto de operación **D**. Así se fuerza al subsistema electrolizador a operar en el punto **E**, es decir a su potencia nominal. Esta condición se mantiene para todo  $\nu$  debido a que la tensión del bus queda fijada a la tensión nominal del electrolizador. Esto es, (7.33) es igual a  $U_E^N$ . En consecuencia se cumple la siguiente condición en términos de  $\nu$  y  $\lambda$ :

$$U_{dc}(\nu, \lambda) - U_E^N = 0. \quad (7.43)$$

A partir de esta igualdad se puede obtener numéricamente la función característica del modo III, es decir la dependencia explícita de  $\lambda$  con  $\nu$ . La misma se representa en la Fig. 7.9 mediante la curva  $\lambda_{III}$  de trazo discontinuo y punteado.

La operación del electrolizador a su potencia nominal implica que:

$$I_E \equiv I_E^N, \quad (7.44)$$

valor de corriente tal que optimiza la tasa de producción de  $H_2$  (ver en sección 3.2.4: “modo de operación nominal del electrolizador”). Por consiguiente el modo de operación III satisface el objetivo de control de maximizar la producción de  $H_2$ . Las características principales del controlador que cumple tal objetivo se representan con el esquema genérico de la Fig. 7.13. El bloque  $C_{III}$  representa un controlador que hace  $e_{III} = 0$  en estado estacionario. La variable de entrada  $e_{III}$  mide el error entre  $I_E^N$  e  $i_E$ .

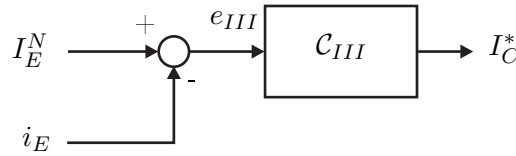


Figura 7.13: Esquema en bloques para un controlador genérico del modo III

La Fig. 7.11c muestra las potencias  $P_E$  y  $P_T$  obtenidas a partir de (7.43) como función de la velocidad del viento. La potencia del electrolizador,  $P_E$  en trazo continuo, se mantiene constante en la potencia nominal del electrolizador satisfaciendo el objetivo de control de este modo de operación. La potencia de la turbina eólica,  $P_T$  en trazo discontinuo, es menor que  $P_E$  para todo  $\nu$ . Por consiguiente la diferencia entre ellos ( $P_C$ ) es siempre positiva (ver también la diferencia de ordenadas de los puntos **E** y **D** en la Fig. 7.8). En consecuencia en este modo la red entrega parte de la potencia consumida por el electrolizador. Nótese que  $P_T$  es bastante menor que en los modos I y II. Tal situación indica que en este modo se desperdicia el potencial de la turbina de viento.

Como resultado de comparar las potencias obtenidas más arriba por medio de las diferentes estrategias de control se pueden hacer, entre otras, las siguientes observaciones:

- la potencia máxima de la turbina únicamente se puede obtener en el modo I inyectando una parte de ésta a la red, mientras que la parte restante entregada al electrolizador es considerablemente menor que en los modos II y III;
- la porción de potencia de la turbina entregada al electrolizador es máxima en el modo II, donde el rol desempeñado por la red se limita al filtrado de las perturbaciones en la potencia eólica;
- la potencia del electrolizador en el modo III, si bien máxima con respecto a los modos I y II, viene principalmente de la red en una proporción que se incrementa a medida que la velocidad del viento decrece.

### 7.2.3. Producción de hidrógeno limpio

Esta subsección se dedica a evaluar la producción de  $H_2$  del sistema operando en los modos propuestos en la subsección previa. Reemplazando en (3.10) las corrientes del electrolizador determinadas para cada modo de operación se pueden obtener las tasas de producción de  $H_2$  correspondientes. Los resultados se muestran en la Fig. 7.14 como función de la velocidad del viento  $\nu$ . Se observa que para todo  $\nu$  la tasa máxima corresponde al modo III, lo que verifica el objetivo de control relacionado al mismo. La tasa que sigue corresponde al modo II mientras que la más baja es la del modo I. La razón por la cual la tasa de producción del modo I es la menor de todas, a pesar de extraer la máxima potencia de la turbina, es que la mayor parte de dicha potencia se deriva a la red. A medida que el viento se aproxima a la velocidad nominal, los tres modos convergen a la tasa nominal  $f_{H_2}^N$ .

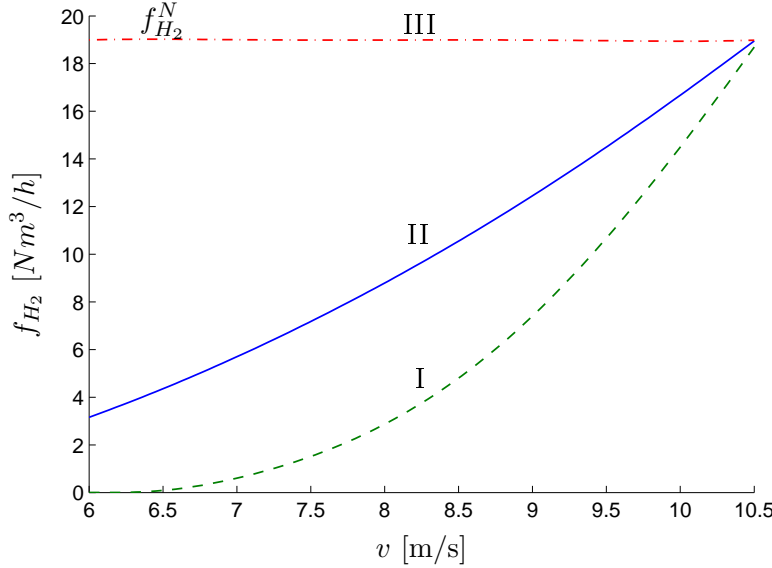


Figura 7.14: Tasa de producción de  $H_2$  de los modos I-III

Resulta de interés identificar la porción del  $H_2$  generado que proviene de una fuente de energía renovable (de aquí en más se llamará a éste “ $H_2$  limpio”). En el sistema bajo estudio el mismo se puede determinar identificando la porción de corriente del electrolizador entregada por la turbina. La Fig. 7.8 muestra que la  $I_E$  total proviene de la turbina en el modo I, siendo ésta siempre menor que  $I_R$ . En el modo II  $I_E$  e  $I_R$  coinciden, mientras que en el modo III  $I_E$  es mayor. En el último caso el exceso provisto por la red se adiciona a la  $I_R$  total aportada por la fuente renovable. Por tanto una expresión de la corriente de suministro de origen renovable  $I_{Re}$  válida para todo los modos de operación es:

$$I_{Re} = \min(I_R, I_E), \quad (7.45)$$

Reemplazando (7.45) en (3.10) se obtiene la tasa de producción de  $H_2$  limpio  $f_{H_2}^l$  para cada modo. La Fig. 7.15 muestra estos resultados en términos de porcentaje de  $f_{H_2}^N$  en función de  $\nu$ .

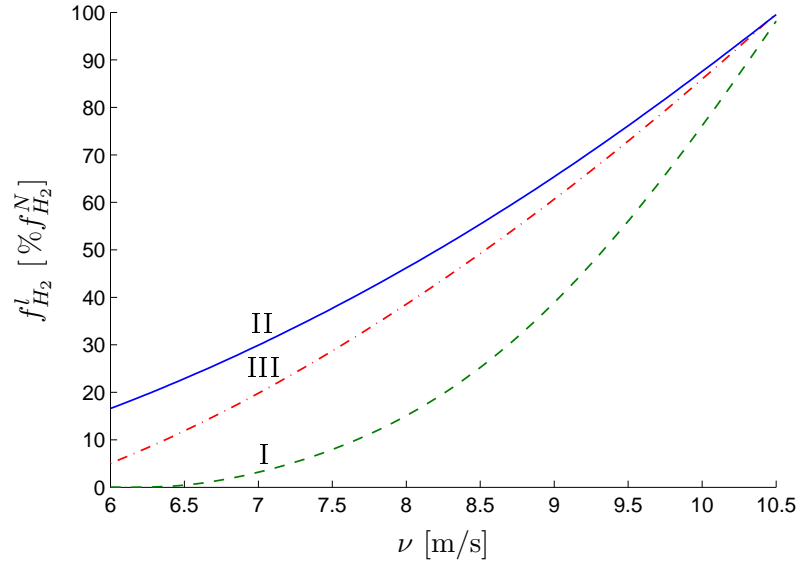


Figura 7.15: Tasa de producción de  $H_2$  limpio respecto de  $f_{H_2}^N$  de los modos I-III

Nótese que las tasas de los modos I y II originales no están siendo afectadas aquí, debido a que las mismas son 100 % limpias, mientras que la del modo III cae debido a la sustracción de la corriente suministrada por la red. Puede concluirse por comparación directa que con el modo II se obtiene la máxima producción de  $H_2$  limpio para el rango de  $\nu$  dado. Sin embargo resulta interesante remarcar que  $f_{H_2}^l$  del modo III supera la del modo I. Es decir que la operación en condiciones nominales del electrolizador, a pesar de que consume energía eléctrica de la red, produce mayores cantidades de  $H_2$  limpio que aquella operación que maximiza la energía renovable.

### 7.3. Control para optimizar la producción de $H_2$

En esta sección se aplica al SGRH eólico bajo estudio la asistencia de red que optimiza la generación de hidrógeno. Es decir que entre los modos de operación analizados previamente se va a optar por el III, que es el que fija la tasa de producción de  $H_2$  a su valor nominal según lo indicado en la Fig. 7.14. Respecto al  $H_2$  limpio se hace notar que tal modo es el más cercano a la producción óptima establecida por el modo II, como pudo deducirse de la Fig. 7.15. Por tanto aquí se propone un sistema de control que regula la corriente del electrolizador a su valor nominal con independencia de las turbulencias del viento. En bajas velocidades de viento el electrolizador se alimenta complementariamente de la turbina eólica y de la red mientras que en velocidades altas la red absorbe las fluctuaciones de la potencia eólica que no llega a filtrar el mecanismo de control de *pitch*.

Para el diseño del control se va a tener en cuenta que la dinámica del SGRH presenta escalas de tiempo diferenciadas. La dinámica de las corrientes de la red eléctrica (7.22) por una parte se asocia a la escala rápida debido a la baja impedancia  $\omega_r L_r$  propia de redes fuertes. Por otra parte la dinámica del bus de tensión continua se asocia a la escala lenta debida a la capacidad  $C_{dc}$  que filtra

las fluctuaciones de tensión del bus por desbalances de potencia. Esto motiva la implementación del controlador genérico  $\mathcal{C}_{III}$  de la Fig. 7.13 mediante dos lazos de realimentación de diferente ancho de banda en configuración cascada. En el esquema de control de la Fig. 7.16 se observa que  $I_E^N$  es la referencia del lazo externo de la cascada, el cual regula la corriente del electrolizador y en consecuencia la tensión del bus de continua. La salida del mismo es a su vez la referencia del lazo interno, el cual regula las corrientes de red mediante una estrategia de conmutación adecuada del convertidor.

En paralelo con  $\mathcal{C}_{III}$  opera un lazo de control que regula la corriente del rectificador  $i_R$  con el fin de limitar la captura de potencia eólica. Éste se observa en lado izquierdo de la Fig. 7.16 y su salida constituye la referencia  $\beta^*$  del actuador de ángulo de paso. El mismo controla la dinámica más lenta debida al subsistema mecánico, el cual involucra a la inercia  $J$  y la constante de tiempo  $\tau_\beta$  del SCEE (ver (7.7) y (6.8)). La referencia  $I^*$  del lazo puede superar  $I_E^N$  si se considera una potencia nominal de la turbina superior a la del electrolizador.

A continuación se describe en detalle el diseño del controlador de cada uno los lazos de control propuestos.

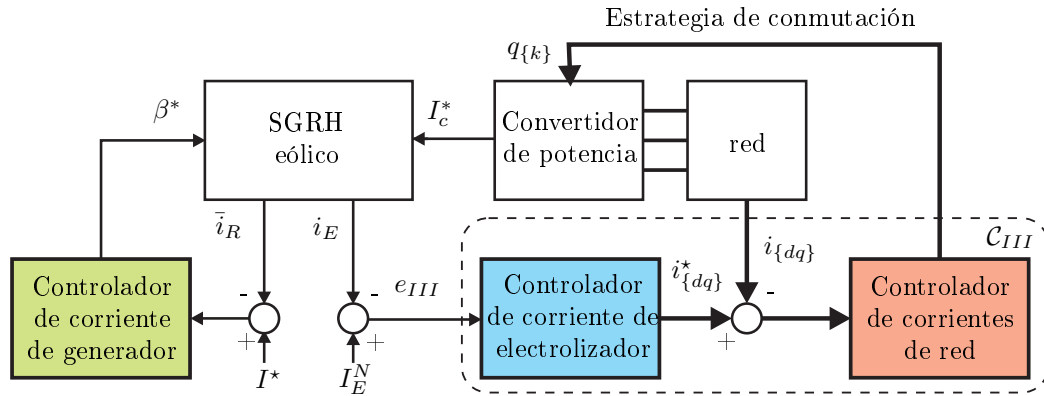


Figura 7.16: Esquema de control para optimizar la producción de  $H_2$

### 7.3.1. Lazo de control de corrientes de red

El objetivo de este lazo de realimentación es regular en el marco d-q las corrientes de red  $i_{\{dq\}}$  en el valor deseado  $i_{\{dq\}}^*$ . El mismo se va a alcanzar estabilizando el sistema afín conmutado:

$$\dot{x} = f_q(x, \theta) = A_\omega x + b_q(\theta), \quad (7.46)$$

siendo

$$b_q(\theta) = A_\omega i_{\{dq\}}^* + \frac{1}{L} e_{\{dq\}} - \frac{1}{L_r} u_C q_{\{dq\}}. \quad (7.47)$$

Tal sistema se obtiene a partir de la dinámica (7.22) haciendo el cambio de variable

$$x = i_{\{dq\}} - i_{\{dq\}}^*. \quad (7.48)$$



y considerando  $i_{\{dq\}}^*$  prácticamente constante. Por consiguiente se desea que el control satisfaga el estado estacionario  $x^* = 0$ . Éste no puede alcanzarse con ninguno de los estados discretos  $q$  de (7.46) debido a que sus puntos de equilibrio

$$f_q(x_q^*, \theta) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x_q^* = A_\omega^{-1} b_q(\theta) \quad (7.49)$$

dependen del parámetro  $\theta$  variante en el tiempo y por lo general no son nulos. Significa que la conmutación entre los subsistemas lineales es una condición necesaria para alcanzar y permanecer en un entorno de  $x^*$ , el cual se va a llamar “equilibrio conmutado” [190].

Para el diseño de la lógica de conmutación se va a implementar a continuación la estrategia de proyección mínima, la cual se obtiene con base en la FCL según se expuso en la subsección 4.3.1 del Cap. 4. Uno de los atractivos de esta estrategia, desde el punto de vista de ingeniería, es la simplicidad de su interpretación y aplicación.

### Estabilización mediante la estrategia de proyección mínima

El sistema conmutado (7.46) se estabiliza mediante la señal de conmutación:

$$q^* = \arg \left\{ \min_{q \in \mathcal{Q}} x^T f_q(x, \theta) \right\}, \quad (7.50)$$

según establece la estrategia de proyección mínima. Nótese que el estado discreto  $q^*$  seleccionado para cada par  $(x, \theta)$  entre todos los posibles  $q$  es tal que la proyección del campo  $f_{q^*}$  sobre  $x$  precisamente se minimiza. Reemplazando (7.46) en (7.50) se tiene:

$$q^* = \arg \left\{ \min_{q \in \mathcal{Q}} x^T (A_\omega x + b_q(\theta)) \right\} \quad (7.51)$$

El problema de minimización se resuelve analizando el término de (7.51) dependiente de  $q$ . Esto es:

$$\min_{q \in \mathcal{Q}} \{x^T b_q(\theta)\} = \min_{q \in \mathcal{Q}} \left\{ -\frac{1}{L_r} u_C x^T q_{\{dq\}} \right\} \quad (7.52)$$

A continuación se desarrolla el argumento de (7.52) para determinar la negatividad del producto escalar, por lo que se dejan de lado los factores positivos:

$$-x^T q_{\{dq\}} = q_{\{k\}}^T (A_{dq}^k)^T (-x) = q_{\{k\}}^T g_{\{k\}} = \sum_{k=0}^2 q_k g_k(x, \theta). \quad (7.53)$$

Se observa que la aparición de cada término escalar

$$g_k(x, \theta) = \frac{2}{3} x_2 \sin(\theta - 2k\pi/3) - \frac{2}{3} x_1 \cos(\theta - 2k\pi/3) \quad (7.54)$$

de la sumatoria se comanda con la señal binaria  $q_k$  correspondiente y que su signo depende del par  $(x, \theta)$ . Por consiguiente el mínimo de (7.53) se consigue con la combinación  $q_{\{k\}}^*$  que adiciona los términos  $g_k$  únicamente cuando son negativos. Es decir que para todo  $k$  se debe satisfacer:

$$g_k(x, \theta) < 0 \quad \Rightarrow \quad q_k^* = 1, \quad (7.55)$$

$$g_k(x, \theta) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad q_k^* = 0. \quad (7.56)$$

Nótese que (7.55) y (7.56) se pueden interpretar como condiciones de guarda de las transiciones discretas de un autómata híbrido. Las mismas se pueden expresar con la función signo matricial:

$$\text{sign}(g_{\{k\}}) = [\text{sign}(g_0) \quad \text{sign}(g_1) \quad \text{sign}(g_2)]^T \quad (7.57)$$

de manera de obtener la dependencia explícita con los estados continuos del vector de conmutación:

$$q_{\{k\}}^* = [\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{2}]^T - \frac{1}{2} \text{sign} \left\{ (A_{dq}^k)^T (-x) \right\}. \quad (7.58)$$

Finalmente el estado discreto escalar  $q^*$  que resuelve el problema de minimización (7.51) se obtiene reemplazando el vector (7.58) en (7.8).

### Condición de estabilidad bajo conmutación restringida a $q^*$

Según lo visto en la sección 4.3.1, la estrategia Min-Projection minimiza la derivada de la función cuadrática

$$V(x) = \frac{1}{2} x^T x. \quad (7.59)$$

En efecto, sustituyendo (7.50) en la derivada de (7.59) resulta:

$$\dot{V} = \dot{V}_{q^*} = x^T f_{q^*}(x, \theta) = \min_{q \in Q} \left\{ \dot{V}_q \right\}. \quad (7.60)$$

Sin embargo la minimización (7.60) no garantiza que  $\dot{V}$  sea negativa para todo  $x \in \text{Dom}(q^*)$ . Tal condición es requerida por la definición 4.10 para que (7.59) sea candidata a FCL del sistema afín conmutado (7.46). En particular la estabilidad exponencial de dicho sistema bajo conmutación restringida se demuestra con la siguiente variante de la condición (4.9):

$$x^T (A_\omega x + b_{q^*}(\theta)) \leq -cx^T x \quad \forall x \in \text{Dom}(q^*), \quad (7.61)$$

donde  $c$  es una constante positiva. Sustituyendo (7.47) en (7.61) y reescribiendo en términos del vector  $\bar{v}$  se obtiene:

$$x^T \underbrace{\left( cx + A_\omega i_{\{dq\}} + \frac{1}{L_r} e_{\{dq\}} - \frac{1}{L_r} u_C q_{\{dq\}} \right)}_{\bar{v}} \leq 0. \quad (7.62)$$

La interpretación geométrica de la condición (7.62) establece que la dirección de  $\bar{v}$  en el límite de la estabilidad exponencial es normal a  $x$ . Tal situación se representa en el plano  $x_1$ - $x_2$  de la Fig. 7.17. Allí se grafica  $\bar{v}$  como resultante de los vectores que lo componen. El vector que corresponde al primer término de la suma dada en (7.62) es siempre colineal con  $x$ . El que corresponde a la suma del segundo y tercer término se hace colineal para considerar la combinación de  $i_{\{dq\}}$  y  $e_{\{dq\}}$  más desfavorable. En efecto, se puede verificar que la proyección en  $x$  mínima de la resultante  $\bar{v}$  es más negativa para cualquier otra orientación de

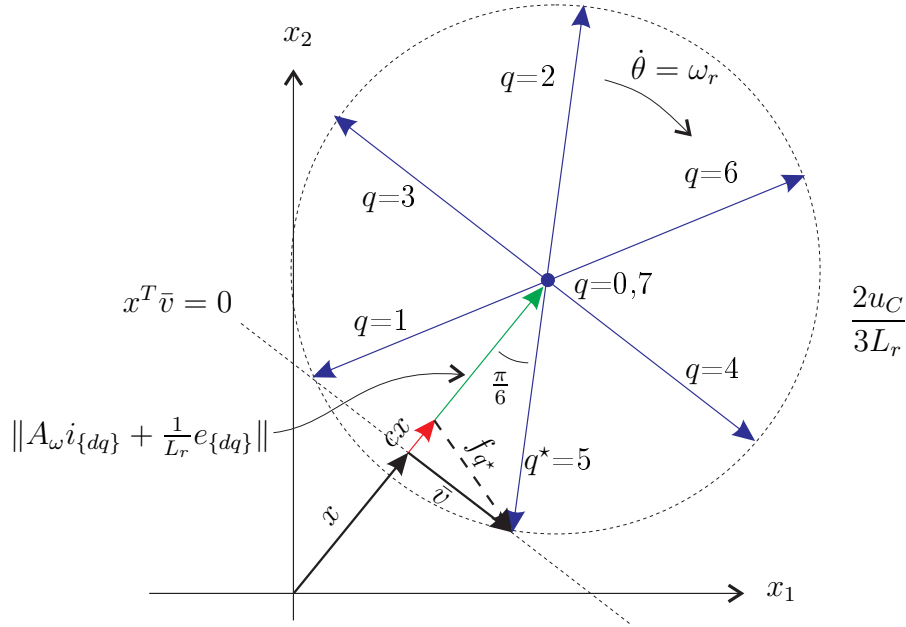


Figura 7.17: Interpretación geométrica de la condición de estabilidad

ambos vectores. Finalmente el vector que proviene del término discreto admite la siguiente representación fasorial en función de  $q_k$ :

$$-\frac{1}{L_r}u_C q_{\{dq\}} \equiv \frac{2u_C}{3L_r} \sum_{k=0}^2 q_k e^{-j(\theta - 2\pi k/3 - \pi)}. \quad (7.63)$$

En la Fig. 7.17 se representa la posición relativa de los fasores (7.63) en función de  $q$ . Nótese que los fasores correspondientes a  $q = 0$  y  $q = 7$  tienen módulo nulo, mientras que los restantes se inscriben en una circunferencia de radio  $2u_C/3L_r$  que gira en sentido horario a velocidad  $\dot{\theta} = \omega$ . Para el instante  $t = 0$  considerado  $\theta$  es tal que el mínimo  $x^T \bar{v}$  es cero, ya sea por selección del fasor  $q = 1$  o  $q = 5$ . Obsérvese que el triángulo rectángulo formado con este último fasor implica la siguiente igualdad:

$$c\|x\| + \left\| A_\omega i_{\{dq\}} + \frac{1}{L_r} e_{\{dq\}} \right\| = \frac{2u_C}{3L_r} \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{u_C}{\sqrt{3}L_r}, \quad (7.64)$$

la cual permite establecer una cota superior de  $c$ . Ésta se expresa en función de las coordenadas d-q mediante sustitución de (7.23):

$$c < c^* = \frac{u_C/\sqrt{3} - \sqrt{(e_d + \omega_r L_r i_q)^2 + (e_q - \omega_r L_r i_d)^2}}{L_r \|x(0)\|}. \quad (7.65)$$

Dado que  $c > 0$ , la cota (7.65) implica la condición:

$$\left(i_d - \frac{e_q}{\omega_r L_r}\right)^2 + \left(i_q + \frac{e_d}{\omega_r L_r}\right)^2 < \left(\frac{u_C}{\omega_r L_r \sqrt{3}}\right)^2, \quad (7.66)$$

la cual indica el interior de una circunferencia de centro  $(e_q/\omega_r L_r, -e_d/\omega_r L_r)$  y radio  $u_C/\omega_r L_r \sqrt{3}$  como región de operación del convertidor en el plano d-q donde el control híbrido propuesto es exponencialmente estable. Dicha estabilidad se corrobora intuitivamente en la Fig. 7.17, donde  $x$  representa un punto  $i_{\{dq\}}$  cercano a la frontera de la región (7.66). Obsérvese que siempre existe un  $c > 0$ , por más pequeño que éste sea, tal que el campo vectorial  $f_{q^*}$  apunta en una dirección que fuerza la trayectoria  $x(t)$  hacia el origen a medida que  $i_{\{dq\}}$  se aproxima a la frontera.

### Superficie de conmutación y regímenes deslizantes

Resulta de interés analizar la conmutación dependiente de los estados (7.58) en términos de una superficie del estilo descrito en la sección 4.1.2. Considérese la superficie de conmutación definida por la salida:

$$S_{\{dq\}} = i_{\{dq\}}^* - i_{\{dq\}} = -x, \quad (7.67)$$

la cual se anula en el origen mientras que  $\forall x \neq 0$  tal que  $i_{\{dq\}}$  satisface (7.66) se verifica:

$$\lim_{S_{\{dq\}} \rightarrow 0} S_{\{dq\}}^T \dot{S}_{\{dq\}} < 0. \quad (7.68)$$

Esta desigualdad surge directamente de sustituir (7.67) en la condición de estabilidad (7.61) y se interpreta geométricamente como la propiedad de la trayectoria de estados continuos de apuntar siempre hacia el origen representado por la variedad:

$$\mathcal{S} = \{x \in \mathbb{R}^2 \mid S_{\{dq\}} = 0\}. \quad (7.69)$$

La propiedad local (7.68) es precisamente la condición necesaria y suficiente para la existencia de modos deslizantes o *sliding mode* (SM) en  $\mathcal{S}$ . Este comportamiento propio de los sistemas de estructura variable se describió en la sección 4.1.4. El mismo se establece luego de alcanzarse  $\mathcal{S}$  en tiempo finito restringiendo la dinámica (7.46) a dicha variedad por medio de una acción de conmutación infinitamente rápida. Para los fines prácticos se va a considerar como acción de control la entrada:

$$w_{\{k\}} = 2q_{\{k\}} - \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (7.70)$$

tal que admite los valores simétricos  $w_k = \pm 1$  y en el marco d-q satisface:

$$w_{\{dq\}} = A_{dq}^k w_{\{k\}} = 2q_{\{dq\}}. \quad (7.71)$$

Nótese que ambas entradas de control,  $w_{\{dq\}}$  y  $q_{\{dq\}}$ , aparecen explícitamente en (7.46) y por lo tanto en la derivada de la salida (7.67). Es decir que  $S_{\{dq\}}$  exhibe la condición de grado relativo que permite forzar la alcanzabilidad e invarianza del origen mediante una adecuada acción de conmutación. Sustituyendo (7.67) y (7.70) en (7.58) se obtiene la acción de control discontinua  $w_{\{dq\}}$  referida al marco de coordenadas de fase:

$$w_{\{k\}} = -\text{sign}((A_{dq}^k)^T S_{\{dq\}}). \quad (7.72)$$

La estrategia de proyección mínima (7.58) formulada en términos de  $\mathcal{S}$  y  $w_{\{k\}}$  en (7.72) permite corroborar la similitud con el control por modo deslizante de convertidores AC-DC propuesto en [27] por Utkin et al.

La dinámica  $\dot{x} = f_{SM}$  del modo deslizante debe ser tal que  $x$  no abandone  $\mathcal{S}$ , variedad que por definición es el equilibrio conmutado  $x^*=0$ . Esto implica que el modo deslizante coincide con dicho estado estacionario y que el campo vectorial  $f_{SM}$  es nulo. A pesar de la aparente simplicidad de tal dinámica, se hace notar a continuación que la regularización de Filippov que le da origen (ver sección 4.1.4) dista de ser trivial.

### Equilibrio conmutado por regularización de Filippov

Sea la inclusión diferencial de Filippov  $\dot{x} = f_{SM}$ ,

$$f_{SM} = co \{f_q\}_{q \in \mathcal{Q}} \triangleq \sum_{q=0}^7 \alpha_q f_q \quad \text{donde} \quad (7.73)$$

$$\alpha_q \geq 0 \quad \forall q \in \mathcal{Q} \quad (7.74)$$

$$\sum_{q=0}^7 \alpha_q = 1, \quad (7.75)$$

tal que  $x \in \mathcal{S}$ . Reemplazando en (7.73) las expresiones (7.46), (7.75) y  $x = 0$  resulta:

$$f_{SM} = \sum_{q=0}^7 \alpha_q b_q(\theta) = 0. \quad (7.76)$$

Tal condición se satisface con la siguiente igualdad vectorial obtenida por sustitución de (7.47) en (7.76):

$$\sum_{q=0}^7 \alpha_q \left( -\frac{1}{L_r} u_C q_{\{dq\}} \right) = -A_\omega i_{\{dq\}}^* - \frac{1}{L_r} e_{\{dq\}}. \quad (7.77)$$

Nótese que el lado izquierdo de (7.77) es una combinación convexa de los fasores (7.63) tal que admite una representación vectorial independiente de  $\theta$  en el plano d-q. En la representación de la Fig. 7.17 se vio que los fasores correspondientes a  $q = 0$  y 7 son nulos y que los fasores correspondientes a  $q = 6, 5$  y 3 son opuestos a los relativos a  $q = 1, 2$  y 4, respectivamente. Esto permite expresar la sumatoria en la forma matricial:

$$\sum_{q=0}^7 \alpha_q \left( -\frac{1}{L_r} u_C q_{\{dq\}} \right) = \frac{1}{L_r} u_C A_{dq}^k \begin{bmatrix} \alpha_6 - \alpha_1 \\ \alpha_5 - \alpha_2 \\ \alpha_3 - \alpha_4 \end{bmatrix} = \frac{2u_C}{3L_r} \rho \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{bmatrix}, \quad (7.78)$$

donde  $0 < \rho < 1$  y  $\varphi$  caracterizan el módulo y fase del lado derecho de (7.77), el cual depende de  $e_{\{dq\}}$  e  $i_{\{dq\}}^*$ . Para que tales variables sean independientes de  $\theta$  se

proponen los siguientes coeficientes:

$$\begin{aligned}
 \alpha_0 &= \alpha_7 = 0 \\
 \alpha_1 &= \alpha(\theta - \varphi - \pi) \\
 \alpha_2 &= \alpha(\theta - \varphi + \pi/3) \\
 \alpha_3 &= \alpha(\theta - \varphi + 2\pi/3) \\
 \alpha_4 &= \alpha(\theta - \varphi - \pi/3) \\
 \alpha_5 &= \alpha(\theta - \varphi - 2\pi/3) \\
 \alpha_6 &= \alpha(\theta - \varphi),
 \end{aligned} \tag{7.79}$$

donde  $\alpha(\cdot)$  es la función periódica par:

$$\alpha(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\theta) \tag{7.80}$$

tal que los coeficientes (7.79) satisfacen (7.74), (7.75) y (7.78). A partir de (7.75) y (7.78) se pueden deducir los siguientes coeficientes de Fourier (Ver Ap. A):

$$a_0 = \frac{1}{3}, \tag{7.81}$$

$$a_1 = \frac{1}{3}\rho \quad y \tag{7.82}$$

$$a_{6m} = a_{6m \pm 1} = 0. \tag{7.83}$$

El resto de los coeficientes de Fourier se eligen para cumplir con (7.74). En la Fig. 7.18 se representan mediante un diagrama fasorial las sinusoides de  $\alpha_q$  correspondientes a los armónicos de primer orden, considerándose  $\varphi = 0$ .

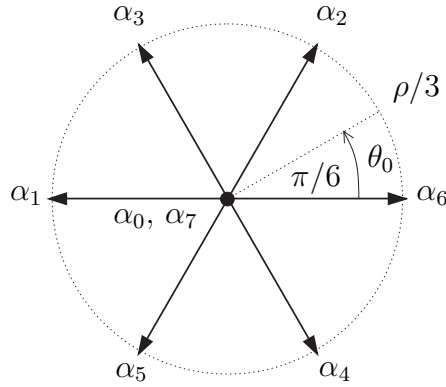


Figura 7.18: Diagrama fasorial de los armónicos de primer orden de  $\alpha_q$

El módulo de (7.78) depende del valor que asume el coeficiente  $\rho$  en el intervalo  $(0, 1)$ . Dicho valor depende directamente de la elección de los coeficientes  $a_n$ . Por ejemplo si para todo  $n \geq 2$  se elige  $a_n = 0$ , reemplazando (7.81) y (7.82) en (7.80) se tiene:

$$\alpha(\theta) = \frac{1}{6} + \frac{1}{3}\rho \cos \theta, \tag{7.84}$$

cuyo valor mínimo:

$$\alpha(\pi) = \frac{1}{6} - \frac{1}{3}\rho \geq 0 \tag{7.85}$$

para que se satisfaga (7.74). Es decir que dicha elección de  $a_n$  limita  $\rho$  al intervalo  $(0, 1/2)$ , por lo que resulta una solución demasiado conservativa.

Por consiguiente el valor máximo de  $\rho$  se va a determinar prescindiendo del arreglo de coeficientes de Fourier particular. Simplemente se van a aplicar las propiedades de los  $\alpha_q$  en el valor de fase significativo  $\theta_0 = \pi/6$  indicado en la Fig. 7.18. La matriz de transformación (7.18) evaluada en  $\theta_0$  es:

$$A_{dq}^k(\theta_0) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \end{bmatrix} \quad (7.86)$$

Por otra parte los coeficientes  $\alpha_q$  evaluados en  $\theta_0$  se equiparan de a pares como sigue:

$$\alpha_6(\theta_0) = \alpha_4(\theta_0) = \alpha(\pi/6), \quad (7.87)$$

$$\alpha_5(\theta_0) = \alpha_2(\theta_0) = \alpha(\pi/2), \quad (7.88)$$

$$\alpha_3(\theta_0) = \alpha_1(\theta_0) = \alpha(5\pi/6), \quad (7.89)$$

donde  $\varphi = 0$  sin pérdida de generalidad. Tales igualdades se pueden verificar en la Fig. 7.18 observando las proyecciones del fasorial que se obtendrían sobre el eje real si se rota en  $\theta_0$ . Reemplazando (7.86), (7.87), (7.88), (7.89) y  $\varphi = 0$  en (7.78) se tiene:

$$\begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ -1/2 & 1 & -1/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha(\pi/6) - \alpha(5\pi/6) \\ 0 \\ \alpha(5\pi/6) - \alpha(\pi/6) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7.90)$$

Operando se obtiene una ecuación no trivial correspondiente a la primera fila:

$$\alpha(\pi/6) = \frac{\rho}{\sqrt{3}} + \alpha(5\pi/6) \quad (7.91)$$

Por otra parte, forzando la propiedad (7.75) resulta:

$$\alpha(\pi/6) + \alpha(\pi/2) + \alpha(5\pi/6) = \frac{1}{2} \quad (7.92)$$

Reemplazando (7.91) en (7.92) se tiene:

$$\rho = \sqrt{3} \left( \frac{1}{2} - \alpha(\pi/2) - 2\alpha(5\pi/6) \right). \quad (7.93)$$

La maximización de dicha expresión de  $\rho$  debe satisfacer la restricción (7.74), lo cual equivale a  $\alpha(\theta) \geq 0 \forall \theta$ . En particular la elección:

$$\alpha(\pi/2) = \alpha(5\pi/6) = 0 \quad (7.94)$$

satisface  $\alpha(\pi/6) \geq 0$  (considere (7.91) donde  $\rho \geq 0$ ), al mismo tiempo que maximiza  $\rho$ . En efecto, reemplazando (7.94) en (7.93) resulta el máximo:

$$\rho_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad (7.95)$$

el cual evaluado en (7.78) devuelve la siguiente cota para el módulo de (7.77):

$$\left\| A_\omega i_{dq}^* + \frac{1}{L_r} e_{dq} \right\| \leq \frac{2u_C}{3L_r} \rho_{\max} = \frac{u_C}{\sqrt{3}L_r}. \quad (7.96)$$

Nótese que la cota (7.96) es coherente con la condición de estabilidad (7.64) aplicada al estado estacionario ( $x = 0$ ). En consecuencia los puntos de equilibrio conmutado  $i_{dq}^*$  considerados pertenecen a la región delimitada por la circunferencia (7.66). Se puede comprobar que la misma coincide con la zona lineal de la técnica denominada “modulación PWM vectorial” (*space-vector modulation*, SVM [191]). Para cualquiera de los  $i_{dq}^*$  fuera de dicha región no existe elección de coeficientes  $a_n$  de la regularización de Filippov que satisfaga  $\rho > \rho_{\max}$ . En consecuencia el establecimiento de regímenes deslizantes en  $\mathcal{S}$  queda descartado.

En la Fig. 7.19 se representa la región de operación por modo deslizante que surge de sustituir

$$e_d = \hat{E}_r \quad \text{y} \quad e_q = 0 \quad (7.97)$$

en (7.66). Como se mencionó en la sección 7.1.2 la alineación de la tensión  $e_{r0}$

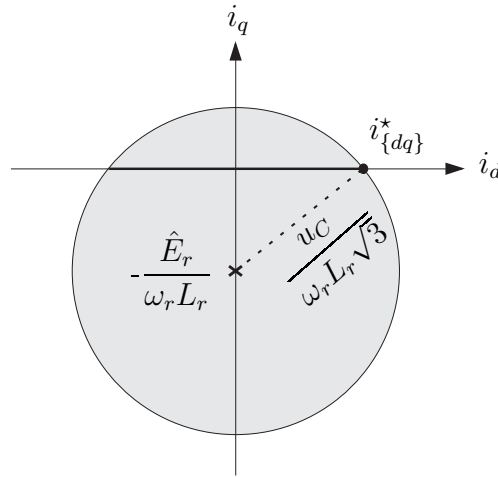


Figura 7.19: Región de operación por modo deslizante del convertidor de la red

con el eje d expresada mediante (7.97) hace que las potencias activa y reactiva dependan de  $i_d$  e  $i_q$ , respectivamente. En efecto, sustituyendo (7.97) en (7.24) y (7.25) se tiene:

$$p_C = \frac{3}{2} \hat{E}_r i_d, \quad q_C = \frac{3}{2} \hat{E}_r i_q. \quad (7.98)$$

Por lo tanto si se desea anular el intercambio de potencia reactiva del convertidor con la red basta con tomar

$$i_q^* = 0 \quad (7.99)$$

como valor de referencia del control. Los puntos de equilibrio conmutado que satisfacen dicha condición se representan con trazo grueso en la intersección del eje d con la región de operación por modo deslizante de la Fig. 7.19. De allí surge que dicho subregión no es vacía mientras se satisface la siguiente condición de diseño:

$$\frac{u_C}{\hat{E}_r} > \sqrt{3}. \quad (7.100)$$



En tal caso, la variación posible del otro valor de referencia del control es:

$$|i_d^*| \leq \frac{1}{\omega_r L_r} \sqrt{\frac{u_C^2}{3} - \hat{E}_r^2}. \quad (7.101)$$

En estado estacionario la potencia activa de referencia  $p_C^*$  iguala la potencia del convertidor del lado del bus, esto es

$$u_C i_C = \frac{3}{2} \hat{E}_r i_d^*. \quad (7.102)$$

Esta condición de balance de potencia se aprovecha en el diseño del controlador de corriente del electrolizador de la próxima subsección, donde se considera como acción de control  $i_d^*$ .

### 7.3.2. Lazo de control de corriente de electrolizador

El lazo externo del controlador  $\mathcal{C}_{III}$  esquematizado en la Fig. 7.16 se diseña para regular la corriente del electrolizador en su valor nominal independiente de las fluctuaciones en la potencia eólica así como de las variaciones en la temperatura del electrolito. Para ello se propone un controlador no lineal cuya salida  $i_{\{dq\}}^*$  satisface (7.101) y (7.99) así como la estabilidad del sistema controlado para diversas condiciones de operación dadas por  $(\Omega_G, T_E)$ . Debido a la capacidad del lazo de control interno previamente descrito de llevar permanentemente  $i_{\{dq\}}$  hacia  $i_{\{dq\}}^*$  en tiempo finito, se puede considerar que la acción de control tiene aplicación directa en el bus de tensión  $u_{dc}$  a través de la relación:

$$i_C = K_C \frac{i_d^*}{u_{dc}}, \quad (7.103)$$

donde

$$K_C = \frac{3}{2} \hat{E}_r. \quad (7.104)$$

Esta expresión obtenida a partir de (7.102) y (7.26) vincula la salida de  $\mathcal{C}_{III}$  con la fuente de corriente que modeliza el convertidor del lado del bus en el circuito equivalente de la Fig. 7.7. Dicho circuito requiere la adición del capacitor destinado a absorber el siguiente desbalance transitorio de carga entre el generador, electrolizador y convertidor conectados al bus común:

$$\bar{i}_R - i_E + i_C = C_{dc} \dot{u}_{dc}. \quad (7.105)$$

La ecuación diferencial (7.105), de la cual resulta la respuesta dinámica del lazo de control, se puede obtener aplicando la ley de nodos al modelo circuital de la Fig. 7.20.

Nótese que el subcircuito izquierdo del modelo representa el comportamiento eléctrico del generador impulsado por el viento y por tanto el sentido de circulación de la corriente  $i_R$  debe ser saliente hacia el bus. Esto implica el cumplimiento de la condición  $u_{dc} \leq K_R I_0 \Omega_G$ , la cual se deduce de la expresión  $\bar{i}_R(u_{dc}, \Omega_G)$  dada en (7.29). En caso que la velocidad rotacional no sea lo suficientemente alta debe considerarse  $\bar{i}_R = 0$ .

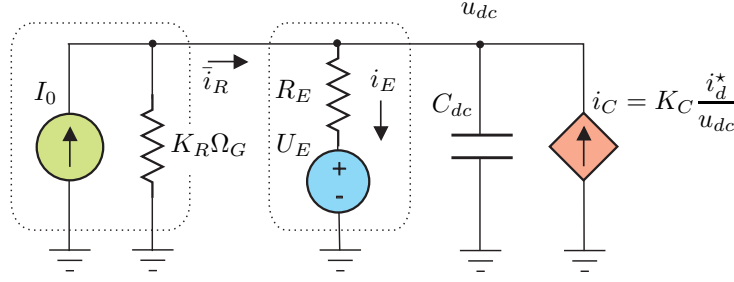


Figura 7.20: Circuito equivalente del modelo del SGRH operando en el modo III

Respecto al subcircuito que modeliza el electrolizador, éste se diferencia del propuesto en la Fig. 7.7 en que tiene validez únicamente operando el SGRH en el modo III. El mismo se basa en el comportamiento aproximadamente lineal que exhibe la curva característica del electrolizador en la región de alta corriente debido al predominio de las pérdidas óhmicas frente a los sobrepotenciales cinéticos [103]. Dicho comportamiento se puede expresar como:

$$u_E \triangleq h(i_E) \approx U_E + R_E i_E, \quad (7.106)$$

donde  $U_E$  y  $R_E$  son los valores respectivos de la fuente de tensión y resistor constitutivos del equivalente circuital en serie [82]. Ambos parámetros varían con  $T_E$  como se hace notar en la Fig. 7.21, donde se muestran las características tensión-corriente correspondientes a dos temperaturas de operación de un electrolizador alcalino de 60 kW.

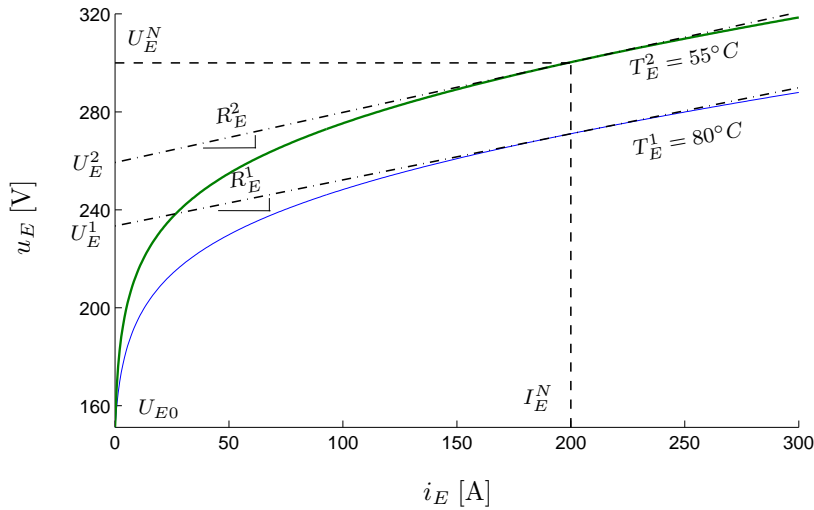


Figura 7.21: Aproximación lineal de las curvas características del electrolizador

Aplicando las expresiones (7.106), (7.29) y (7.103) contenidas en el circuito equivalente de la Fig. 7.20 la dinámica de  $u_{dc}$  (7.105) puede reescribirse como la siguiente ecuación diferencial no lineal:

$$\dot{u}_{dc} = \frac{1}{C_{dc}} \left( I_0 - \frac{u_{dc}}{K_R \Omega} - \frac{u_{dc} - U_E}{R_E} + K_C \frac{i_d^*}{u_{dc}} \right) \quad (7.107)$$

Con el fin de que el lazo de control sea capaz de eliminar los errores de estado estacionario resulta conveniente expandir la dinámica del bus de tensión continua (7.107) con el estado integral  $z$ , tal que:

$$\dot{z} = e_{III} = I_E^N - i_E. \quad (7.108)$$

A continuación se propone la siguiente realimentación no lineal del estado expandido  $x = [u_{dc} \ z]^T$ :

$$i_d^* = (k_1 u_{dc}^2 + k_2 u_{dc} z + k_3 u_{dc}) / K_C, \quad (7.109)$$

donde  $\{k_1, k_2, k_3\}$  son coeficientes reales a determinar. La sustitución de (7.109) en (7.107) permite obtener la siguiente forma lineal de la dinámica del estado expandido:

$$\dot{x} = A_e x + b_e, \quad (7.110)$$

siendo

$$A_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{dc}} \left( k_1 - \frac{1}{R_{||}} \right) & \frac{k_2}{C_{dc}} \\ -\frac{1}{R_E} & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad b_e = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_{dc}} \left( k_3 + I_0 + \frac{U_E}{R_E} \right) \\ I_E^N + \frac{U_E}{R_E} \end{bmatrix}, \quad (7.111)$$

donde  $R_{||}$  es la resistencia equivalente del paralelo  $R_E || (K_R \Omega)$  siempre que  $i_R \geq 0$ . En caso contrario se considera  $R_{||} = R_E$  al mismo tiempo que se anula el término  $I_0$  en la primera entrada de  $b_e$ .

Para forzar la estabilidad global y exponencial del sistema lineal (7.110) referido al punto de equilibrio  $x^* = -A_e^{-1} b_e$  basta con garantizar que  $A_e$  sea una matriz Hurwitz en el rango de variación de  $(\Omega, T_E)$ . En efecto, esta propiedad implica la existencia de una matriz definida positiva  $P$  que satisface la igualdad de Lya-punov (4.7) vista en el Cap. 4. En consecuencia el ajuste de los coeficientes de la realimentación (7.109) se va a efectuar para que los autovalores  $\lambda_{1,2}$  de  $A_e$  tengan parte real negativa. Esto ocurre siempre que  $k_1 < R_{||}^{-1}$  y  $k_2 > 0$ , según se deduce de la expresión de  $A_e$  dada en (7.111). Asimismo, para evitar la interacción con la dinámica del lazo de control interno, el lazo externo se diseña para que su dinámica sea más lenta, es decir  $|\lambda_{1,2}| \ll \lambda_{\text{máx}} = R_{||}/L_r$ . Un ajuste de ganancia conservativo que garantiza la estabilidad de cualquier punto de equilibrio  $x^*$  posible es:

$$k_1^* = 2^{-1} (R_{\text{mín}}^{-1} + R_{\text{máx}}^{-1}) - 2^{-2} C_{dc} \lambda_{\text{máx}} \quad (7.112)$$

$$k_2^* = 2^{-5} R_{E_{\text{mín}}} C_{dc} \lambda_{\text{máx}}^2. \quad (7.113)$$

donde  $R_{\text{mín}}$ ,  $R_{\text{máx}}$  y  $R_{E_{\text{mín}}}$  son extremos en el rango de  $(\Omega, T_E)$ . Por otra parte, la ganancia  $k_3$  no afecta la estabilidad pero sí el valor estacionario del estado integral. De modo que el valor  $k_3^*$  se ajusta para evitar la saturación del integrador.

### 7.3.3. Lazo de control de corriente de generador

Para limitar la producción de potencia eólica se propone un tercer lazo de control según el esquema indicado en la Fig. 7.16. Allí puede observarse que la

variable controlada por el lazo es la corriente del generador impulsado por el viento mientras que la acción de control es el ángulo de paso o *pitch*. Recuérdese que variando el grado de inclinación de las palas se puede controlar el coeficiente de potencia  $c_P$  de la turbina y por consiguiente, la captura de potencia eólica. Como se mencionó en la sección 7.1.1 el modelo del servo del *pitch* considerado es el sistema dinámico de primer orden con constante de tiempo  $\tau_\beta$  cuyo diagrama en bloques fue dado en la Fig. 6.4. Aquí la referencia  $\beta^*$  del servo la establece el controlador del lazo según el esquema que se expone en la Fig. 7.22.

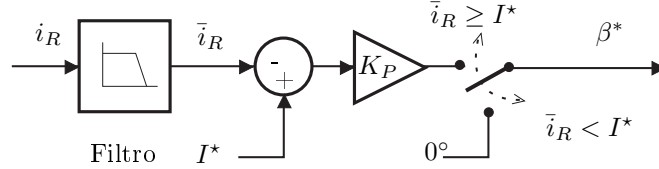


Figura 7.22: Esquema del controlador de corriente de generador

Nótese que al igual que en el Cap. 6 se utiliza un controlador proporcional de ganancia  $K_P$ . La llave ubicada a continuación indica la activación de éste cuando la corriente del generador comienza a exceder un valor prescrito  $I^*$ . Dicho valor puede ser por ejemplo la corriente nominal del generador  $I_R^N$ , si se desea inyectar tanta potencia eólica como sea posible a la red. O puede ser la corriente nominal del electrolizador  $I_E^N$ , si la inyección de potencia eólica a la red no es deseable. Por otra parte, cuando la corriente del generador se encuentra por debajo de  $I^*$ , el controlador permanece inactivo y el ángulo de paso se mantiene en su valor óptimo  $\beta = 0^\circ$ . Antes del comparador la corriente  $i_R$  medida a la salida del rectificador a diodos se pasa por un filtro pasa-bajos para evitar que el *ripple* remanente del  $L_{dc}$  perjudique el desempeño del controlador.

Aplicando la realimentación de la Fig. 7.22 a las ecuaciones diferenciales (7.7) y (6.8) puede derivarse la siguiente dinámica de lazo cerrado:

$$\begin{cases} \dot{\Omega} = \frac{1}{J\Omega} [p_T(\nu, \Omega, \beta) - \bar{i}_R(U_E^N, k_{cm}\Omega_G) U_E^N] \\ \dot{\beta} = \frac{1}{\tau} [K_P \{I^* - \bar{i}_R(U_E^N, k_{cm}\Omega)\} - \beta] \end{cases}, \quad (7.114)$$

donde  $U_E^N$  es el valor de tensión de bus  $u_{dc}$  fijado por el controlador de corriente de electrolizador suponiendo  $T_E$  constante. Para determinar la región de puntos de equilibrio y la estabilidad de la dinámica se puede efectuar un análisis exhaustivo similar al desarrollado en el Cap. 6. Sin embargo esto excede los fines del presente capítulo, por el cual basta con linealizar el (7.114) alrededor del punto de operación nominal y chequear la posición de los autovalores de la matriz jacobiana. Se puede probar que tienen parte real negativa aquellos autovalores que resultan de ajustar la siguiente ganancia:

$$K_P = -\beta_{\text{máx}}/\Delta I_{\text{máx}}, \quad (7.115)$$

la cual se diseña para limitar la sobrecorriente a un valor admisible  $\Delta I_{\text{máx}}$ .

## 7.4. Resultados de simulación

En esta sección se corroboran los resultados teóricos mediante simulación numérica. El sistema completo se modeliza en el ambiente *Matlab* haciendo uso de la aplicación *Sim Power Systems*. El sistema consta de una turbina eólica de *pitch* variable de 100 kW, un generador sincrónico de igual potencia y velocidad nominal  $\Omega_G^N = 350$  rpm, un electrolizador alcalino de 60 kW ( $I_E^N = 200$  A) y un convertidor de potencia de 60 kW.

La primera simulación ejecutada está orientada a la verificación de las características de estabilidad del lazo de control de corrientes de red en la región de operación por modo deslizante. Se considera la condición crítica de ausencia de generación eólica por la cual el SGRH requiere una asistencia del 100 % de la potencia de red para poder operar en el modo III. En tal caso el convertidor regula las potencias activa y reactiva en los valores  $p_C = P_C^N$  y  $q_C = 0$ . Reemplazando los parámetros de la red

$$e_{\{dq\}} = [50 \ 0]^T \text{ V} \quad \text{y} \quad \omega_r L_r = 0,2 \ \Omega \quad (7.116)$$

en la cota de potencia activa máxima dada en (7.101) se obtiene la siguiente referencia del control:

$$i_{\{dq\}}^* = [800 \ 0]^T \text{ A}. \quad (7.117)$$

En dicho punto es posible el establecimiento del modo deslizante debido a la relación  $U_E^N / \hat{E}_r = 6$ , la cual satisface la condición de diseño (7.100). La Fig. 7.23 muestra en el plano d-q las trayectorias de estados del sistema de lazo cerrado controlado por la estrategia de proyección mínima. Tales trayectorias permiten corroborar la estabilidad asintótica del equilibrio conmutado  $i_{\{dq\}}^*$ , aún aquellas iniciadas fuera de la circunferencia que delimita la región (7.96) de modo deslizante. Una de las trayectorias donde la condición de estabilidad llega a la situación crítica representada en (7.64) (con  $c = 0$ ) es la destacada en trazo grueso, cuya evolución temporal se muestra en la Fig. 7.24. Se puede verificar que transcurrido un tiempo finito  $\tau_\infty$  del orden del período  $2\pi/\omega_r$  las corrientes de red entran en régimen deslizante, cumpliéndose así el objetivo de control.

Con el propósito de determinar la regularización de Filippov que mantiene el estado del sistema conmutado  $i_{\{dq\}}$  en el modo deslizante  $i_{\{dq\}}^*$  se va a analizar en un ciclo de red la señal de conmutación de alta frecuencia  $s_6$  mostrada en la Fig. 7.25a, la cual da cuenta de los instantes de activación del estado  $q = 6$ . Se va a mostrar que la curva  $\alpha'_6$  de la Fig. 7.25b resultante del filtrado de la señal  $s_6(t)$  es el coeficiente de Filippov correspondiente al estado discreto  $q = 6$ , el cual equivale a la función  $\alpha(\theta)$  desfasada en el ángulo  $\varphi$ . Lo mismo se puede decir del resto de los coeficientes de Filippov respecto de las curvas  $\alpha'_q$  representadas en la misma figura, las cuales fueron obtenidas siguiendo similar procedimiento. Nótese que el desfase de las mismas respecto de la función  $\alpha(\cdot)$  coincide con la secuencia definida en (7.79). En la Tabla 7.1 se muestran los coeficientes  $a'_n$  de los primeros ocho armónicos del desarrollo en serie de Fourier de  $\alpha'(\theta) = \alpha'_6(\theta + \varphi)$ . Éstos se comparan con los coeficientes  $a_n$  de la serie de Fourier de  $\alpha(\theta)$  determinados

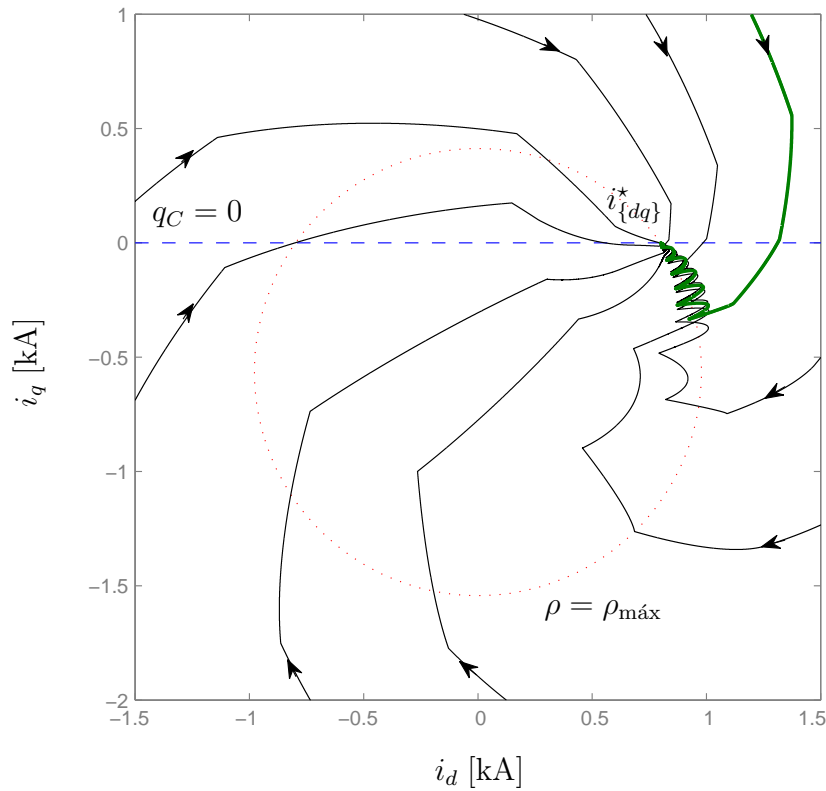


Figura 7.23: Trayectorias de las corrientes de red obtenidas en el plano d-q mediante simulación de la estrategia de proyección mínima

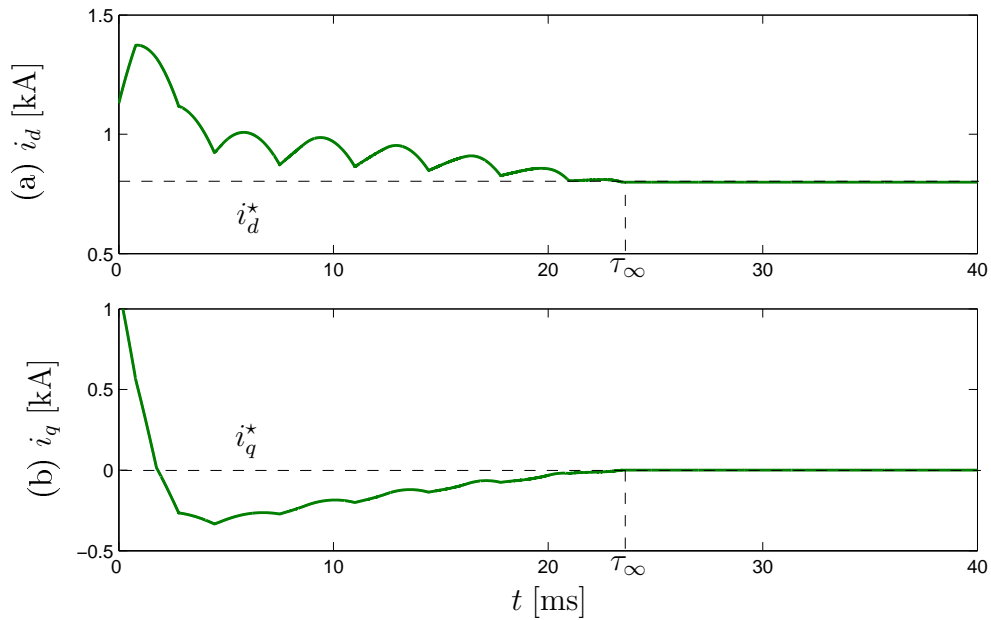


Figura 7.24: Respuesta temporal de las corrientes de red obtenida mediante simulación de la estrategia de proyección mínima

en (7.81), (7.82) y (7.83), siendo  $\rho = \rho_{\text{máx}}$ . La coincidencia observada no es suficiente para garantizar  $\alpha(\theta) \equiv \alpha'(\theta)$  debido a los coeficientes indeterminados

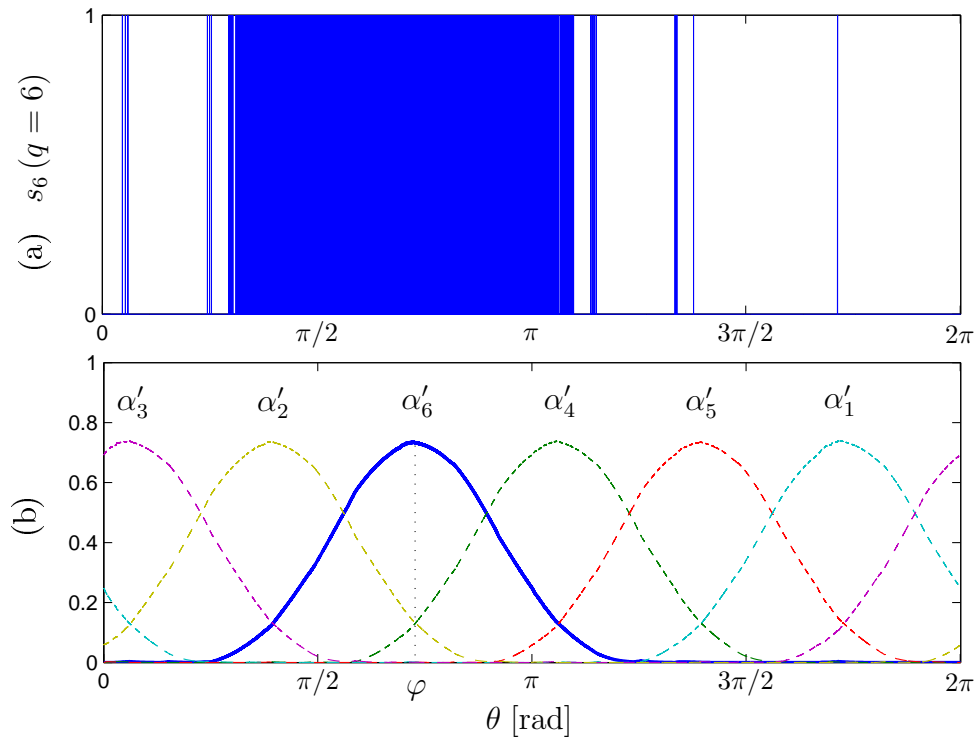


Figura 7.25: (a) Señal de activación del estado discreto ‘ $q = 6$ ’ y (b) coeficiente de Filippov  $\alpha_6 = \alpha(\theta - \varphi)$  resultante del filtrado de  $s_6$

| $n$    | 0            | 1          | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    |
|--------|--------------|------------|------|------|------|------|------|------|
| $a'_n$ | 0,33         | 0,28       | 0,18 | 0,08 | 0,02 | 0,00 | 0,00 | 0,00 |
| $a_n$  | $0, \hat{3}$ | 0,28868... | ?    | ?    | ?    | 0    | 0    | 0    |

Tabla 7.1: Comparación de los coeficientes de Fourier de  $\alpha'(\cdot)$  obtenidos por simulación y los teóricos de  $\alpha(\cdot)$

de esta última. Una posibilidad es evaluar la siguiente aproximación de  $\alpha'(\cdot)$ :

$$\alpha'(\theta) \approx \frac{a'_0}{2} + \sum_{n=1}^7 a'_n \cos(n\theta) \quad (7.118)$$

en los ángulos característicos indicados en la Tabla 7.2. Allí se observa que los valores obtenidos resultan cercanos a los teóricos especificados en (7.91) y (7.94) cuando  $\rho = \rho_{\text{máx}}$ .

| $\theta$          | $\pi/6$ | $\pi/2$ | $5\pi/6$ |
|-------------------|---------|---------|----------|
| $\alpha'(\theta)$ | 0,49    | 0,01    | 0,00     |
| $\alpha(\theta)$  | 0,5     | 0       | 0        |

Tabla 7.2: Comparación de valores característicos de la función  $\alpha'(\cdot)$  obtenida por simulación y los teóricos de  $\alpha(\cdot)$

Las simulaciones restantes se orientan a la verificación de las características de regulación del controlador de corriente de electrolizador de dos lazos en cascada. La segunda simulación analiza la respuesta del sistema controlado siguiendo la práctica común en ingeniería de control. En la Fig. 7.26 se muestra la respuesta a un escalón de velocidad de viento de 6 a 8 m/s considerando dos valores distintos de temperatura de electrolito. La potencia eólica creciente acelera el generador

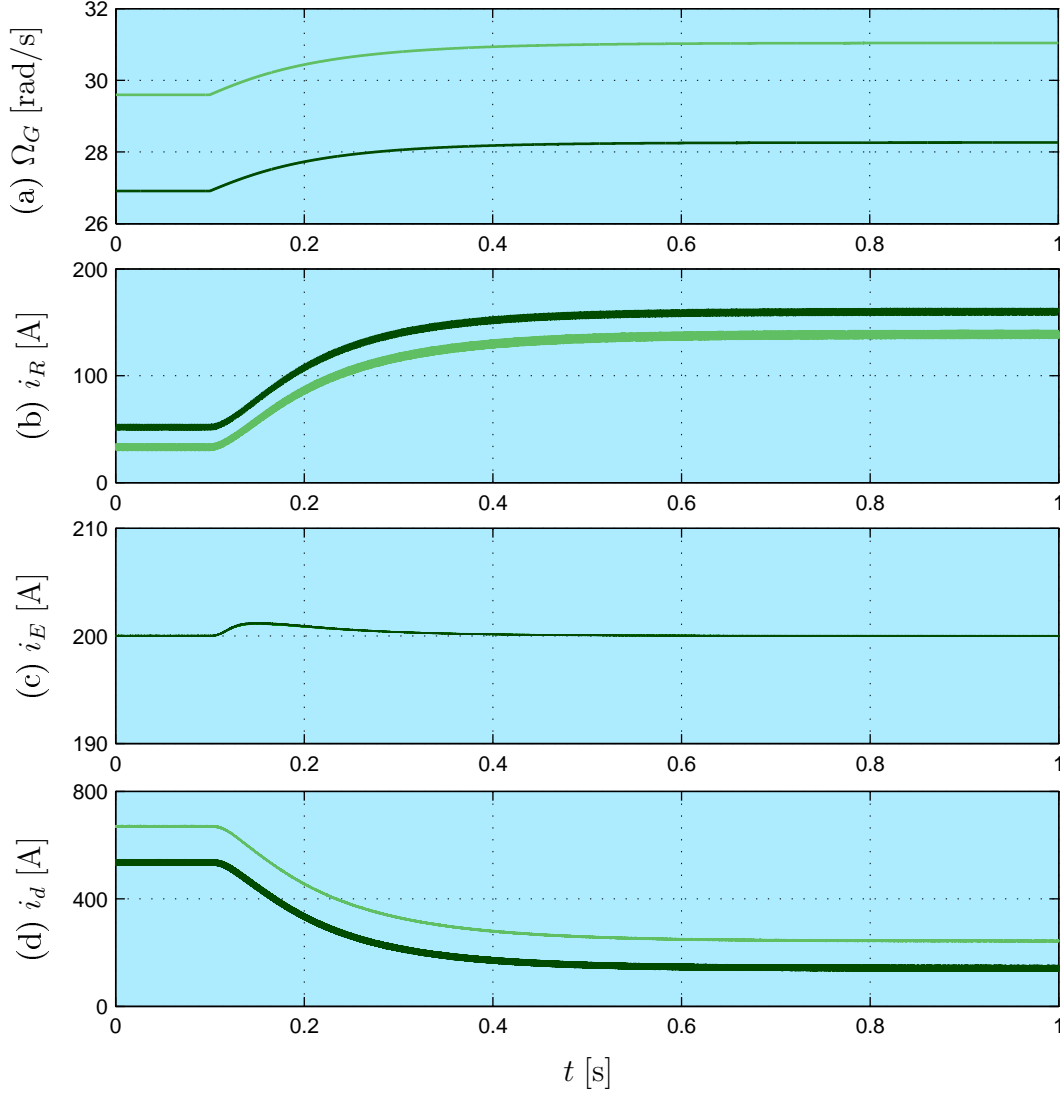


Figura 7.26: Respuesta del control del SGRH a un escalón de 6 a 8 m/s de  $\nu$  para  $T_E = 80^\circ$  (curvas oscuras) y  $T_E = 55^\circ$  (curvas claras)

hasta alcanzar una mayor velocidad de operación (Fig. 7.26a). La corriente suministrada por el generador se triplica (Fig. 7.26b). La corriente de la asistencia de red  $i_d$  se ajusta de acuerdo con el control del convertidor por modo deslizante (Fig. 7.26d), por lo que la corriente del electrolizador converge rápidamente a su valor nominal (Fig. 7.26c). La corriente de cuadratura  $i_q$  permanece nula durante toda la simulación. A pesar de la perturbación abrupta de la velocidad del viento (20 % de su valor nominal  $v_N = 10,5$  m/s) y diferentes temperaturas de



electrolito, la corriente de electrolizador se desvía 0,5 % de su valor nominal. En el caso real no ocurre tal cambio abrupto de viento, por lo que la corriente del electrolizador va a verse menos perturbada aún.

La tercera simulación ejecutada muestra la respuesta a un perfil de viento realista cuyo rango de variación va de bajas a altas velocidades de viento (Fig. 7.27a). Los resultados que se presentan a continuación corresponden a dos casos conside-

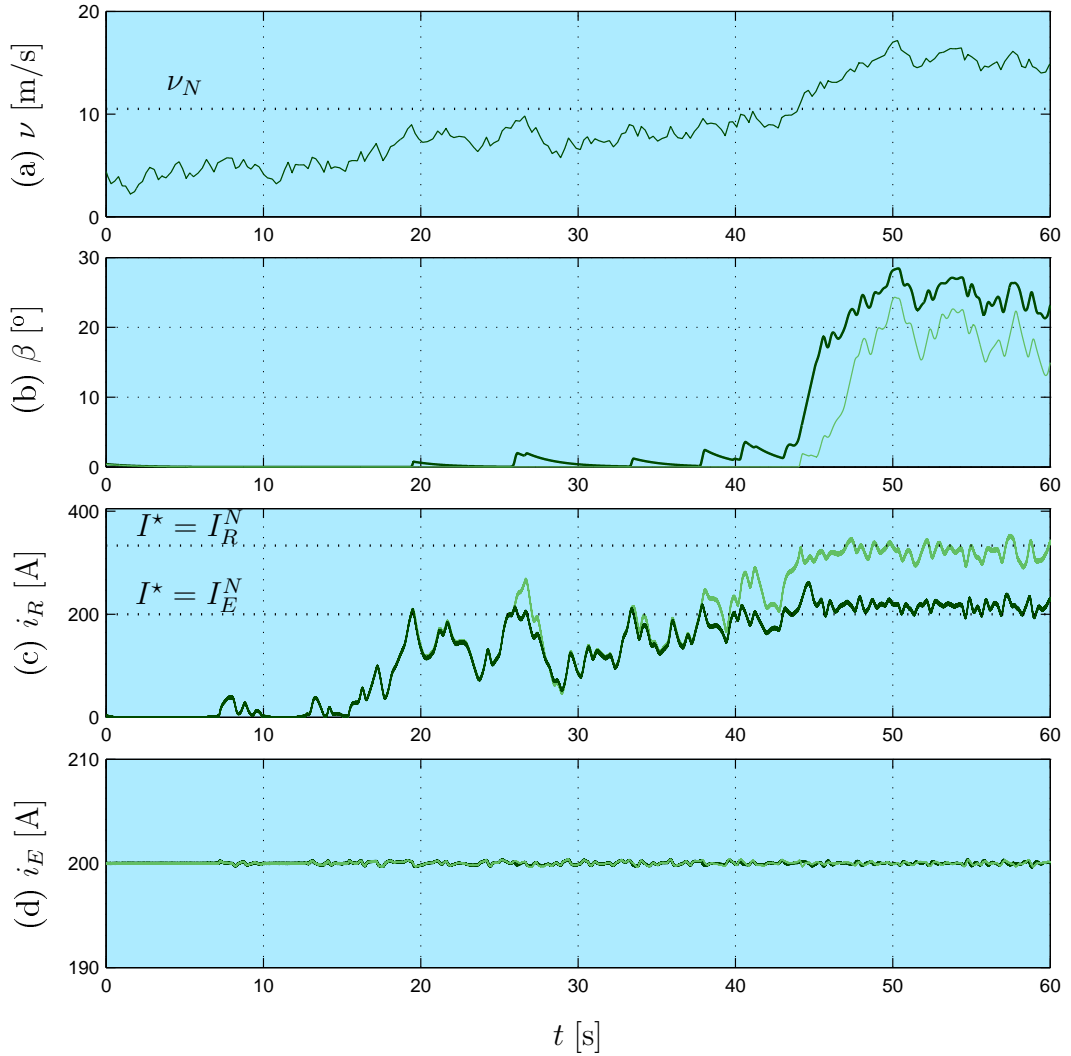


Figura 7.27: Respuesta del control del SGRH a un perfil realista de  $\nu$  con limitación de la corriente de generador a  $I_R^N$  (curvas claras) e  $I_E^N$  (curvas oscuras)

rados. En el primero la turbina eólica captura la máxima potencia posible para alimentar al electrolizador e inyectar potencia a la red. Por encima de la velocidad nominal del viento  $\nu_N$  se ajusta el ángulo de paso (Fig. 7.27b) de manera de limitar la potencia de la turbina a su valor nominal ( $I^* = I_R^N$ , Fig. 7.27c). En el segundo caso se asume que no es deseable la inyección de potencia eólica a la red, por lo que la referencia del controlador de *pitch* es  $I^* = I_E^N$ . Se observa que la corriente del electrolizador (Fig. 7.27d) es más suave que la del generador gracias

a la asistencia de la red y el controlador de corriente de dos lazos. Se puede interpretar que la red filtra las fluctuaciones de la potencia eólica. En ambos casos considerados la corriente del electrolizador se mantiene próxima a su valor nominal con un error menor del 0,5 %. En consecuencia el hidrógeno se produce a la tasa máxima de 12,5 Nm<sup>3</sup>/h.

## 7.5. Resumen del capítulo

El presente capítulo se orientó al análisis de estrategias de asistencia y diseño del control híbrido de un SGRH conectado a la red eléctrica. Los beneficios asociados a la asistencia de sistemas de generación de H<sub>2</sub> integrados a fuentes de energía renovable mediante el intercambio de potencia con la red fueron tratados en el Cap. 3. Aquí se ponen de manifiesto en la operación de un SGRH basado en una de las más prometedoras fuentes renovables: la energía eólica. En esta aplicación la conexión a red permite compensar la falta de controlabilidad del SGRH cuya implementación de bajo costo y mantenimiento acopla el SCEE mediante un rectificador a diodos. Esta configuración elimina redundancias en el control y la electrónica de potencia y por tanto constituye una ventaja frente a las otras configuraciones, en especial en lo que respecta al costo del H<sub>2</sub> dilucidado en el Cap. 2. Sin embargo puede imponer restricciones en la operación admisible que merece un análisis particular.

En tal sentido se propuso un circuito equivalente para el modelizado de los tres subsistemas involucrados (SCEE, electrolizador y convertidor electrónico del lado de la red). Debido a su conexión a un bus común de tensión continua, los puntos de operación se pudieron determinar representando las corrientes de los subsistemas en un mismo plano tensión-corriente. Se encontró que para una velocidad de viento  $\nu$  dada los puntos de operación de los tres subsistemas se pueden determinar a través de la relación de velocidad de punta de pala  $\lambda$ , la cual a su vez depende de la acción de control del convertidor. Por tanto las diferentes estrategias de asistencia (tales como optimización de la eficiencia de la turbina, minimización del intercambio de potencia promedio con la red y maximización de la producción de H<sub>2</sub>) se pueden caracterizar mediante un dado  $\lambda$  como función de  $\nu$ . Tales estrategias fueron evaluadas y comparadas en términos de tasas de producción H<sub>2</sub> total e H<sub>2</sub> limpio. Asimismo se sugirieron esquemas básicos de controladores para satisfacer los requerimientos de los distintos modos de operación. De las curvas de potencia en función del viento obtenidas por cada modo se extrajeron conclusiones respecto de la contribución de la energía eólica al H<sub>2</sub> limpio, las cuales fueron formuladas en publicaciones varias [34, 42, 35, 38]. Una de ellas es que la máxima producción de H<sub>2</sub> limpio no se consigue maximizando la captura de potencia renovable, lo cual es práctica común en el diseño de SCEE's, sino guardando el balance de potencia entre el recurso renovable y el electrolizador.

El control híbrido del SGRH se diseñó con el objetivo de implementar la estrategia de asistencia que maximiza la producción de H<sub>2</sub>. Este modo de operación permite mantener la corriente del electrolizador en su valor nominal con independencia de las fluctuaciones de potencia del viento o incertidumbres en

la temperatura del electrolito. Para satisfacer dicho objetivo se propuso un esquema del controlador en cascada que aprovecha la diferencia entre escalas de tiempo del sistema dinámico. El lazo de realimentación externo regula la dinámica lenta del bus DC, mientras que el lazo interno regula la dinámica rápida de las corrientes de red. Este último reviste especial interés debido a que comanda las transiciones discretas del convertidor bidireccional a cargo del intercambio de potencia eléctrica con la red. Son ocho los estados discretos que caracterizan al convertidor en función del estado de conducción de las llaves electrónicas que lo componen. Cada uno de éstos tiene asociada una dinámica continua que por conveniencia se representa en el marco de referencia  $d$ - $q$  rotante a la frecuencia de red  $\omega_r$ . El conjunto de dinámicas continuas lineales definen un sistema afín conmutado, el cual interesa estabilizar alrededor del valor deseado mediante la señal de conmutación aportada por el lazo. Ésta se obtuvo aplicando la estrategia *Min-Projection* vista en el Cap. 4, la cual garantiza la estabilidad exponencial del seguimiento del valor deseado en el interior de una circunferencia del plano  $d$ - $q$ . Esta región se determinó mediante interpretación geométrica de la condición de estabilidad bajo conmutación restringida basada en una candidata a FCL. Se hizo notar que la estrategia de proyección mínima lleva el estado continuo en tiempo finito al valor deseado e inmediatamente establece el régimen deslizante mediante una superficie de conmutación idéntica a la propuesta por Utkin et al [27]. En consecuencia el equilibrio que se denomina conmutado debe ser el resultado de la regularización de Filippov del sistema conmutado estabilizado. La determinación de los coeficientes de la combinación convexa no es trivial debido al marco rotante puesto de manifiesto en los campos vectoriales considerados. Se halló una solución basada en la función periódica  $\alpha(\cdot)$  de período  $2\pi/\omega_r$  definida por su desarrollo en serie de Fourier. En paralelo con el controlador en cascada descrito opera un controlador de *pitch* que gobierna la dinámica más lenta asociada al subsistema mecánico de la turbina. Éste fue desarrollado con el objetivo de limitar en forma activa la potencia eólica inyectada a la red ante condiciones de altas velocidades de viento.

Para corroborar las características atractivas de la arquitectura y esquema de control propuestos para el SGRH se efectuaron simulaciones numéricas del sistema integrado por un SCEE de 100 kW, un electrolizador de 60 kW y un convertidor de conexión a red de igual potencia que el anterior. Con la primera simulación se verificó la estabilidad del lazo de control de corrientes de red operando en ausencia de generación eólica. En dicha condición crítica la referencia alcanzada por el lazo maximiza la potencia activa y anula la potencia reactiva intercambiada con la red. Con las simulaciones restantes se verificaron las características de regulación del lazo que controla la corriente del electrolizador en respuesta a un perfil de variación de velocidad de viento. El desempeño del lazo de control de *pitch* diseñado para limitar la generación eólica se evaluó para el caso con y sin inyección de potencia a la red. Los resultados obtenidos con las últimas simulaciones fueron publicados en una revista internacional [37] y un congreso nacional [41] de la especialidad.



## Capítulo 8

### Conclusiones

El modelizado, análisis y control de SGRHs aislados y con conexión a red abordados en esta tesis se alinean con los esfuerzos cada vez más intensos de la comunidad científica por integrar las energías renovables a los sistemas de generación de hidrógeno. Los modelos propuestos de SGRHs basados en energía eólica y/o solar PV fueron desarrollados en el marco de la teoría de control que se dedica a los sistemas dinámicos híbridos. Dichos modelos facilitaron el diseño de estrategias de control híbrido basadas en extensiones del método de análisis de estabilidad de Lyapunov, las cuales permitieron llevar la operación de los SGRHs a condiciones óptimas de desempeño.

Las configuraciones de SGRHs propuestas en la literatura para atender diversas aplicaciones básicamente difieren en la utilización del  $H_2$  y/o en la disponibilidad de conexión a red y tienen en común las etapas de conversión eléctrica renovable y de generación de  $H_2$ . La combinación de estas últimas confiere la sustentabilidad requerida al  $H_2$  como vector energético capaz de sustituir a los combustibles fósiles. Sin embargo la variabilidad de la energía entregada por la etapa de conversión renovable puede ocasionar una operación intermitente del electrolizador alcalino que suele implementar la etapa de generación de  $H_2$ . Tal operación reduce su factor de capacidad y no garantiza especificaciones de calidad y eficiencia de la electrólisis. Para minimizar estos y otros inconvenientes que se traducen en variaciones en el balance de potencia del SGRH se requiere un diseño adecuado de la unidad de acondicionamiento de potencia y control, la cual implementa el acoplamiento de etapas principalmente mediante convertidores electrónicos.

Al igual que la gran mayoría de los procesos industriales, la estructura de control de los SGRHs exhibe interacciones entre dinámicas de tiempo continuo y eventos discretos propias de los sistemas híbridos. Tales interacciones se pueden clasificar según el nivel de jerarquía del controlador asociado. Las interacciones de mayor jerarquía involucran transiciones entre modos de operación del SGRH comandadas por un control supervisor con el objetivo de optimizar la gestión de energía. Las interacciones de menor jerarquía involucran conmutaciones de llaves del convertidor electrónico comandadas por controladores secundarios, los cuales regulan la potencia de las etapas acopladas de acuerdo al modo de operación establecido. Para ambas clases de interacciones el formalismo de modelizado más

adecuado desde la perspectiva de teoría del control es el autómata híbrido. Para evitar que las soluciones admitidas por este versátil lenguaje carezcan de sentido físico se estudió con mayor interés aquel autómata híbrido que para todo estado inicial acepta una única ejecución (caso determinístico), definida a lo largo de una secuencia infinita de intervalos temporales (caso no bloqueante) donde la sumatoria de la duración de intervalos es finita (caso de Zenón). Si la duración de dichos intervalos es nula surge un fenómeno particular conocido como *chattering*. El método de regularización de Filippov permite extender tales ejecuciones más allá del punto de acumulación, resultando los modos deslizantes característicos de los sistemas de estructura variable.

Una clase más general de sistemas híbridos que permite caracterizar las propiedades de estabilidad son los sistemas conmutados, los cuales resultan de asociar los estados discretos del autómata híbrido a una señal de conmutación dependiente del tiempo o de los estados continuos. Dado que la aplicación directa del método clásico de Lyapunov a las dinámicas continuas del sistema conmutado resulta insuficiente para demostrar su estabilidad, se consideró una variedad de extensiones propuestas en la literatura. La más conservadora es aquella que permite demostrar la estabilidad asintótica para toda señal de conmutación mediante la existencia de una FCL. Mediante relajaciones a la definición de FCL se obtienen extensiones menos conservadoras, como aquella que asocia una función de Lyapunov distinta a cada dinámica continua (FMLs). Este método es el más general a la hora de caracterizar todas las señales de conmutación que estabilizan el sistema conmutado, pero tiene la dificultad de que requiere conocer los valores que toman las FMLs en los instantes de conmutación. Este inconveniente se puede sortear en el caso de sistemas conmutados lentos.

Las herramientas de modelizado, análisis de estabilidad y diseño del control de sistemas híbridos descritas en esta tesis fueron aplicadas a un SGRH autónomo basado en energía solar PV. El acoplamiento del panel solar y el electrolizador mediante un único convertidor DC-DC permite optimizar la eficiencia global de esta configuración independiente de red. El controlador híbrido propuesto ajusta el punto de operación del SGRH-PV mediante el comando de la llave del convertidor de manera que la conversión energética se maximice sin exceder la potencia nominal de los dispositivos acoplados. El conjunto de puntos de operación óptima, denominado  $\mathcal{F}$ , se aproximó a una familia de rectas que no requieren la medida de la radiación y pueden calibrarse *on-line* en el panel real. Por cada posición de la llave controlada se obtuvo un autómata híbrido que modeliza la dinámica híbrida asociada a las conmutaciones autónomas del estado de conducción de los diodos del convertidor. La síntesis del controlador consistió en determinar una ley de conmutación dependiente de los estados continuos (tensión del panel y corriente del electrolizador) tal que siempre seleccione el autómata cuyas ejecuciones alcanzan el conjunto  $\mathcal{F}$ . Dicha ley se obtuvo a partir del análisis de estabilidad global de cada autómata, para el cual se halló la FCL o FMLs que mejor se adaptan a la no linealidad y múltiples equilibrios del sistema conmutado asociado. La estabilidad global y asintótica del punto óptimo se demostró de manera similar, previa regularización de Filippov del autómata híbrido que representa el SGRH-PV realimentado. El régimen deslizante resultante permitió extender las

ejecuciones que al ingresar a  $\mathcal{F}$  derivan en *chattering*.

Las mismas herramientas híbridas fueron aplicadas a la configuración autónoma del SGRH basado en energía eólica. El SCEE que aprovecha dicho recurso primario se implementó con una turbina eólica de velocidad y paso variables, eje horizontal y acoplamiento directo a un GSIP. La interconexión del SCEE y el electrolizador se efectuó mediante un convertidor AC–DC que reproduce los beneficios de la estructura de acoplamiento de la aplicación previa. La estrategia de operación del SCEE propuesta adapta la curva de potencia ideal de la turbina a las especificaciones del electrolizador. La misma fue definida en tres regiones de operación: la de bajas velocidades de viento, cuyo objetivo es optimizar la potencia extraída de la turbina; la de velocidades medias, donde la misma potencia es fijada al valor nominal del electrolizador; y la de altas velocidades de viento, donde al objetivo anterior se adiciona la limitación de la velocidad rotacional. Los esquemas de controladores secundarios sugeridos posibilitan el seguimiento de las regiones de operación mediante la regulación del ciclo de trabajo del convertidor de acoplamiento y/o la referencia del actuador del ángulo de paso. El control supervisor se modelizó con un autómata híbrido donde a cada estado discreto le corresponde la dinámica residual o “cero” de una de las regiones. Se hallaron bifurcaciones del tipo silla–nodo en el estado de equilibrio de la región de altos vientos debido a la no linealidad del coeficiente de potencia de la turbina que afecta el control de *pitch* proporcional. Los múltiples puntos de equilibrio introducidos por las bifurcaciones se asociaron a diferentes estados discretos con el propósito de evaluar por separado su efecto en la estabilidad del autómata híbrido. Con base en el método de las FMLs se anticipó la aparición de saltos apreciables en el ángulo de paso cuyo comportamiento similar a una histéresis puede resultar indeseado en el desempeño del actuador de *pitch*. Las candidatas de Lyapunov también permitieron determinar el tiempo de residencia que evita que las transiciones entre regiones efectuadas por el supervisor inestabilicen el SGRH eólico.

Una variante de la aplicación eólica que resulta de interés es la que implementa un rectificador a diodos en su estructura de acoplamiento. Para compensar la falta de controlabilidad de esta topología de bajo costo y mantenimiento se propuso la configuración de SGRH que incorpora la conexión a la red eléctrica. Si bien representa un mayor desafío para la unidad de acondicionamiento de potencia y control, la integración de la red tiene la ventaja de aportar más grados de libertad a las condiciones de operación del sistema. Tal propiedad se evidenció a través de tres modos de operación, los cuales fueron propuestos para optimizar la eficiencia de la turbina, minimizar el intercambio de potencia promedio con la red y maximizar la producción de  $H_2$ , respectivamente. La asistencia de red requerida por cada modo se pudo interpretar gráficamente en el plano tensión de bus vs. corriente como resultado del análisis de un modelo circuital del SGRH. Los esquemas de controladores secundarios sugeridos comandan el convertidor del lado de la red para implementar las distintas estrategias de asistencia. Éstas fueron evaluadas en términos de tasas de producción del  $H_2$  total y de la porción de éste denominada “limpia”. Se llegó a la conclusión de que esta última se maximiza no capturando la máxima potencia eólica sino manteniendo el balance de potencia

entre la turbina y el electrolizador. Siendo de interés la maximización de la producción del  $H_2$  total, se implementó el controlador que la garantiza mediante lazos de realimentación en cascada. El control no lineal del lazo externo se diseñó para mantener la corriente del electrolizador en su valor nominal independientemente de las variaciones de viento y temperatura de electrolito. El control híbrido del lazo interno se diseñó para regular las corrientes de red en el valor indicado por el lazo externo mediante conmutaciones entre seis estados discretos del convertidor electrónico. Las dinámicas continuas asociadas dieron origen en el marco de referencia  $d-q$  a un sistema afín conmutado, para el cual se propuso la estrategia de estabilización de proyección mínima extraída de la literatura de sistemas híbridos. La estabilidad exponencial se demostró en el interior de una circunferencia del plano  $d-q$  mediante una interpretación geométrica basada en la FCL. El establecimiento de modos deslizantes se probó para todo equilibrio estable perteneciente a dicha región. Éstos fueron analizados mediante regularización de Filippov del sistema conmutado. Los coeficientes de la combinación convexa implicada se determinaron mediante series de Fourier cuya frecuencia fundamental es la de la red. Como resultado del análisis pudieron detectarse similitudes entre las técnicas *Min-Projection* y PWM vectorial.

La operación robusta de los controladores de simple implementación propuestos se pudo validar por simulación utilizando perfiles realistas de velocidad de viento y radiación solar así como datos de equipamientos reales. Los resultados fueron publicados en las actas de cuatro congresos nacionales [39, 40, 41, 42] y dos internacionales [43, 44], en tres artículos de revistas nacionales [33, 34, 35] y tres de revistas internacionales [36, 37, 38], y en un capítulo de libro de la especialidad [45].

Algunas de las líneas de investigación que pueden seguirse a partir de los trabajos realizados en esta tesis son:

- **Modelizado y control híbrido del actuador de *pitch* de un SCEE.** En la presente tesis se empleó un modelo lineal de actuador de *pitch* con el propósito de simplificar el análisis de la dinámica de por sí no lineal del SGRH eólico autónomo controlado. Sin embargo resulta de interés poder evaluar mediante un autómata híbrido apropiado la incidencia de los estados de saturación del ángulo de paso y su derivada en el comportamiento como histéresis inducido por bifurcaciones de la dinámica. Asimismo interesa sustituir la acción de control proporcional estándar aplicada al actuador por una estrategia híbrida tal que permita abandonar sus estados de saturación así como suprimir el comportamiento dinámico mencionado, siendo indeseadas ambas condiciones de operación.
- **Estabilización mediante proyección mínima de un SGRH eólico autónomo.** Otra variante de la aplicación eólica autónoma de interés para su tratamiento en el marco de los sistemas híbridos es la que acopla el SCEE y el electrolizador mediante un convertidor electrónico bidireccional. El sistema conmutado que modeliza la dinámica de dicho convertidor representa un mayor desafío para su estabilización debido a la variabilidad



de la velocidad y tensiones inducidas del GSIP, la cual no aparecía en la conexión a red. Por tanto la motivación es determinar la aplicabilidad de la estrategia de proyección mínima a este problema particular y la adaptación del análisis de estabilidad requerida.

- **Control supervisor de un SGRH–PV asistido por red.** Al SGRH–PV de la presente tesis se puede integrar la red eléctrica con el fin de compatibilizar la variabilidad del recurso solar con los requerimientos del electrolizador. Tal configuración ofrece interesantes desafíos desde el punto de vista de coordinación de los controladores secundarios asociados al convertidor del panel solar y el inversor de la red. La coordinación a cargo de un control supervisor debe atender una gestión de energía específica, cuyo objetivo puede ser satisfacer la demanda de  $H_2$  minimizando la potencia vinculada a la asistencia de red. En ese sentido se estaría priorizando la producción de  $H_2$  limpio. Algunos resultados de simulación obtenidos de un supervisor particular, cuya síntesis se propuso en base a aspectos energéticos de la dinámica híbrida implicada, ya fueron publicados en un congreso nacional [160].
- **Estrategias de asistencia de un SGRUH con reinyección de  $H_2$ .** La metodología de análisis de modos de operación propuesta en el Cap. 7 de la tesis puede extenderse a SGRHs donde el hidrógeno es utilizado en la generación de energía térmica por combustión y/o eléctrica mediante celdas de combustible (SGRUHs). Asume mayor significancia el caso más complejo de reinyección de la potencia eléctrica generada a partir del  $H_2$ , cuya influencia en la optimización de la eficiencia de conversión y criterios de diseño interesa evaluar. La metodología extendida resulta especialmente útil en aplicaciones autónomas donde se requiere adaptar la generación eléctrica renovable al perfil de potencia demandada por una carga aislada de la red.



## Apéndice A

### Cálculo de los coeficientes de Fourier de $\alpha(\cdot)$

Sea la función periódica par  $\alpha(\theta)$  de período  $2\pi$ , cuyo desarrollo en serie de Fourier es:

$$\alpha(\theta) = \frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\theta), \quad (\text{A.1})$$

se desea hallar los coeficientes  $a_n$  que satisfacen:

$$\sum_{k=0}^5 \alpha\left(\theta - \frac{\pi}{3}k\right) = 1, \quad (\text{A.2})$$

$$\sum_{k=0}^2 \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}k\right) \left\{ \alpha\left(\theta - \frac{2\pi}{3}k\right) - \alpha\left(\theta - \frac{2\pi}{3}k - \pi\right) \right\} = \rho, \quad (\text{A.3})$$

$$\text{y} \quad \sum_{k=0}^2 -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}k\right) \left\{ \alpha\left(\theta - \frac{2\pi}{3}k\right) - \alpha\left(\theta - \frac{2\pi}{3}k - \pi\right) \right\} = 0, \quad (\text{A.4})$$

donde  $\rho$  es un escalar perteneciente al intervalo  $[0, \sqrt{3}/2]$ . La igualdad (A.2) proviene de aplicar la condición de Filippov (7.75) a los coeficientes (7.79), mientras que (A.3) y (A.4) resultan de sustituir los mismos coeficientes en la condición (7.78). Sin pérdida de generalidad se considera  $\varphi = 0$  en ambos casos.

Si se integran ambos miembros de la igualdad (A.2) y se multiplican por  $1/\pi$  resulta:

$$\sum_{k=0}^5 \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha\left(\theta - \frac{\pi}{3}k\right) d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} 1 d\theta. \quad (\text{A.5})$$

Haciendo el cambio de variables  $\theta' = \theta - \frac{\pi}{3}k$ , y operando sobre (A.5) como se indica a continuación, se obtiene:

$$\sum_{k=0}^5 \frac{1}{\pi} \int_{-\pi-k\pi/3}^{\pi-k\pi/3} \alpha(\theta') d\theta' = \frac{1}{\pi} 2\pi \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{k=0}^5 \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') d\theta'}_{a_0} = 2 \quad (\text{A.7})$$

$$a_0 \sum_{k=0}^5 1 = 2 \quad (\text{A.8})$$

$$\therefore \boxed{a_0 = \frac{1}{3}} \quad (\text{A.9})$$

Si en cambio las operaciones anteriores se efectúan sobre la igualdad (A.2) multiplicada previamente por  $\cos(n\theta)$ ,

$$\sum_{k=0}^5 \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha\left(\theta - \frac{\pi}{3}k\right) \cos(n\theta) d\theta = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n\theta) d\theta \quad (\text{A.10})$$

$$\sum_{k=0}^5 \frac{1}{\pi} \int_{-\pi-\frac{\pi}{3}k}^{\pi-\frac{\pi}{3}k} \alpha(\theta') \cos\left(n\theta' + \frac{\pi}{3}nk\right) d\theta' = 0 \quad (\text{A.11})$$

$$\sum_{k=0}^5 \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{3}kn\right) \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') \cos(n\theta') d\theta'}_{a_n} - \sin\left(\frac{\pi}{3}kn\right) \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') \sin(n\theta') d\theta'}_{b_n=0} \right\} = 0 \quad (\text{A.12})$$

se puede concluir que:

$$a_n \sum_{k=0}^5 \cos\left(\frac{\pi}{3}kn\right) = 0 \quad (\text{A.13})$$

Para cualquier  $n \neq 6m$  la sumatoria de (A.13) es nula, por lo que  $a_n$  queda indeterminado. Si no es ése el caso, resulta:

$$a_{6m} \sum_{k=0}^5 \cos(2\pi mk) = a_{6m} \sum_{k=0}^5 1 = 0 \Leftrightarrow \boxed{a_{6m} = 0} \quad (\text{A.14})$$

A continuación se trabaja con la igualdad (A.3). Si se integra ésta a ambos miembros multiplicados por  $1/\pi$  y se hacen los cambios de variables  $\theta' = \theta - \frac{2\pi}{3}k$

y  $\theta'' = \theta' - \pi$  se suceden las siguientes igualdades:

$$\sum_{k=0}^2 \left\{ \frac{1}{\pi} \int_{\theta'_i}^{\theta'_f} \alpha(\theta') \cos(\theta') d\theta' - \frac{1}{\pi} \int_{\theta''_i}^{\theta''_f} \alpha(\theta'') \cos(\theta'' + \pi) d\theta'' \right\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \rho d\theta \quad (\text{A.15})$$

$$\sum_{k=0}^2 \underbrace{2 \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta) \cos(\theta) d\theta}_{a_1} = \frac{1}{\pi} 2\pi \rho \quad (\text{A.16})$$

$$2a_1 \sum_{k=0}^2 1 = 2\rho \quad (\text{A.17})$$

$$\therefore \boxed{a_1 = \frac{1}{3}\rho} \quad (\text{A.18})$$

Para poder determinar los coeficientes de Fourier restantes se multiplican ambos miembros de (A.3) por  $\cos(n\theta)$  ( $n \geq 1$ ) y se sustituye  $\theta' = \theta - \frac{2\pi}{3}k$ :

$$\sum_{k=0}^2 \{ \alpha(\theta') - \alpha(\theta' - \pi) \} \cos(\theta') \cos(n\theta) = \rho \cos(n\theta) \quad (\text{A.19})$$

$$\sum_{k=0}^2 \{ \alpha(\theta') - \alpha(\theta' - \pi) \} \frac{\cos(\theta' + n\theta) + \cos(\theta' - n\theta)}{2} = \rho \cos(n\theta) \quad (\text{A.20})$$

Integrando, multiplicando por  $1/\pi$  y expandiendo la expresión (A.20) se obtiene la siguiente sumatoria de resultado nulo:

$$\frac{1}{2} \sum_{k=0}^2 \{ (i) - (ii) + (iii) - (iv) \} = \frac{1}{\pi} \rho \int_{-\pi}^{\pi} \cos(n\theta) d\theta = 0, \quad (\text{A.21})$$

donde

$$(i) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') \cos(\theta' + n\theta) d\theta, \quad (\text{A.22})$$

$$(ii) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta' - \pi) \cos(\theta' + n\theta) d\theta, \quad (\text{A.23})$$

$$(iii) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') \cos(\theta' - n\theta) d\theta, \quad (\text{A.24})$$

$$(iv) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta' - \pi) \cos(\theta' - n\theta) d\theta. \quad (\text{A.25})$$

El término (i) se puede simplificar sustituyendo  $\theta = \theta' + \frac{2\pi}{3}k$  en (A.22) como sigue

$$(i) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') \cos \left( (n+1)\theta' + \frac{2\pi}{3}nk \right) d\theta' = \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} &= \cos\left(\frac{2\pi}{3}nk\right) \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') \cos((n+1)\theta') d\theta'}_{a_{n+1}} \\ &- \sin\left(\frac{2\pi}{3}nk\right) \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \alpha(\theta') \sin((n+1)\theta') d\theta'}_{b_{n+1}=0}. \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\therefore \text{(i)} = a_{n+1} \cos\left(\frac{2\pi}{3}nk\right) \quad (\text{A.28})$$

De manera similar se simplifican los tres términos restantes:

$$\text{(ii)} = a_{n+1} \cos((n+1)\pi) \cos\left(\frac{2\pi}{3}nk\right) \quad (\text{A.29})$$

$$\text{(iii)} = a_{n-1} \cos\left(\frac{2\pi}{3}nk\right) \quad (\text{A.30})$$

$$\text{(iv)} = a_{n-1} \cos((n-1)\pi) \cos\left(\frac{2\pi}{3}nk\right) \quad (\text{A.31})$$

Reemplazando (A.28)–(A.31) en la sumatoria (A.21) se tiene la siguiente condición:

$$\left[ a_{n+1} \{1 - (-1)\}^{n+1} + a_{n-1} \{1 - (-1)^{n-1}\} \right] \sum_{k=0}^2 \cos\left(\frac{2\pi}{3}nk\right) = 0. \quad (\text{A.32})$$

Se observa que para cualquier  $n \neq 3p$  la sumatoria del segundo factor se anula, cumpliéndose la igualdad para cualquier valor de  $a_{n\pm 1}$ . Por lo tanto el caso de interés es cuando  $n = 3p$ . Si se considera a su vez que  $n$  es impar, el primer factor se anula para todo  $a_{n\pm 1}$ . Significa que el caso de interés es  $n = 3p = 2l$ . Es decir,  $n = 6m$ . Para tales  $n$  se obtiene la siguiente condición:

$$a_{6m+1} = -a_{6m-1}. \quad (\text{A.33})$$

Si el procedimiento que permitió deducir (A.33) ahora se efectúa partiendo de la expresión (A.4) multiplicada por  $\sin(n\theta)$  ( $n \geq 1$ ), la sumatoria que se anula es:

$$\frac{1}{2} \sum_{k=0}^2 \{ \text{(i)} - \text{(ii)} - \text{(iii)} + \text{(iv)} \} = 0. \quad (\text{A.34})$$

Por lo tanto la conclusión que surge de reemplazar (A.28)–(A.31) en (A.34) es:

$$a_{6m+1} = a_{6m-1}, \quad (\text{A.35})$$

igualdad que junto con (A.33) implica que:

$$\boxed{a_{6m\pm 1} = 0} \quad (\text{A.36})$$

Los coeficientes de Fourier no abarcados por (A.14) ni (A.36) se eligen de manera que se satisfaga la propiedad:

$$\alpha(\theta) \geq 0 \quad \forall \theta, \quad (\text{A.37})$$

la cual responde a la condición de Filippov (7.74) aplicada a los coeficientes (7.79).

# Referencias

- [1] A. van der Schaft, H. Schumacher, An Introduction to Hybrid Dynamical Systems, Springer, 2000.
- [2] B. D. Schutter, W. Heemels, J. Lunze, C. Prieur, Handbook of Hybrid Systems Control. Theory, Tools, Applications., Cambridge University Press, New York, 2009, Ch. Survey of modeling, analysis, and control of hybrid systems, pp. 31–55.
- [3] P. Tabuada, Verification and control of hybrid systems: a symbolic approach, Springer, 2009.
- [4] C. Edwards, E. F. Colet, L. Fridman, Advances in variable structure and sliding mode control, LNCIS, Springer, 2006.
- [5] F. Borrelli, Constrained optimal control of linear and hybrid systems, LNCIS, Springer, 2003.
- [6] D. Gromov, Analysis of hierarchical structures for hybrid control systems, Ph.D. thesis, Elektrotechnik und Informatik der Technischen Universität, Berlin (2010).
- [7] M. Lazar, Model predictive control of hybrid systems: stability and robustness, Ph.D. thesis, Technische Universiteit Eindhoven (2006).
- [8] F. Bianchi, H. D. Battista, R. Mantz, Optimal gain-scheduled control of fixed-speed active stall wind turbines, IET Proc. Renewable Power Generation 2 (4) (2008) 228–238.
- [9] H. S. Witsenhausen, A class of hybrid-state continuous-time dynamic systems., IEEE Trans. Automat. Contr. 11 (1966) 161–167.
- [10] A. Gollu, P. Varaiya, Hybrid dynamical systems, in: Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, Tampa FL, 1989, pp. 2708–2712.
- [11] I. Hiskens, M. Pai, Trajectory sensitivity analysis of hybrid systems, IEEE Trans. on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications 47 (2) (2002) 204–220.
- [12] R. Casey, H. de Jong, J. Gouzé, Piecewise-linear models of genetic regulatory networks: equilibria and their stability, J. Math. Biol. 52 (1) (2006) 27–56.

- [13] R. Fierro, A. Das, Hybrid control of reconfigurable robot formations, in: Proc. American Control Conference, Denver CO, 2003, pp. 4607–4612.
- [14] A. Beccuti, G. Papafotiou, R. Frasca, M. Morari, Explicit hybrid model predictive control of the dc-dc boost converter, in: Proc. IEEE Power Electronics Specialist Conference, Orlando FL, 2007.
- [15] D. Pepyne, C. Cassandras, Optimal control of hybrid systems in manufacturing, Proc. IEEE 88 (7) (2000) 1108–1123.
- [16] C. Tomlin, I. Mitchell, R. Ghosh, Safety verification of conflict resolution manoeuvres, IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems 2 (2) (2001) 110–120.
- [17] R. Horowitz, Control design of automated highway systems, Proc IEEE 88 (7) (2000) 913–925.
- [18] D. Liberzon, Switching in Systems and Control, Birkhäuser, Boston, 2003.
- [19] J. Zhang, K. Johansson, J. Lygeros, S. Sastry, Hybrid Systems: Computation and Control, LNCS, Springer-Verlag, 2000, Ch. Dynamical systems revisited: hybrid systems with zeno executions, pp. 451–464.
- [20] R. Alur, T. Henzinger, G. Lafferriere, G. Pappas, Discrete abstractions of hybrid systems, Proc. IEEE 88 (7) (2000) 971–984.
- [21] J. Lygeros, K. Johansson, S. Sismic, J. Zhang, S. Sastry, Dynamical properties of hybrid automata, IEEE Transactions on Automatic Control 48 (1) (2003) 2–17.
- [22] J. Hespanha, Uniform stability of switched linear systems: extensions of lasalle’s invariance principle, IEEE Trans. on Automatic Control 49 (4) (2004) 470–482.
- [23] H. Lin, P. Antsaklis, Stability and stabilizability of switched linear systems: a short survey of recent results, IEEE Trans. on Automatic Control 54 (2) (2009) 308–322.
- [24] A. Bilodeau, K. Agbossou, Control analysis of renewable energy system with hydrogen storage for residential applications, J Power Sources 162 (2006) 757–764.
- [25] H. Miland, Operational experience and control strategies for a stand-alone power system based on renewable energy hydrogen, Phd thesis, Norwegian Univ of Sci & Tech, Trondheim (2005).
- [26] I. Munteanu, A. Bratcu, N. Cutululis, E. Ceanga, Optimal control of wind energy systems, Springer, 2008.
- [27] V. Utkin, J. Guldner, J. Shi, Sliding Mode Control in Electromechanical Systems, 1st Edition, Taylor & Francis, London, 1999.



- [28] B. Beltran, T. Ahmed-Alí, M. Benbouzid, Sliding mode power control of variable-speed wind energy conversion systems, *IEEE Trans. on Energy Conversion* 23 (2) (2008) 551–558.
- [29] I. Segura, A. Pérez-Navarro, C. Sánchez, F. Ibáñez, J. Payá, E. Bernal, Implementation and control of electrolyzers to achieve high penetrations of renewable power, *Int J Hydrogen Energy* 32 (16) (2007) 3811–3819.
- [30] A. Bergen, L. Pitt, A. Rowe, P. Wild, N. Djilali, Transient electrolyzer response in a renewable-regenerative energy system, *Int J Hydrogen Energy* 34 (1) (2009) 64–70.
- [31] C. Greiner, M. Korpås, A. Holen, A norwegian case study on the production of hydrogen from wind power, *Int J Hydrogen Energy* 32 (10-11) (2007) 1500–1507.
- [32] T. Zhou, B. Francois, Energy management and power control of a hybrid active wind generator for distributed power generation and grid integration, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* 58 (1) (2011) 95 –104.
- [33] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Alternativa de control por modo deslizante para seguimiento robusto de la máxima potencia fotovoltaica, *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 10 (04) (2006) 75–81.
- [34] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Control híbrido de un sistema eólico-h<sub>2</sub> asistido por la red eléctrica, *Avances en Energías Renovables y Medio Ambiente* 13 (06) (2009) 147–154.
- [35] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Análisis de estrategias de operación para el control de un sistema eólico-h<sub>2</sub>, *Ingeniería Eléctrica* 24 (256) (2011) 104–111.
- [36] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Hybrid control of a photovoltaic-hydrogen energy system, *Int J Hydrogen Energy* 33 (2008) 3455 – 3459.
- [37] J. García Clúa, H. De Battista, R. Mantz, Control of a grid-assisted wind-powered hydrogen production system, *Int J Hydrogen Energy* 35 (11) (2010) 5786–5792.
- [38] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Evaluation of hydrogen production capabilities of a grid-assisted wind-h<sub>2</sub> system, *Applied Energy* 88 (5) (2011) 1857–1863.
- [39] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Control híbrido de sistemas de conversión fotovoltaica para alimentación eficiente de electrolizadores, in: *Hyfusen 2007 (Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía: II Congreso Nacional y I Congreso Iberoamericano)*, Posadas, 2007.
- [40] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Modelado y control híbrido de un sistema de producción de hidrógeno, in: *XII RPIC (Reunión de Trabajo en Procesamiento de la Información y Control)*, Río Gallegos, 2007.

- [41] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Control de un sistema eólico de producción de hidrógeno con asistencia de la red eléctrica, in: Hyfusen 2009 (Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía: III Congreso Nacional y II Congreso Iberoamericano), San Juan, 2009.
- [42] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Análisis de estrategias de operación para el control de un sistema eólico-h<sub>2</sub>, in: AADECA 2010 (XXII Congreso Argentino de Control Automático), Buenos Aires, 2010.
- [43] J. García Clúa, Autómatas híbridos y energías renovables: aplicación a un sistema de conversión fotovoltaica, in: XIV Jornadas de Jovens Pesquisadores da AUGM, Campinas, Brasil, 2006.
- [44] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, On the dynamics of a wind-hydrogen energy system undergoing a suitable operation planning, in: WICaC 2008 (IV Workshop Internacional sobre Hidrogênio e Células a Combustível), Campinas, Brasil, 2008.
- [45] J. García Clúa, R. Mantz, H. De Battista, Photovoltaics: Developments, Applications and Impact, Nova Science Publishers, New York, 2010, Ch. Application of photovoltaics to hydrogen production: dynamics, modeling and control, pp. 195–212.
- [46] B. Kroposki, J. Levene, K. Harrison, P. Sen, F. Novacheck, Electrolysis: Information and opportunities for electric power utilities, Tech. Rep. TP-581-40605, NREL (2006).
- [47] Ø. Ulleberg, Stand-alone power systems for the future: optimal design, operation and control of solar-hydrogen energy systems, Ph.D. thesis, Norwegian University of Science and Technology, Trondheim (December 1998).
- [48] T. Wiedmann, J. Minx, A definition of ‘carbon footprint’, Ecological economics research trends 1 (2007) 1–11.
- [49] J. Verne, *L’île mystérieuse*, Paris, France, 1874.
- [50] V. Vernadsky, *La Biosphere*, Alcan, Paris, France, 1929.
- [51] T. N. Veziroglu, Quarter century of hydrogen movement 1974-2000, International Journal of Hydrogen Energy 25 (12) (2000) 1143 – 1150.
- [52] J. Bockris, *Energy: The Solar-Hydrogen Alternative*, John Wiley and Sons, New York, 1975.
- [53] M. Lotker, Hydrogen for the electric utilities - long range possibilities, in: Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, 9th, San Francisco, Calif., 1974, pp. 423–427.
- [54] P. Kruger, Electric power requirement in the united states for large-scale production of hydrogen fuel, International Journal of Hydrogen Energy 25 (11) (2000) 1023 – 1033.

- [55] V. Goltsov, T. Veziroglu, L. Goltsova, Hydrogen civilization of the future—a new conception of the iahe, *International Journal of Hydrogen Energy* 31 (2) (2006) 153 – 159.
- [56] V. Goltsov, Sustainable human future, hydrogen civilization, Donetsk: “Knowledge” ISBN 978-966-1571-5 (2010) 51 pp.
- [57] E. Zoulias, N. Lymberopoulos, Hydrogen-based autonomous power systems. Techno-economic analysis of the integration of hydrogen in autonomous power systems, Springer, 2008.
- [58] E. Shoko, B. McLellan, A. Dicks, J. D. da Costa, Hydrogen from coal: Production and utilisation technologies, *International Journal of Coal Geology* 65 (3-4) (2006) 213 – 222.
- [59] S. Dunn, Hydrogen futures: toward a sustainable energy system, *Int J Hydrogen Energy* 27 (3) (2002) 235–264.
- [60] M. Ni, D. Y. Leung, M. K. Leung, K. Sumathy, An overview of hydrogen production from biomass, *Fuel Processing Technology* 87 (5) (2006) 461 – 472.
- [61] S. Grigoriev, V. Poremsky, V. Fateev, Pure hydrogen production by pem electrolysis for hydrogen energy, *International Journal of Hydrogen Energy* 31 (2) (2006) 171 – 175.
- [62] A. Konopka, D. Gregory, Hydrogen production by electrolysis: present and future, in: 10th Intersociety Energy Conversion Engineering Conference, 1975.
- [63] E. Chapman, Production of hydrogen by electrolysis, *Chemical Process engineering* 44 (1965) 387–393.
- [64] J. Nowotny, C. Sorrell, T. Bak, L. Sheppard, Solar-hydrogen: Unresolved problems in solid-state science, *Solar Energy* 78 (5) (2005) 593 – 602.
- [65] D. B. Levin, L. Pitt, M. Love, Biohydrogen production: prospects and limitations to practical application, *International Journal of Hydrogen Energy* 29 (2) (2004) 173 – 185.
- [66] X. Vitart, A. L. Duigou, P. Carles, Hydrogen production using the sulfur-iodine cycle coupled to a vhtr: An overview, *Energy Conversion and Management* 47 (17) (2006) 2740 – 2747.
- [67] J. Holladay, J. Hu, D. King, Y. Wang, An overview of hydrogen production technologies, *Catalysis Today* 139 (4) (2009) 244 – 260.
- [68] T. Ohta, *Energy Technology - Sources, Systems, and Frontier Conversion*, Elsevier Science Ltd., Oxford, 1994.

- [69] J. A. Duffie, W. A. Bechman, Solar Engineering of Thermal Processes, 2nd Edition, John Wiley & Sons, New York, 1991.
- [70] M. Loster, Total primary energy supply - from sunlight, Tech. rep. (2010).  
URL [http://www.ez2c.de/ml/solar\\_land\\_area/](http://www.ez2c.de/ml/solar_land_area/)
- [71] M. Grubb, N. Meyer, Renewable energy - sources for fuels and electricity, Earthscan Publications Ltd., London, 1993, Ch. Wind energy: resources, systems, and regional strategies, pp. 157–212.
- [72] E. Hau, Wind Turbines. Fundamentals, Technologies, Application, Economics, 2nd Edition, Springer, Berlin, 2006.
- [73] W. T. Liu, W. Tang, X. Xie, Wind power distribution over the ocean, Geophys. Res. Lett. 35 (13) (2008) L13808.
- [74] A. Sayigh, Renewable energy – the way forward, Applied Energy 64 (1-4) (1999) 15 – 30.
- [75] M. G. Salameh, Can renewable and unconventional energy sources bridge the global energy gap in the 21st century?, Applied Energy 75 (1-2) (2003) 33 – 42.
- [76] J. Haldane, DAEDALUS or Science and the Future, Cambridge, 1923.
- [77] W. Zhou, C. Lou, Z. Li, L. Lu, H. Yang, Current status of research on optimum sizing of stand-alone hybrid solar-wind power generation systems, Applied Energy 87 (2) (2010) 380 – 389.
- [78] D. Connolly, H. Lund, B. Mathiesen, M. Leahy, The first step towards a 100 % renewable energy-system for ireland, Applied Energy 88 (2) (2011) 502 – 507.
- [79] S. S. Deshmukh, R. F. Boehm, Review of modeling details related to renewably powered hydrogen systems, Renewable & Sustainable Energy Reviews 12 (9) (2008) 2301–2330.
- [80] S. Sherif, F. Barbir, T. Veziroglu, Wind energy and the hydrogen economy -review of the technology, Solar Energy 78 (2005) 647–660.
- [81] F. Barbir, Pem electrolysis for production of hydrogen from renewable energy sources, Solar Energy 78 (2005) 661 – 669.
- [82] L. Fingersh, Optimized hydrogen and electricity generation from wind, Tech. Rep. TP-500-34364, NREL (2003).
- [83] Doe hydrogen program: Doe h2a analysis, Tech. rep., US Department of Energy (DOE) (2006).  
URL [http://www.hydrogen.energy.gov/h2a\\_analysis.html](http://www.hydrogen.energy.gov/h2a_analysis.html)

- [84] J. I. Levene, M. K. Mann, R. M. Margolis, A. Milbrandt, An analysis of hydrogen production from renewable electricity sources, *Solar Energy* 81 (6) (2007) 773 – 780.
- [85] Doe solar energy technologies program. overview and highlights, Tech. Rep. DOE/GO-102006-2314, NREL, Golden, CO (2006).
- [86] Wind energy multi year program plan for year 2005-2010, Tech. rep., NREL Wind and Hydro Power Technologies Program (November 2004).
- [87] R. Mantz, H. De Battista, J. García Clúa, P. Camocardi, Control de producción de hidrógeno a partir de la capacidad remanente de energía en turbinas eólicas, in: XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático y VI Congreso Venezolano de Automatización y Control, Mérida, Venezuela, 2008.
- [88] G. Zini, P. Tartarini, Wind-hydrogen energy stand-alone system with carbon storage: Modeling and simulation, *Renewable Energy* 35 (11) (2010) 2461 – 2467.
- [89] K. Sopian, M. Z. Ibrahim, W. R. W. Daud, M. Y. Othman, B. Yatim, N. Amin, Performance of a pv-wind hybrid system for hydrogen production, *Renewable Energy* 34 (8) (2009) 1973 – 1978.
- [90] M. Khan, M. Iqbal, Dynamic modeling and simulation of a small wind-fuel cell hybrid energy system, *Renewable Energy* 30 (3) (2005) 421–439.
- [91] H. Abaoud, H. Steeb, The german-saudi hysolar program, *International Journal of Hydrogen Energy* 23 (6) (1998) 445 – 449.
- [92] A. Dutton, J. Bleijs, H. Dienhart, M. Falchetta, W. Hug, D. Prischich, A. Ruddell, Experience in the design, sizing, economics, and implementation of autonomous wind-powered hydrogen production systems, *Int J Hydrogen Energy* 25 (8) (2000) 705–722.
- [93] J. L. Aprea, Hydrogen energy demonstration plant in patagonia: Description and safety issues, *International Journal of Hydrogen Energy* 34 (10) (2009) 4684 – 4691.
- [94] Ø. Ulleberg, T. Nakken, A. Eté, The wind/hydrogen demonstration system at utsira in norway: Evaluation of system performance using operational data and updated hydrogen energy system modeling tools, *Int J Hydrogen Energy* 35 (5) (2010) 1841–1852.
- [95] K. Agbossou, R. Chahine, J. Hamelin, F. Laurencelle, A. Anouar, Renewable energy systems based on hydrogen for remote applications, *J Power Sources* 96 (1) (2001) 168–172.
- [96] K. Harrison, G. Martin, Renewable hydrogen: integration, validation and demonstration., in: 2008 NHA Annual Hydrogen Conference, Sacramento, California, 2008.

- [97] C. Meurer, H. Barthels, W. Brocke, B. Emonts, H. Groehn, Phoebus - an autonomous supply system with renewable energy: six years of operational experience and advanced concepts, *Solar Energy* 67 (1-3) (1999) 131–138.
- [98] E. da Silva, F. Apolinário, A. M. Neto, Estudo da viabilidade técnica de sistemas solar-fotovoltaico-hidrogênio, in: IX Congresso Brasileiro de Energia, Rio de Janeiro, 2002, pp. 1940–1945.
- [99] R. LeRoy, C. Bowen, D. LeRoy, The thermodynamics of aqueous water electrolysis, *J. Electrochem. Soc.* 127 (9) (1980) 1954–1962.
- [100] I. Rousar, *Electrochemical reactors: their science and technology part A.*, Elsevier, Amsterdam, 1989, Ch. Fundamentals of electrochemical reactors.
- [101] Ø. Ulleberg, Modeling of advanced alkaline electrolyzers: a system simulation approach, *Int J Hydrogen Energy* 28 (1) (2003) 21–33.
- [102] A. Ursúa, L. Gandía, P. Sanchis, Hydrogen production from water electrolysis: Current status and future trends, *Proceedings of the IEEE* 100 (2) (2012) 410–426.
- [103] A. Ursúa, L. Marroyo, E. Gubía, L. Gandía, P. Diéguez, P. Sanchis, Influence of the power supply on the energy efficiency of an alkaline water electrolyser, *Int J Hydrogen Energy* 34 (8) (2009) 3221–3233.
- [104] E. Bernier, J. Hamelin, K. Agbossou, T. K. Bose, Electric round-trip efficiency of hydrogen and oxygen-based energy storage, *International Journal of Hydrogen Energy* 30 (2) (2005) 105 – 111.
- [105] B. Elvers, S. Hawkins, M. Ravenscroft, J. Rounsaville, G. Schulz (Eds.), *Ullmann’s encyclopedia of industrial chemistry*, Vol. A13, VCH, Weinheim, 1989, Ch. Hydrogen, pp. 297–442.
- [106] T. Schucan, Case studies of integrated hydrogen energy systems, Final report, International Energy Agency Hydrogen Implementing Agreement, Paul Scherrer Institute, Switzerland (2000).
- [107] H. De Battista, R. Mantz, F. Garelli, Power conditioning for a wind-hydrogen energy system, *J Power Sources* 155 (2006) 478–486.
- [108] R. Steinberger-Wilckens, *Wind power in power systems*, John Wiley & Sons, 2005, Ch. Hydrogen as a means of transporting and balancing wind power production, pp. 505–519.
- [109] T. Zhou, Control and energy management of a hybrid active wind generator including energy storage system with super-capacitors and hydrogen technologies for microgrid application, Ph.D. thesis, Ecole Centrale de Lille, France (June 2009).

- [110] C. Wang, Modeling and control of hybrid wind/photovoltaic/fuel cell distributed generation systems, Ph.D. thesis, Montana State University, Montana (July 2006).
- [111] K. Agbossou, M. L. Kolhe, J. Hamelin, Étienne Bernier, T. K. Bose, Electrolytic hydrogen based renewable energy system with oxygen recovery and re-utilization, *Renewable Energy* 29 (8) (2004) 1305 – 1318.
- [112] E. Spinadel, J. Gil, F. Camallo, Wind-powered electrolysis for stand alone operation: An approach to a specific wind converter design, in: *Proc. 14th World Hydrogen Energy Conf.*, 2002, pp. 1–6.
- [113] K. Agbossou, S. Kelouwani, A. Anouar, M. Kolhe, Energy management of hydrogen-based stand-alone renewable energy system by using boost and buck converters, in: *Industry Applications Conference, 2004. 39th IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2004 IEEE, Vol. 4*, 2004, pp. 2786 – 2793.
- [114] S. Engell, S. Lohmann, T. Moor, C. de Prada, J. Raisch, D. Sarabia, C. Sontag, *Handbook of Hybrid Systems Control. Theory, Tools, Applications.*, Cambridge University Press, New York, 2009, Ch. Industrial controls, pp. 405–437.
- [115] M. Morari, A. Beccuti, S. Mariéthoz, G. Papafotiou, *Handbook of Hybrid Systems Control. Theory, Tools, Applications.*, Cambridge University Press, New York, 2009, Ch. Energy management, pp. 377–404.
- [116] W. Wonham, P. Ramadge, On the supremal controllable sublanguage of a given language, *SIAM J. Control Optim.* 25 (3) (1987) 637–659.
- [117] P. Ramadge, W. Wonham, Supervisory control of a class of discrete event processes, *SIAM J. Control Optim.* 25 (1) (1987) 206–230.
- [118] R. Goebel, R. Sanfelice, A. Teel, Hybrid dynamical systems, *Control Systems, IEEE* 29 (2) (2009) 28 –93.
- [119] R. Middlebrook, S. Cuk, A general unified approach to modeling switching-converter power stages, in: *Proc. IEEE Power Electronics Specialists Conf. Rec.*, 1976, pp. 18–34.
- [120] T. Henzinger, The theory of hybrid automata, in: *Proc. 11th Annual IEEE Symposium on Logic in Computer Science (LICS '96)*, 1996, pp. 278–292.
- [121] R. Goebel, A. Teel, Solutions to hybrid inclusions via set and graphical convergence with stability theory applications, *Automatica* 42 (4) (2006) 573 – 587.
- [122] E. Sontag, Nonlinear regulation: the piecewise linear approach, *IEEE Transactions on Automatic Control* 26 (2) (1981) 346–357.

- [123] A. van der Schaft, J. Schumacher, Complementarity modeling of hybrid systems, *Automatic Control, IEEE Transactions on* 43 (4) (1998) 483 –490.
- [124] A. Bemporad, M. Morari, Control of systems integrating logic, dynamics, and constraints., *Automatica* 35 (3) (1999) 407–427.
- [125] R. David, H. Alla, Petri nets for modeling of dynamic systems: A survey, *Automatica* 30 (2) (1994) 175 – 202.
- [126] J. Lygeros, *Lecture Notes on Hybrid Systems*, Departament of Electrical and Computer Engineering, University of Patras, Greece, 2004.
- [127] R. Alur, D. L. Dill, A theory of timed automata, *Theoretical Computer Science* 126 (2) (1994) 183 – 235.
- [128] N. Lynch, R. Segala, F. Vaandrager, Hybrid i/o automata, *Information and Computation* 185 (1) (2003) 105 – 157.
- [129] S. Rashid, J. Lygeros, Hybrid systems: modeling, analysis and control - open hybrid automata and composition., in: *Lecture notes*, University of California at Berkeley, 1999.
- [130] N. Lynch, R. Segala, F. Vaandrager, H. Weinberg, Hybrid i/o automata, in: R. Alur, T. Henzinger, E. Sontag (Eds.), *Hybrid Systems III*, Vol. 1066 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin / Heidelberg, 1996, pp. 496–510.
- [131] H. K. Khalil, *Nonlinear Systems*, Prentice-Hall, 1996.
- [132] J. Lygeros, S. Sastry, C. Tomlin, *The Art of Hybrid Systems*, 2001, textbook on hybrid systems, forthcoming.
- [133] J. Lygeros, K. Johansson, S. Sastry, M. Egerstedt, On the existence of executions of hybrid automata, in: *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control*, Vol. 3, 1999, pp. 2249 –2254.
- [134] L. Tavernini, Differential automata and their discrete simulators, *Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications* 11 (6) (1987) 665 – 683.
- [135] J. Sachs, *Aristotle’s Physics: A Guided Study.*, NJ: Rutgers Univ. Press, New Brunswick, 1995.
- [136] K. Johansson, *Lecture notes for eecs291e (hybrid systems)*, University of California at Berkeley, 2000.
- [137] K. H. Johansson, M. Egerstedt, J. Lygeros, S. Sastry, On the regularization of zeno hybrid automata, *Systems & Control Letters* 38 (3) (1999) 141 – 150.



- [138] K. Johansson, M. Egerstedt, J. Lygeros, S. Sastry, On the regularization of zeno hybrid automata, Technical Report UCB/ERL M99/23, Department of Electrical Engineering and Computer Sciences, University of California, Berkeley (1999).
- [139] A. F. Filippov, Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides, 1988.
- [140] V. I. Utkin, Sliding Modes in Control and Optimisation, Springer-Verlag, 1992.
- [141] A. M. Lyapunov, Lyapunov centenary issue, International Journal of Control 55 (3) (1992) 521–570.
- [142] H. Ye, A. Michel, L. Hou, Stability theory for hybrid dynamical systems, IEEE Transactions on Automatic Control 43 (4) (1998) 461–474.
- [143] M. Branicky, Multiple lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems, IEEE Transactions on Automatic Control 43 (4) (1998) 475–482.
- [144] V. Utkin, Variable structure systems with sliding modes, IEEE Transactions on Automatic Control 22 (2) (1977) 212 – 222.
- [145] D. Liberzon, A. Morse, Basic problems in stability and design of switched systems, Control Systems, IEEE 19 (5) (1999) 59 –70.
- [146] B. D. Schutter, W. Heemels, Modeling and Control of Hybrid Systems, Lecture Notes of the DISC Course, Greece, 2006.
- [147] J. Mancilla-Aguilar, R. García, A converse lyapunov theorem for nonlinear switched systems, Systems & Control Letters 41 (1) (2000) 67 – 71.
- [148] A. Molchanov, Y. Pyatnitskiy, Criteria of asymptotic stability of differential and difference inclusions encountered in control theory, Systems & Control Letters 13 (1) (1989) 59 – 64.
- [149] S. Boyd, E. Feron, V. Balakrishnan, L. E. Ghaoui, Control system analysis and synthesis via linear matrix inequalities, in: Proceedings of the American Control Conference, 1993, pp. 2154–2174.
- [150] M. Johansson, A. Rantzer, Computation of piecewise quadratic lyapunov functions for hybrid systems, IEEE Transactions on Automatic Control 43 (4) (1998) 555 –559.
- [151] K. Narendra, J. Balakrishnan, A common lyapunov function for stable lti systems with commuting a-matrices, IEEE Transactions on Automatic Control 39 (12) (1994) 2469 –2471.
- [152] D. Liberzon, J. P. Hespanha, A. Morse, Stability of switched systems: a lie-algebraic condition, Systems & Control Letters 37 (3) (1999) 117 – 122.

- [153] V. A. Yakubovich, S-procedure in nonlinear control theory, Vestnik Leningrad Univ. 4 (1977) 73–93.
- [154] S. Pettersson, Analysis and design of hybrid systems, Ph.D. thesis, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden (1999).
- [155] R. Brockett, Essays on Control: Perspectives in the Theory and its Applications, Birkhauser, Boston, 1993, Ch. Hybrid models for motion control systems., pp. 29–53.
- [156] E. Feron, Quadratic stability of switched systems via state and output feedback., Tech. Rep. CICS-P-468, Center for intelligent control systems, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge (1996).
- [157] S. Pettersson, B. Lennartson, Stabilization of hybrid systems using a min-projection strategy, in: Proceedings of the 2001 American Control Conference, Vol. 1, 2001, pp. 223 –228.
- [158] J. Hespanha, Encyclopedia Life Support Syst. (EOLSS), Vol. Control Syst., Robot., Automat., Oxford, U.K., 2004, Ch. Stabilization through hybrid control.
- [159] C. Elam, B. Kroposki, G. Bianchi, K. Harrison, Renewable electrolysis integrated system development and testing, Progress Report FY2004, DOE Hydrogen Program, NREL, Colorado (2004).
- [160] J. García Clúa, F. Inthamoussou, M. Cendoya, R. Mantz, H. De Battista, Control de un sistema fotovoltaico con asistencia de red para la producción de h<sub>2</sub>, in: Hyfusen 2011 (Hidrógeno y Fuentes Sustentables de Energía: IV Congreso Nacional y III Congreso Iberoamericano), Mar del Plata, 2011.
- [161] P. Merhej, E. Dallago, D. Finarelli, Effect of capacitance on the output characteristics of solar cells (2010) 1–4.
- [162] B. Bose, Power Electronics and AC Drives, Prentice-Hall, 1986.
- [163] J. Mahdavi, A. Emaadi, M. Bellar, M. Ehsani, Analysis of power electronic converters using the generalized state-space averaging approach, Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, IEEE Transactions on 44 (8) (1997) 767–770.
- [164] B. Silva, B. Krogh, Formal verification of hybrid systems using checkmate: a case study, in: American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000, Vol. 3, 2000, pp. 1679–1683.
- [165] C. Brooks, A. Cataldo, E. A. Lee, J. Liu, X. Liu, S. Neuendorffer, H. Zheng, Hyvisual: A hybrid system visual modeler, Electronics Research Laboratory, College of Engineering, University of California, 2005.
- [166] A. Angermann, M. Beuschel, M. Rau, U. Wohlfarth, MATLAB-Simulink-Stateflow: Grundlagen, Toolboxen, Beispiele, Oldenbourg Verlag, 2011.

- [167] S. Valluri, D. Jeffrey, R. Corless, Some applications of the lambert w function to physics, *Can J Phys* 78 (9) (2000) 823–831.
- [168] M. Senesky, E. G., T. Koo, Hybrid modelling and control of power electronics, in: *Hybrid Systems: Computation and Control: 6th International Workshop*, Prague, Czech Republic, 2003, pp. 450–465.
- [169] N. Mutoh, T. Matuo, K. Okada, M. Sakai, Prediction-data-based maximum-power-point-tracking method for photovoltaic power generation systems, *Power Electronics Specialists Conference, IEEE 33rd Annual* 3 (2002) 1489 – 1494.
- [170] H. T. Duru, A maximum power tracking algorithm based on  $\text{impp} = f(\text{pmax})$  function for matching passive and active loads to a photovoltaic generator, *Solar Energy* 80 (7) (2006) 812 – 822.
- [171] M. Egerstedt, K. Johansson, J. Lygeros, S. Sastry, Behavior based robotics using regularized hybrid automata, in: *38th Conference on Decision & Control*, Phoenix, Arizona, USA, 1999, pp. 3400–3405.
- [172] M. Korpås, A. Holen, Operation planning of hydrogen storage connected to wind power operating in a power market, *IEEE Trans. Energy Conversion* 21 (3) (2006) 742–749.
- [173] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 3rd Edition, Springer, 1995.
- [174] F. D. Bianchi, Control robusto de sistemas de conversión de energía eólica de velocidad y pitch variable: Un enfoque lpv, Ph.D. thesis, Departamento de Electrotecnia. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de La Plata, La Plata, Argentina (Marzo 2005).
- [175] L. Freris, *Wind Energy Conversion Systems*, Prentice-Hall, 1990.
- [176] S. Heier, *Grid Integration of Wind Energy Conversion Systems*, Wiley, UK, 1998.
- [177] X. Ma, Adaptive extremum control and wind turbine control, Ph.D. thesis, Technical University of Denmark, Lyngby, Dinamarca (1997).
- [178] R. D. Fernández, Sistemas por estructura variable. aplicación al control de sistemas de conversión de energías alternativas para el bombeo de agua, Master's thesis, Departamento de Electrotecnia. Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional de La Plata (Junio 2002).
- [179] N. Mohan, T. Undeland, W. Robbins, *Power Electronics: Converters, Applications and Design*, 3rd Edition, John Wiley & sons, NY, 2003.
- [180] E. Muljadi, S. Drouilhet, R. Holz, V. Gevorgian, Analysis of permanent magnet generator for wind power battery charging, in: *Industry Applications Conference*, 1996. Thirty-First IAS Annual Meeting, IAS '96., Conference Record of the 1996 IEEE, Vol. 1, 1996, pp. 541 –548.

- [181] F. Bianchi, H. De Battista, R. Mantz, Wind Turbine Control Systems, Springer, 2007.
- [182] J. Slootweg, S. de Haan, H. Polinder, W. Kling, General model for representing variable speed wind turbines in power system dynamics simulations, IEEE Trans. Power Systems 18 (1) (2003) 144–151.
- [183] S. Sastry, Nonlinear Systems: Analysis, Stability, and Control, Springer-Verlag, 1999.
- [184] B. Singh, G. Kasal, Voltage and frequency controller for a three-phase four-wire autonomous wind energy conversion system, IEEE Transactions on Energy Conversion 23 (2) (2008) 509–518.
- [185] A. Ajami, M. Armaghan, Fixed speed wind farm operation improvement using current-source converter based upqc, Energy Conversion and Management 58 (0) (2012) 10–18.
- [186] Z. Chen, E. Spooner, Grid power quality with variable speed wind turbines, IEEE Trans. Energy Conversion 16 (2) (2001) 148–154.
- [187] J. Svensson, Simulation of power angle controlled voltage source converter using a linear quadratic method in a wind energy application, in: IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, Portland, OR, USA, 1996, pp. 157–162.
- [188] K. Thorborg, Power Electronics, Prentice-Hall, United Kingdom, 1988.
- [189] T. Zhou, B. François, Modeling and control design of hydrogen production process for an active hydrogen/wind hybrid power system, Int J Hydrogen Energy 34 (1) (2009) 21–30.
- [190] P. Bolzern, W. Spinelli, Quadratic stabilization of a switched affine system about a nonequilibrium point, in: Proceedings of the 2004 American Control Conference, Vol. 5, 2004, pp. 3890–3895.
- [191] M. Chinchilla-Sánchez, Control de un sistema de generación eólica de velocidad variable con generador síncrono multipolar de imanes permanentes acoplado a red, Ph.D. thesis, Universidad Carlos III de Madrid (2001).